भौतिकी

भाग 1

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

मुखावरण अभिकल्पना

आनंद डी. घईसास
होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र
(टाटा इंस्टीट्यूट ऑफ फंडामेंटल रिसर्च, मुंबई)
(वेबसाइट **www.plasmas.org** से रूपांतरित)

ड्यूटीरियम तथा ट्राइटियम उच्च ताप पर संगलित होकर हीलियम एवं एक न्यूट्रॉन बनाते हैं। अभिकारक के द्रव्यमान तथा उत्पाद के द्रव्यमान का अंतर ऊर्जा के रूप में प्रकट होता है। चुंबकीय परिरोध (टोकामक) की तकनीक पर आधारित किसी संगलन परीक्षण रिऐक्टर में, तप्त सघन प्लैज़्मा को उपयुक्त अभिकल्पित चुंबकीय क्षेत्र द्वारा यथेष्ट समय तक परिरोधित करते हैं जिससे न्यूक्लाई संगलित हो सकें तथा ऊर्जा उत्पन्न करें। आवरण में दर्शायी अभिक्रिया का पृष्ठभूमि संक्रिया के दौरान प्लैज़्मा का दृश्य है।

पश्चावरण

रेडियो-खगोलभौतिकी राष्ट्रीय केंद्र
(टाटा इंस्टीट्यूट ऑफ फंडामेंटल रिसर्च, पुणे)

पुणे ग्रामीण जिला, महाराष्ट्र के जुन्नर तालुका में स्थित, 0.2 मीटर से 2 मीटर तक की तरंगदैर्घ्य की अंतरिक्ष रेडियो-तरंगों के अभिग्रहण के लिए एक परवलयिक परावर्ती ऐंटेना। यह उन तीस ऐंटेनाओं (प्रत्येक 45 मीटर व्यास के) में से एक है जिनसे मिलकर बृहत् मीटरतरंग रेडियो दूरबीन (जाइंट मीटरवेव रेडियो टेलिस्कोप; GMRT) बना है। टाटा इंस्टीट्यूट ऑफ फंडामेंटल रिसर्च के रेडियो-खगोल भौतिकी राष्ट्रीय केंद्र ने इस GMRT को निर्मित किया तथा यही इसे संचालित करता है।

भाग 1

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

लेखक

अरविंद कुमार	ए.एस. निगवेकर
बी.के. शर्मा	डी.पी. तिवारी
पी.सी. जैन	राजाराम नित्यानंद
वी.पी. श्रीवास्तव	विजय ए. सिंह

सुरेश चंद्र

संपादक

अरविंद कुमार	बी.के. शर्मा
पी.सी. जैन	सुरेश चंद्र

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

प्रथम संस्करण
जुलाई 2003 श्रावण 1925

पुनर्मुद्रण
दिसंबर 2003 पौष 1925

PD 5T NSY

ISBN 81-7450-217-3

एन.सी.ई.आर.टी. के प्रकाशन विभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैंपस श्री अरविंद मार्ग नई दिल्ली 110 016	108, 100 फीट रोड हेली एक्सटेंशन, होस्डेकेरे बनाशंकरी III स्टेज बैंगलूर 560 085	नवजीवन ट्रस्ट भवन डाकघर नवजीवन अहमदाबाद 380 014	सी.डब्ल्यू.सी. कैंपस निकट: धनकल बस स्टॉप पनिहटी कोलकाता 700 114	सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लेक्स मालीगांव गुवाहाटी 781021

प्रकाशन सहयोग

संपादन : नरेश यादव

उत्पादन : अतुल सक्सेना

सज्जा

कल्याण बैनर्जी

रु. 70.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटर मार्क 70 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन विभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद मार्ग, नई दिल्ली 110016 द्वारा प्रकाशित तथा प्रकाश ऑफसेट प्रिंटिंग प्रेस, सी-450, डी.एस.आई.डी.सी, नरेला इंडस्ट्रियल पार्क, नरेला, दिल्ली 110 040 द्वारा मुद्रित।

प्रस्तावना

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् पिछले चार दशकों से विज्ञान और गणित की शिक्षा में गुणात्मक सुधार के लिए कार्य कर रही है। इसके लिए परिषद् ने निश्चित समयांतराल पर पाठ्यक्रम तथा पाठ्यचर्या विकसित करने का उत्तरदायित्व लिया है। इस समय तक परिषद् विभिन्न अभिगमों के साथ कई बार पाठ्य-सामग्री तथा संबंधित अन्य शैक्षणिक सामग्री विकसित करने का कार्य पूरा कर चुकी है। परिषद् द्वारा विकसित सामग्रियों को विभिन्न राज्य/केंद्र शासित प्रदेश अपनाते/रूपांतरित कर लेते हैं। हर बार परिषद् की मुख्य सोच यही रही है कि राष्ट्रीय शिक्षा नीति का समुचित अनुपालन करते हुए कार्य किया जाए तथा विद्यालयी स्तर पर पाठ्यचर्या नवीकरण प्रक्रिया के दौरान विभिन्न सामाजिक तथा शैक्षणिक मुद्दों पर विचार किया जाए। परिषद् द्वारा प्रकाशित *विद्यालयी शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा-2000* इन्हीं प्रयासों के अनुरूप है। इसमें विज्ञान और गणित शिक्षा तथा उच्चतर माध्यमिक स्तर पर चयनित विषय के रूप में भौतिकी विषय के शिक्षण की गुणवत्ता में सुधार लाने के लिए पुनरावृत्ति की गई है। इस राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा ने पाठ्य-सामग्री तथा अन्य संबंधित शैक्षणिक सामग्री के सत्रवार विकास की अनुशंसा भी की है। कक्षा 12 के लिए भौतिकी की इस पाठ्यपुस्तक में सत्र तीन और चार को सम्मिलित किया गया है।

इस पुस्तक की प्रथम पांडुलिपि एक लेखन मंडल द्वारा परिषद् तथा भारत के विभिन्न सुविख्यात शैक्षणिक तथा अनुसंधानिक संगठनों के विशेषज्ञों को सम्मिलित करके विकसित की गई। इस पाठ्यपुस्तक के विकास के समय लेखन मंडल ने भौतिकी के प्रचलित पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तक के विषय में प्राप्त पुनर्निवेशन पर विचार किया। प्रस्तुत पुस्तक को विद्यार्थियों के लिए और अधिक प्रासंगिक तथा अर्थपूर्ण बनाने के लिए लेखन मंडल ने पिछले दशक में शैक्षणिक तथा विषयवस्तु में हुए समकालीन परिवर्तनों पर भी विचार किया। पांडुलिपि के प्रारूप की समीक्षा विषय के अनुभवी शिक्षकों तथा विषय विशेषज्ञों के एक समूह द्वारा एक समीक्षा कार्यगोष्ठी में की गई। इस समीक्षा कार्यगोष्ठी में प्राप्त हुए सुझावों पर लेखकों ने विचार करके पांडुलिपि के प्रारूप में उचित परिमार्जन किया। प्रकाशन से पूर्व विशेषज्ञों के एक समूह द्वारा पांडुलिपि का अंतिम संपादन किया गया।

मैं लेखन मंडल के अध्यक्ष एवं सदस्यों को उनके राष्ट्रीय स्तर पर शैक्षणिक योगदान के लिए धन्यवाद देता हूँ। मैं समीक्षा कार्यगोष्ठी के प्रतिभागी शिक्षकों तथा विषय विशेषज्ञों का उनके द्वारा की गई समीक्षा और सुझावों के लिए भी आभारी हूँ जिसने प्रस्तुत पुस्तक के परिमार्जन में सहायता की है।

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् इस पुस्तक में सुधार के लिए प्रयोक्ताओं द्वारा दिए गए सुझावों का स्वागत करेगी।

जगमोहन सिंह राजपूत
निदेशक
राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान
और प्रशिक्षण परिषद्

नई दिल्ली
फरवरी 2003

गांधी जी का जंतर

तुम्हें एक जंतर देता हूँ। जब भी तुम्हें संदेह हो या तुम्हारा अहम् तुम पर हावी होने लगे, तो यह कसौटी आजमाओ :

जो सबसे गरीब और कमजोर आदमी तुमने देखा हो, उसकी शक्ल याद करो और अपने दिल से पूछो कि जो कदम उठाने का तुम विचार कर रहे हो, वह उस आदमी के लिए कितना उपयोगी होगा। क्या उससे उसे कुछ लाभ पहुँचेगा? क्या उससे वह अपने ही जीवन और भाग्य पर कुछ काबू रख सकेगा? यानी क्या उससे उन करोड़ों लोगों को स्वराज्य मिल सकेगा, जिनके पेट भूखे हैं और आत्मा अतृप्त है?

तब तुम देखोगे कि तुम्हारा संदेह मिट रहा है और अहम् समाप्त होता जा रहा है।

मो. क. गांधी

आमुख

पाठ्यपुस्तकों और विशेषकर विज्ञान की पुस्तकों का विकास परिवर्तनशील बोध, आवश्यकता, पुनर्निवेशन तथा विद्यार्थियों, शिक्षाविदों तथा समाज के अनुभवों की दृष्टि से एक गत्यात्मक प्रक्रिया है। राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् ने *विद्यालयी शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा-2000* प्रकाशित की तथा विद्यालयी स्तर पर पाठ्यक्रम में तदनुसार संशोधन किया गया। कक्षा 11 की नई पुस्तक इन परिवर्तनों को ध्यान में रख कर पिछले वर्ष लिखी गई। कक्षा 12 के लिए प्रस्तुत पुस्तक उसी पैटर्न का अनुसरण करती है। प्रस्तुत पुस्तक लेखकों के वर्तमान दल के सतत् प्रयास का परिणाम है और साथ ही यह आशा है कि यह विद्यार्थियों तथा शिक्षकों को भौतिकी विषय के अध्ययन के लिए प्रेरित एवं प्रोत्साहित करने में सहायक होगी।

विज्ञान और प्रौद्योगिकी की लगभग सभी शाखाओं के ज्ञान का आधारभूत भौतिकी है। हम इस तथ्य से अभिज्ञ हैं कि भौतिकी के कुल सरल आधारिक सिद्धांत प्रायः प्रत्यात्मक रूप में जटिल होते हैं। इस पुस्तक में हमने 'प्रत्यात्मक सामंजस्य' लाने का प्रयास किया है। शैक्षणिक तथा विषय की परिशुद्धता को बनाए रखकर सरल एवं सुबोध भाषा का प्रयोग करना हमारे प्रयास का केंद्र बिंदु है। भौतिकी विषय की प्रकृति ही ऐसी है जिसके लिए कुछ न्यूनतम गणित का उपयोग करना आवश्यक हो जाता है। जहाँ तक संभव हो सका है हमने गणितीय सूत्रों को तार्किक ढंग से विकसित करने का प्रयास किया है।

कक्षा 11 की पुस्तक की तरह इस पुस्तक में भी कुछ नई विशिष्टताएँ जोड़ी गई हैं। हमें पूर्ण आशा एवं विश्वास है कि ये विद्यार्थियों के लिए पुस्तक की उपयोगिता में वृद्धि करेंगी। अध्याय की विषय-वस्तु पर तेजी से सरसरी दृष्टि डालने के लिए प्रत्येक अध्याय के अंत में 'सारांश' दिया गया है। इसके पश्चात् '*विचारणीय विषय*' दिए गए हैं जो विद्यार्थियों के मस्तिष्क में उत्पन्न होने वाली संभावित भ्रांतियों, अध्याय में दिए कुछ प्रकथनों/सिद्धांतों में छिपी उलझनों तथा अध्याय से उपलब्ध ज्ञान के उपयोग के लिए आवश्यक 'चेतावनियों' की ओर इंगित करते हैं। इन 'बिंदुओं' पर सोचना तथा अपने मस्तिष्क का अनुप्रयोग करना विद्यार्थियों को रोचक लगेगा। इसके अतिरिक्त संकल्पनाओं के स्पष्टीकरण तथा/अथवा दैनिक जीवन की परिस्थितियों में इन संकल्पनाओं के अनुप्रयोगों की व्याख्या के लिए बड़ी संख्या में पाठ्य सामग्री में '*हल सहित अभ्यासों*' का समावेश किया गया है। यदा-कदा भौतिकी विषय के क्रमिक विकास के प्रति जिज्ञासा को शांत करने के लिए ऐतिहासिक परिप्रेक्ष्यों को भी सम्मिलित किया गया है। बहुत से अध्यायों में या तो इसी उद्देश्य के लिए अथवा उन विषयवस्तुओं जिनमें विद्यार्थियों को अतिरिक्त ध्यान देने की आवश्यकता होती है, उनकी कुछ विशेष विशिष्टताओं की ओर आकर्षित करने के उद्देश्य से विषयवस्तु को 'बॉक्स' में दिया गया है।

सुस्पष्ट चित्र प्रदान करने की ओर विशेष ध्यान दिया गया है। चित्रों की स्पष्टता में वृद्धि के लिए उन्हें 'दो रंगों' में रेखांकित किया गया है। प्रत्येक अध्याय के अंत में पर्याप्त संख्या में अभ्यास दिए गए हैं। इनमें से कुछ जीवन की वास्तविक परिस्थितियों से संबंधित हैं। कुछ अभ्यासों को हल करने के लिए संकेत एवं उत्तर दिए गए हैं। विद्यार्थियों से अनुरोध है कि वे इन्हें हल करें और ऐसा करते समय वे इन अभ्यासों को अत्यधिक शिक्षाप्रद पाएँगे। संपूर्ण पुस्तक में SI मात्रकों का उपयोग किया गया है।

इस पुस्तक को पूर्ण कर पाना बहुत से व्यक्तियों की सहज स्वाभाविक एवं सतत् सहायता के कारण ही संभव हो सका है। विज्ञान शिक्षा में सुधार के लिए राष्ट्रीय प्रयासों के एक भाग के रूप में इस पाठ्यपुस्तक

के निर्माण का कार्य सौंपने के लिए हम राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् के निदेशक के प्रति अपना आभार प्रकट करते हैं। सभी प्रशासनिक एवं शैक्षिक आवश्यकताओं की पूर्ति हेतु हमें सदैव उनका प्रोत्साहन एवं सहयोग प्राप्त हुआ। परिषद् के विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग के अध्यक्ष एवं संकाय के अन्य सदस्य इस उद्यम में सदैव ही हर संभव ढंग से हमारी सहायता के लिए तत्पर रहे, हम उनके भी अत्यंत आभारी हैं।

प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक को उन शिक्षकों तथा विशेषज्ञों का सुधार के लिए श्रेष्ठ सुझाव प्राप्त हुआ जिन्होंने प्रथम पांडुलिपि पर चर्चा तथा परिमार्जन के लिए आयोजित कार्यगोष्ठी में भाग लिया। यदा-कदा परिषद् की पुरानी पुस्तक के कुछ भागों को, विशेषकर जिन्हें विद्यार्थियों/शिक्षकों ने सराहा है, विद्यार्थियों की भावी पीढ़ी के हित को ध्यान में रखकर, प्रस्तुत पुस्तक में अपनाया/रूपांतरित किया है।

हम अपने सम्मानित प्रयोक्ताओं, विशेषकर विद्यार्थियों तथा शिक्षकों से प्राप्त समीक्षा एवं सुझावों का आदर करते हैं। हम अपने युवा पाठकों की भौतिकी के रोमांचकारी कार्यक्षेत्र की ओर अग्रसर होने की कामना करते हैं।

सुरेश चंद्र
अध्यक्ष
लेखन मंडल

लेखन मंडल

सुरेश चंद्र (**अध्यक्ष**)
वैज्ञानिक (अवकाशप्राप्त)
बनारस हिंदू विश्वविद्यालय
वाराणसी, उत्तर प्रदेश

राजाराम नित्यानंद
निदेशक
रेडियो-खगोल भौतिकी राष्ट्रीय केंद्र
पुणे, महाराष्ट्र

पी.सी. जैन
प्रोफेसर
भौतिकी एवं खगोल भौतिकी विभाग
दिल्ली विश्वविद्यालय
दिल्ली

विजय ए. सिंह
प्रोफेसर
भौतिकी विभाग
इंडियन इंस्टीट्यूट ऑफ टैक्नोलॉजी
कानपुर, उत्तर प्रदेश

अरविंद कुमार
निदेशक
होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र
मुंबई, महाराष्ट्र

ए.एस. निगवेकर
अध्यक्ष
विश्वविद्यालय अनुदान आयोग
नई दिल्ली

डी.पी. तिवारी
प्रोफेसर (अवकाशप्राप्त)
भौतिकी विभाग
इंडियन इंस्टीट्यूट ऑफ टैक्नोलॉजी
दिल्ली

एन.सी.ई.आर.टी. संकाय
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग

वी.पी. श्रीवास्तव
रीडर

बी.के. शर्मा (**समन्वयक**)
प्रोफेसर

हिंदी रूपांतर

एस.एस. कुशवाहा — गगन गुप्त
आर.एम.पी. जायसवाल — जे.पी. अग्रवाल
विनोद प्रकाश — आर.एस. दास
एम.एन. बापट — एम.के. गांधी

हिंदी रूपांतर के संपादक

आर.एम.पी. जायसवाल — जे.पी. अग्रवाल
बी.के. शर्मा — गगन गुप्त
वी.पी. श्रीवास्तव

हिंदी रूपांतर की समीक्षा कार्यगोष्ठी के सदस्य

सुरेश चंद्र
वैज्ञानिक (अवकाशप्राप्त)
भौतिकी विभाग
बनारस हिंदू विश्वविद्यालय
वाराणसी, उत्तर प्रदेश

डी.पी. तिवारी
प्रोफेसर (अवकाशप्राप्त)
भौतिकी विभाग
इंडियन इंस्टीट्यूट ऑफ टैक्नोलॉजी, दिल्ली

आर.एम.पी. जायसवाल
प्रोफेसर (अवकाशप्राप्त)
भौतिकी विभाग
कुरुक्षेत्र विश्वविद्यालय
कुरुक्षेत्र, हरियाणा

एस.एस. कुशवाहा
कुलपति
रांची विश्वविद्यालय
रांची, झारखंड

विनोद प्रकाश
प्रोफेसर
भौतिकी विभाग
इलाहाबाद विश्वविद्यालय
इलाहाबाद, उत्तर प्रदेश

नीरज खरे
वैज्ञानिक
राष्ट्रीय भौतिक प्रयोगशाला
नई दिल्ली

ओ.पी. खंडेलवाल
रीडर (अवकाशप्राप्त)
द्रोणाचार्य राजकीय महाविद्यालय
गुड़गांव, हरियाणा

जे.पी. अग्रवाल
प्राचार्य (अवकाशप्राप्त)
शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली

कन्हैया लाल
प्राचार्य (अवकाशप्राप्त)
शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली

एम.के. गांधी
स्नातकोत्तर शिक्षक
दिल्ली पब्लिक स्कूल
गाजियाबाद, उत्तर प्रदेश

के.एस. उपाध्याय
स्नातकोत्तर शिक्षक
जवाहर नवोदय विद्यालय
मुजफ्फर नगर, उत्तर प्रदेश

ए.के. गुप्ता
स्नातकोत्तर शिक्षक
केंद्रीय विद्यालय
टैगोर गार्डन, नई दिल्ली

राम प्रकाश गुप्त
स्नातकोत्तर शिक्षक
राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय
हरि नगर, नई दिल्ली

शेर सिंह
स्नातकोत्तर शिक्षक
नवयुग स्कूल
लोदी रोड, नई दिल्ली

रमा कांत तिवारी
प्रवक्ता
एच.एम.डी.ए.वी.उ.मा. विद्यालय
दरियागंज, नई दिल्ली

जे.सी. शर्मा
जिला प्रशिक्षण एवं स्थापन अधिकारी
शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली

पी.आर. तिवारी
स्नातकोत्तर शिक्षक
चिन्मय विद्यालय
वसंत विहार, नई दिल्ली

आर.एस. दास
उपप्राचार्य
बलवंत राय मेहता विद्या भवन
उ. मा. विद्यालय
लाजपत नगर, नई दिल्ली

विवेक मिश्रा
अध्यक्ष
भौतिकी विभाग
माउंट कारमेल
आनंद निकेतन, नई दिल्ली

नीलम सहगल
स्नातकोत्तर शिक्षिका
केंद्रीय विद्यालय
जे.एन.यू. कैंपस, नई दिल्ली

राकेश कुमार
स्नातकोत्तर शिक्षक
नवयुग विद्यालय
गोल मार्केट, पेशवा रोड, नई दिल्ली

संत प्रकाश
रीडर
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान
भोपाल, मध्य प्रदेश

एम.एन. बापट
रीडर
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान
मैसूर, कर्नाटक

पी.सी. अग्रवाल
रीडर
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान
भुवनेश्वर, उड़ीसा

वेद प्रकाश आर्य
प्रवक्ता
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान
अजमेर, राजस्थान

एम.एम. सहजवानी
सहायक प्रधानाध्यापक
डी.एम. स्कूल
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान
मैसूर, कर्नाटक

एन.सी.ई.आर.टी. संकाय
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग

बी.के. शर्मा
प्रोफेसर

गगन गुप्त
रीडर

वी.पी. श्रीवास्तव **(समन्वयक)**
रीडर

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य – भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे,

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे,

(ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण बनाए रखे,

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे,

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो महिलाओं के सम्मान के विरुद्ध हों,

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे,

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे,

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे,

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे, और

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊंचाइयों को छू सके।

विषयसूची

अध्याय 1

विद्युत्-आवेश तथा क्षेत्र

1.1 भूमिका

विद्युत् तथा चुंबकत्व का विज्ञान आधुनिक प्रौद्योगिकीय सभ्यता का आधार है। विद्युत् शक्ति, दूरसंचार, रेडियो तथा दूरदर्शन, और हमारे दैनिक जीवन में उपयोगी अनेक व्यावहारिक प्रयुक्तियां इसी विज्ञान के सिद्धांतों पर आधारित हैं। इतना होने पर भी 200 वर्ष पूर्व तक विद्युत् एवं चुंबकीय परिघटनाएं हमारे चारों ओर की परिघटनाओं से असंबद्ध, असाधारण एवं विलक्षण प्रतीत होती थीं। परंतु, पिछली दो शताब्दियों में हमारे प्रकृति से संबंधित ज्ञान में अत्यधिक प्रगति हुई है। *अब हम यह भली भांति जान गए हैं कि गुरुत्वाकर्षण बल की भांति विद्युत् बल भी इतना ही व्यापक है तथा* ये दोनों मूल बल लगभग सभी प्राकृतिक परिघटनाओं के मूल आधार हैं (कक्षा XI का अध्याय 1 देखिए)। इसका कारण यह है कि द्रव्य का प्रत्येक टुकड़ा, चाहे वह कुल मिलाकर विद्युत् उदासीन क्यों न हो, वास्तव में मूल आवेशित अवयवों से मिलकर बना होता है। अत: यह आश्चर्य की बात नहीं है कि, द्रव्य के गुणों के सूक्ष्म ज्ञान के लिए, विद्युत् तथा चुंबकीय परिघटनाओं के अध्ययन की आवश्यकता होती है।

विद्युत् तथा चुंबकीय परिघटनाएं, चूंकि दोनों ही आवेशित कणों से व्युत्पन्न होती हैं, अत: इन्हें व्यापक रूप में, एक ही वर्ग में रखा जाता है। जैसा कि आप अध्याय 5 में अध्ययन करेंगे, चुंबकत्व आवेशित कणों की गति के कारण उत्पन्न होता है। गतिशील आवेशित कण एक-दूसरे पर, विद्युत् तथा चुंबकीय, दोनों ही प्रकार के बल आरोपित करते हैं। इस अपृथकनीय प्रकृति के कारण ही विद्युत् तथा चुंबकत्व एक व्यापक विषय *विद्युत्-चुंबकत्व* के दो पक्ष अथवा पहलू माने जाते हैं। परंतु, एक ऐसे निर्देश फ्रेम जिसमें सभी आवेश विराम अवस्था में हों, आरोपित बल पूर्णतया विद्युत्-बल होते हैं। स्थिर विद्युतिकी विषय के अंतर्गत, जैसा कि नाम से ध्वनित होता है, स्थिर आवेशों की भौतिकी का अध्ययन किया जाता है। इस तथा अगले अध्याय में हम *स्थिर विद्युतिकी* से संबंधित विषय वस्तु का अध्ययन करेंगे।

चार्ल्स ऑगस्टिन डे कूलॉम (1736–1806)

फ्रांसिसी भौतिकविद्, कूलॉम ने वेस्टइंडीज में एक फौजी इंजीनियर के रूप में अपने कैरियर की शुरूआत की। 1776 में वे पेरिस वापस लौट आए और एक छोटी-सी जायदाद बना कर एकांत में अपना वैज्ञानिक शोध करने लगे। इन्होंने बल का परिमाण ज्ञात करने के लिए एक ऐंठन-तुला का आविष्कार किया और इसका उपयोग छोटे आवेश युक्त गोलों के बीच विद्युतीय आकर्षण या विकर्षण बलों को ज्ञात करने के लिए किया। इस प्रकार 1785 में, वे प्रतिलोम वर्ग नियम के उस परिणाम पर पहुँचे जिसे आज हम कूलॉम नियम के नाम से जानते हैं। इस नियम का पूर्वानुमान प्रिस्टले तथा कैवेन्डिश को भी था पर कैवेंडिश ने अपने परिणाम कभी प्रकाशित नहीं किए। कूलॉम ने समान एवं असमान चुंबकीय ध्रुवों के बीच लगने वाले बलों के प्रतिलोम वर्ग नियम का भी पता लगाया।

हेनरी कैवेंडिश (1731-1810)

उत्कृष्ट भौतिकविद् एवं रसायनज्ञ। 40 वर्ष की उम्र में विरासत में संपत्ति प्राप्त करके वे धनवान हो गए पर पूरी जिन्दगी एकांतवास कर बिताई। विद्युत् संबंधी उनकी खोजों के परिणाम अप्रकाशित एवं अज्ञात रहे। 1875 में मैक्सवेल ने इन्हें संपादित कर प्रकाशित किया। स्थिर-विद्युतीय आकर्षण एवं विकर्षण बलों के नियम के अतिरिक्त उन्होंने प्रयोगशाला में न्यूटन के गुरुत्वीय अचरांक का मान ज्ञात करने के लिए एक ऐंठन-तुला का आविष्कार किया और इस प्रकार पृथ्वी का भार ज्ञात किया। उन्होंने वायु की संरचना एवं हाइड्रोजन के गुण ज्ञात करने के लिए प्रयोग किए। 1871 में कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय में उनके सम्मान में कैवेन्डिश प्रयोगशाला स्थापित की गई।

1.2 विद्युत्-आवेश

चूंकि विद्युत-आवेश की प्रारंभिक धारणा के विषय में आपको कुछ जानकारी हो चुकी है, अतः अनुभाग 1.1 में हमने पद 'विद्युत्-आवेश' का उपयोग किया है। आवेश दो प्रकार के होते हैं। सजातीय आवेशों में परस्पर प्रतिकर्षण तथा विजातीय आवेशों में परस्पर आकर्षण होता है। इन तथ्यों को घर्षण विद्युत् (घर्षण द्वारा आवेशन) के सरल प्रयोगों द्वारा दर्शाया जा सकता है।

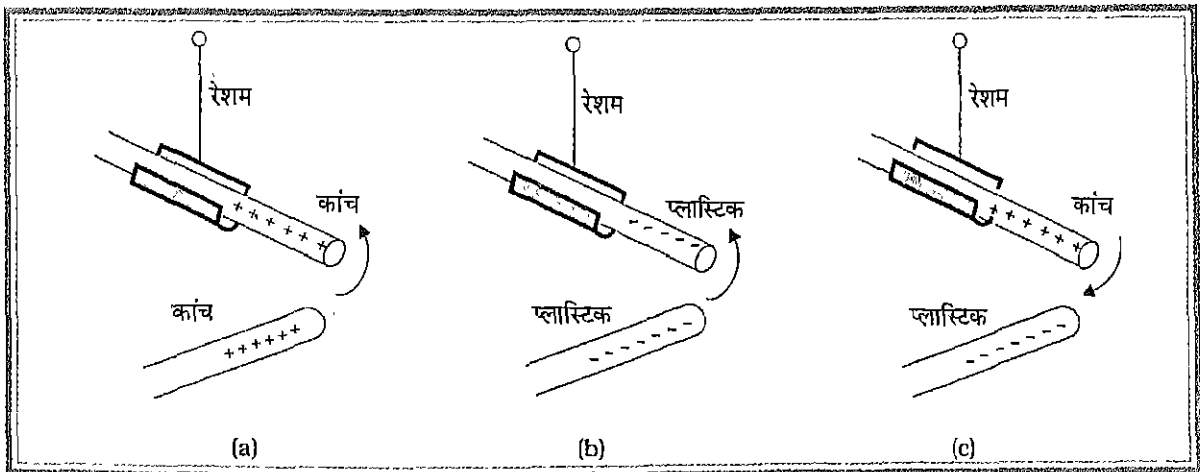
(a) एक कांच की छड़ लेकर इसके एक सिरे को रेशम के टुकड़े से रगड़कर किसी लंबे धागे से बांधकर लटकाइए। एक अन्य कांच की छड़ लीजिए, इसके एक सिरे को रेशम के टुकड़े से रगड़कर, पहली छड़ के आवेशित सिरे के निकट लाइए। धागे से लटकी छड़ दूर जाती प्रतीत होगी जो प्रतिकर्षण दर्शाती है (चित्र 1.1a)।

(b) इसी प्रयोग को फिर से दोहराइए, परंतु इस बार प्लास्टिक की दो छड़ें लेकर उन्हें समूर (फर) से रगड़िए। इस प्रकरण में भी आप दोनों छड़ों के सिरों के बीच प्रतिकर्षण बल देखेंगे (चित्र 1.1b)।

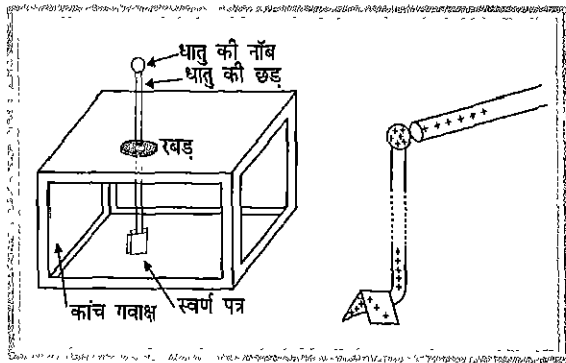
(c) इसी प्रयोग को एक संशोधन के साथ फिर दोहराइए। इस बार एक कांच की छड़ लीजिए और इसका एक सिरा रेशम के टुकड़े से रगड़िए तथा दूसरी छड़ प्लास्टिक की लीजिए और इसका एक सिरा फर से रगड़िए। दोनों छड़ों के रगड़े हुए सिरे एक-दूसरे को अपनी ओर आकर्षित करते प्रतीत होंगे (चित्र 1.1c)।

इन प्रेक्षणों की सरल व्याख्या यह है कि कांच की छड़ रेशम से रगड़े जाने पर एक प्रकार का 'कुछ' अर्जित कर लेती है जिसे हम **आवेश** कहते हैं। प्लास्टिक की छड़ फर से रगड़े जाने पर अन्य प्रकार का आवेश अर्जित करती है। सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं तथा विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

इन प्रयोगों को वस्तुओं के अन्य युगलों को घर्षण द्वारा आवेशित करके दोहराया जा सकता है। प्रत्येक प्रकरण में आप अपने प्रेक्षणों की व्याख्या, आवेशों का नामांकन, दो प्रकार से- या तो वह जो कांच की छड़ रेशम से रगड़ने पर अर्जित करती है, अथवा वह जो प्लास्टिक की छड़ फर से रगड़ने पर अर्जित करती है - करके कर सकते हैं। इससे यह प्रदर्शित होता है कि आवेश केवल दो प्रकार का ही होता है, इसका कोई तीसरा प्रकार नहीं है। परिपाटी के अनुसार रेशम से रगड़ने पर कांच की छड़ जो आवेश अर्जित करती है, उसे **धनावेश** (Positive charge) तथा फर से रगड़ने पर जो आवेश प्लास्टिक की छड़ अर्जित करती है, उसे **ऋणावेश** (Negative charge) कहते हैं।

इससे संबंधित एक अन्य प्रेक्षण यह है कि जब प्लास्टिक की छड़ फर से रगड़ी जाती है तो प्लास्टिक की छड़ ऋणावेश अर्जित करती है और साथ ही प्रयोगों द्वारा यह पाया गया है कि फर स्वयं धनावेश अर्जित कर लेता है। परंतु यदि छड़ तथा फर दोनों को एक-दूसरे के संपर्क में लाएं, तो दोनों से आवेशों का विलोपन हो जाता है। अब वे अन्य आवेशित वस्तुओं को आकर्षित अथवा प्रतिकर्षित नहीं करतीं। इसी प्रकार के प्रेक्षण कांच की छड़ को रेशम से रगड़ने पर भी सत्य पाए गए हैं। इन प्रेक्षणों का सरल कारण यह है कि उदासीन वस्तुओं पर दोनों प्रकार के आवेश (धनावेश तथा ऋणावेश) समान परिमाण में होते हैं। जब दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ते हैं, तब एक वस्तु का

चित्र 1.1 सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित तथा विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

कुछ आवेश दूसरी वस्तु में स्थानांतरित हो जाता है। (जैसा कि हम आगे अध्ययन करेंगे कि अधिक गतिशील इलेक्ट्रॉन का ऋणावेश ही प्रवाहित होता है।) यदि घर्षण द्वारा, मान लीजिए A से B को ऋणावेश स्थानांतरित होता है, तो A धनावेश अर्जित करती है जबकि B ऋणावेश अर्जित करती है। A तथा B दोनों को वापस संपर्क में लाने पर B का अतिरिक्त ऋणावेश वापस A में प्रवाहित हो जाता है तथा परिणामस्वरूप, दोनों वस्तुएं फिर उदासीन हो जाती हैं। इससे यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि आवेश न तो उत्पन्न होता है और न ही नष्ट होता है, परंतु इसे एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित किया जा सकता है।

किसी वस्तु पर आवेश के संसूचन अथवा पहचान के लिए, एक सरल उपकरण, जिसे पत्र विद्युतदर्शी (Leaf electroscope, चित्र 1.2) कहते हैं, उपयोग किया जाता है। इसमें कांच के एक बॉक्स में एक धातु की छड़ ऊर्ध्वाधर लगी होती है तथा छड़ के निचले सिरे पर सोने के दो पतले पत्र जुड़े होते हैं। जब कोई आवेशित वस्तु इस छड़ के ऊपरी सिरे पर लगी धातु की नॉब (घुंडी) से स्पर्श करती है तो विद्युत्-आवेश पत्रों तक प्रवाहित होकर उन्हें अपसारित (diverge) कर देता है। पत्रों के अपसारित होने की मात्रा आवेश के परिमाण को संसूचित करती है।

चित्र 1.2 *पत्र विद्युतदर्शी*

1.3 विद्युत् तथा द्रव्य

यद्यपि हम द्रव्य की परमाण्वीय रचना के बारे में विस्तार से अध्ययन आगे के अध्याय में करेंगे, तथापि यहाँ इसके चित्रण को ध्यान में रखना उपयोगी रहेगा। सभी पदार्थों की मूल इकाई परमाणु है। प्रत्येक परमाणु का एक छोटा क्रोड (नाभिक) होता है जिसमें उसका लगभग समस्त द्रव्यमान केंद्रित होता है तथा हल्के कण (इलेक्ट्रॉन) नाभिक के चारों ओर परिक्रमा करते रहते हैं। नाभिक तथा इलेक्ट्रॉन पर एक-दूसरे के विपरीत विद्युत् आवेश होते हैं। मान्य परिपाटी, जिसका अनुभाग 1.2 में वर्णन कर चुके हैं, के अनुसार नाभिक धनावेशित तथा इलेक्ट्रॉन ऋणावेशित* होते हैं। नाभिक धनावेशित प्रोटॉनों तथा विद्युत् उदासीन कणों, जिन्हें न्यूटॉन कहते हैं, से मिलकर बना होता है। इलेक्ट्रॉन प्रोटॉनों तथा न्यूट्रॉनों की तुलना में काफी हल्का होता है; इसका द्रव्यमान प्रोटॉन अथवा न्यूट्रॉन के द्रव्यमान का लगभग दो हजारवां भाग (1/2000) होता है। किसी प्रोटॉन का आवेश परिमाण में यथार्थत: इलेक्ट्रॉन के आवेश के बराबर होता है। इस प्रकार, किसी उदासीन परमाणु (अथवा उदासीन द्रव्य) में, प्रोटॉनों की कुल संख्या इलेक्ट्रॉनों की कुल संख्या के बराबर होती है।

अब आप भली-भांति समझ सकते हैं कि दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ने पर प्राय: ऋण आवेश का स्थानांतरण ही क्यों होता है। हल्के इलेक्ट्रॉनों में से जो इलेक्ट्रॉन नाभिक से अपेक्षाकृत कम आबंधित होते हैं, अपने परमाणु को छोड़कर एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित हो जाते हैं। इस प्रकार, जब कांच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़ते हैं तो कुछ इलेक्ट्रॉन छड़ से कपड़े में प्रवाहित हो जाते हैं, जिससे छड़ धनावेशित हो जाती है तथा रेशम का टुकड़ा ऋणावेशित हो जाता है। अत: स्पष्ट है कि रगड़ने की प्रक्रिया में न तो कोई आवेश उत्पन्न होता है और न ही नष्ट होता है। साथ ही, जितने इलेक्ट्रॉन प्राय: एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित होते हैं, उनकी संख्या वस्तु में उपस्थित कुल इलेक्ट्रॉनों अथवा प्रोटॉनों की संख्या की तुलना में बहुत कम होती है। इस प्रकार, किसी वस्तु में घर्षण द्वारा अर्जित आवेश, भिन्नात्मक रूप में, उस वस्तु के कुल धनात्मक तथा ऋणात्मक आवेश का एक अत्यधिक छोटा भिन्न होता है।

कुछ पदार्थ इलेक्ट्रॉनों को अपने में से होकर सरलतापूर्वक जाने देते हैं जबकि कुछ अन्य ऐसा नहीं करते। उदाहरण के रूप में, यदि आप किसी धनावेशित प्लास्टिक की छड़ को तांबे के तार द्वारा किसी सरकंडे की गोली (Pith ball) से संयोजित करें तो वह गोली लगभग तत्क्षण ही आवेशित हो जाती है। इसका कारण यह है कि आवेश का कुछ भाग तांबे के तार से

* यह परिपाटी कुछ दुर्भाग्यपूर्ण है, चूंकि इलेक्ट्रॉन ही बहुधा विद्युत् वाहक होते हैं। यह अत्यधिक सुगम हो गया होता, यदि परिपाटी के अनुसार इलेक्ट्रॉन को धनावेश माना गया होता। परंतु, जैसा वास्तविक जीवन में भी होता है, विज्ञान में भी ऐतिहासिक परिपाटी के कारण हम अटक कर उसे ही जीवन भर भुगतते रहते हैं।

होकर गोली तक पहुंच जाता है। परंतु, यदि तांबे के तार के स्थान पर हम नाइलॉन का तार लें तो ऐसा नहीं होगा। तांबे का तार विद्युत् का चालक है जबकि नाइलॉन का तार विद्युत्रोधी होता है। अधिकांश पदार्थ इन दो श्रेणियों*: चालक तथा विद्युत्रोधी, में से किसी एक श्रेणी में आते हैं। चालकों में, व्यष्टिगत परमाणुओं के कुछ बाह्य इलेक्ट्रॉन वियोजित होकर पदार्थ के भीतर लगभग मुक्त रूप से विचरण करते हैं। विद्युत्रोधियों में मुक्त इलेक्ट्रॉन नहीं होते (अथवा संख्या लगभग नगण्य होती है)। इन्हीं मुक्त इलेक्ट्रॉनों के कारण चालक आवेश को अपने भीतर से सुगमतापूर्वक जाने देते हैं।

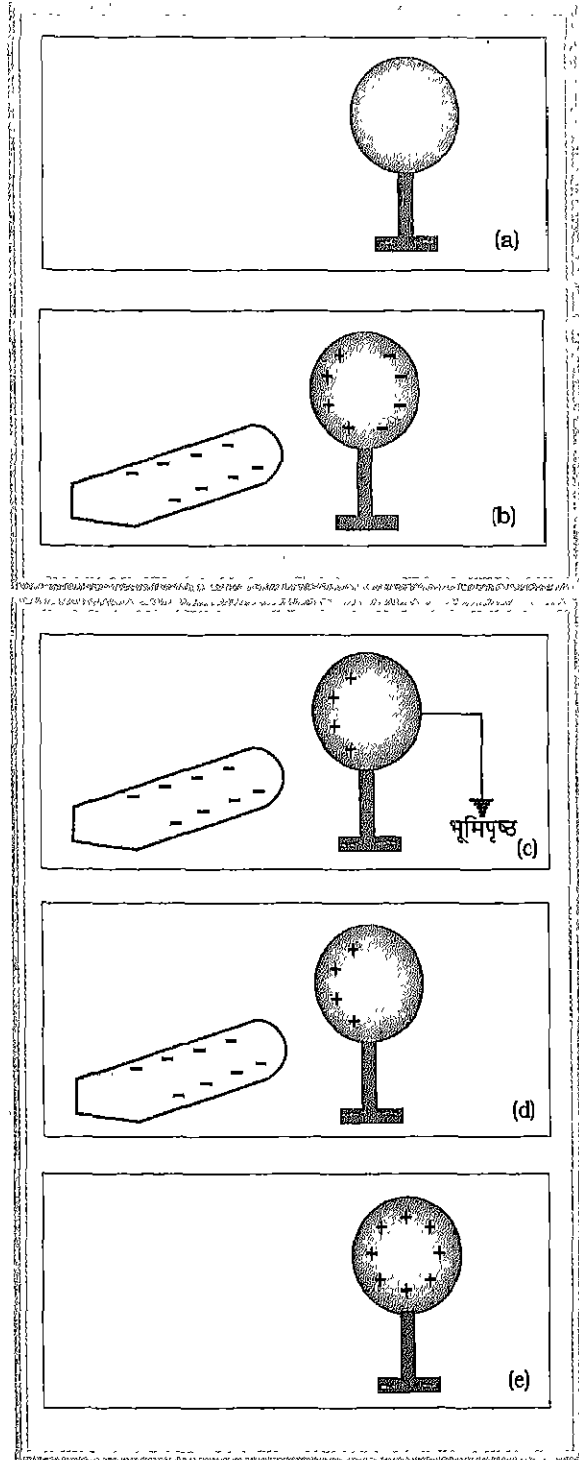
1.4 प्रेरण द्वारा आवेशन

हमने देखा कि किसी वस्तु को किसी अन्य आवेशित वस्तु के साथ सीधे संपर्क में रखकर, अथवा किसी चालक द्वारा संयोजित करके आवेशित किया जा सकता है। इस प्रकार, जब किसी आवेशित प्लास्टिक छड़ को किसी सरकंडे की गोली के संपर्क में अथवा तांबे के तार द्वारा संयोजित करते हैं, तो इसका कुछ आवेश गोली में स्थानांतरित हो जाता है। प्रेरण द्वारा *आवेशित करने में, कोई आवेशित* वस्तु A किसी *अन्य* वस्तु B को, जो किसी भी रूप में वस्तु A के संपर्क में नहीं है, विपरीत चिह्न का (अर्थात् विजातीय) आवेश प्रदान करती है। चूंकि दोनों वस्तुओं में कोई संपर्क नहीं है, वस्तु A के आवेश में कोई हानि नहीं होती।

चित्र 1.3 में किसी धातु के गोले को प्रेरण द्वारा आवेशित करने में सम्मिलित चरणों को दर्शाया गया है।

(a) आरंभ में, किसी विद्युत्रोधी स्टैंड पर एक *अनावेशित* धात्विक गोला रखते हैं।

(b) जब गोले के निकट प्लास्टिक की आवेशित छड़ लाते हैं, तो गोले के मुक्त इलेक्ट्रॉन प्रतिकर्षण के कारण दूरस्थ सिरे पर एकत्र होने आरंभ हो जाते हैं। गोले का निकट का सिरा इलेक्ट्रॉनों की कमी के कारण धनावेशित हो जाता है। आवेश के वितरण होने की यह प्रक्रिया तब समाप्त होती है, जब धातु के भीतर के मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर नेट बल शून्य हो जाता है (यह प्रक्रिया अत्यंत तीव्र होती है–यह लगभग उसी क्षण हो जाती है)।

(c) जब गोले को भूसंपर्कित करते हैं, अर्थात् जब इसे किसी चालक तार द्वारा भूमिपृष्ठ से संयोजित करते हैं, तब

चित्र 1.3 प्रेरण द्वारा आवेशन

* एक तृतीय महत्त्वपूर्ण श्रेणी भी है–अर्द्धचालक–जिसके विषय में यहां चर्चा नहीं करेंगे। अर्द्धचालकों के विषय में अध्याय 15 में चर्चा की जाएगी।

ऋणावेश (इलेक्ट्रॉन) भूमिपृष्ठ की ओर प्रवाहित हो जाते हैं। निकट के सिरे पर धनावेश, बाह्य आवेश के आकर्षण बल के कारण रुका रहता है।

(d) जब गोले को भूमिपृष्ठ से वियोजित कर देते हैं, तो धनावेश उसके निकट के सिरे पर निरंतर रुका रहता है।

(e) जब प्लास्टिक की छड़ को हटा लेते हैं, तो धनावेश गोले के समस्त पृष्ठ पर एक समान रूप से फैल जाता है।

जब धनावेशित छड़ का उपयोग प्रेरण द्वारा गोले को आवेशित करने में किया जाता है, तब भी इन्हीं चरणों का उपयोग किया जाता है। परंतु ध्यान दीजिए, इस प्रकरण में चरण (c) में इलेक्ट्रॉन भूमिपृष्ठ से गोले की ओर प्रवाहित होते हैं।

1.5 कूलॉम का नियम

कूलॉम का नियम दो **बिंदु आवेशों** के बीच लगे बल के विषय में एक मात्रात्मक प्रकथन है। जब आवेशित वस्तुओं के रैखिक आकार उनको पृथक् करने वाली दूरी की तुलना में बहुत कम होते हैं, तब ऐसी आवेशित वस्तुओं के आकारों की उपेक्षा करके उन्हें **बिंदु आवेश** कहा जाता है। कूलॉम (1736-1806) ने दो **बिंदु आवेशों** के बीच लगे बल को मापा और यह पाया कि यह बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती है। इस प्रकार, यदि q_1 तथा q_2 परिमाण के दो बिंदु आवेशों के बीच की दूरी r है, तो उनके बीच लगने वाले बल (F) का परिमाण होता है

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \qquad (1.1)$$

अपने प्रयोगों द्वारा कूलॉम इस नियम तक किस प्रकार पहुँचे? कूलॉम ने दो आवेशित धातु के गोलों के बीच लगने वाले बल को मापने के लिए एक ऐंठन तुला या विमोटन तुला* (Torsion Balance) का उपयोग किया था। जब दो आवेशित गोलों के बीच पृथकन प्रत्येक गोले की त्रिज्या की तुलना में काफी अधिक होता है तब आवेशित गोलों को बिंदु आवेश की भांति माना जा सकता है। परंतु, आरंभ में गोलों पर आवेशों के परिमाण ज्ञात नहीं थे। तब कूलॉम किस प्रकार समीकरण (1.1) के संबंध को खोज पाए? कूलॉम की सोच अत्यंत सरल थी जो इस प्रकार थी : मान लीजिए एक धात्विक गोले पर आवेश q है, तब यदि इस गोले को उसके सर्वसम अन्य गोले के संपर्क में रखें तो वही आवेश q दोनों गोलों पर एकसमान रूप में फैल जाएगा। सममिति द्वारा, दोनों गोलों में प्रत्येक पर आवेश का परिमाण $\frac{q}{2}$ ** होगा। इस प्रक्रिया को दोहराकर हम $q/2$, $q/3$, $q/4$, आदि परिमाण के आवेशों को प्राप्त कर सकते हैं। विभिन्न दूरियों पर आवेशों के विभिन्न युगलों को रखकर उनके बीच लगने वाले बलों की तुलना करने पर, कूलॉम समीकरण (1.1) के संबंध तक पहुंच गए।

यहाँ ध्यान देने योग्य आश्चर्यजनक बात यह है कि कूलॉम आवेशों के सुस्पष्ट परिमाण जाने बिना ही अपने नियम की खोज तक पहुँच गए। वास्तव में इसे अन्य प्रकार से भी ले सकते हैं। कूलॉम के नियम से आवेश के मात्रक की परिभाषा भी प्राप्त की जा सकती है। अब तक समीकरण (1.1) में k का मान यादृच्छिक है। हम मनमाने ढंग से k को कोई भी मान दे सकते हैं। k के मान के चुनाव से ही आवेश के मात्रक का आकार निर्धारित होता है। SI मात्रकों में k का मान लगभग 9×10^9 है। इस चुनाव के परिणामस्वरूप आवेश का जो मात्रक प्राप्त होता है, उसे कूलॉम (coulomb, प्रतीक C) कहते हैं। समीकरण (1.1) में k का यह मान रखने पर हम देखते हैं कि

$q_1 = q_2 = 1$ C तथा $r = 1$ m के लिए
$F = 9 \times 10^9$ N

इसका यह अर्थ है कि 1C आवेश वह आवेश है जो इसी परिमाण के अन्य आवेश से निर्वात में 1m दूरी पर रखे जाने पर 9×10^9 न्यूटन*** परिमाण का प्रतिकर्षी विद्युत् बल अनुभव करता है। स्पष्ट रूप से 1C आवेश का एक बड़ा मात्रक है। व्यवहार में, स्थिर विद्युतिकी में आवेश के छोटे मात्रक जैसे 1 mC = (10^{-3} C) अथवा 1 μC = (10^{-6} C) आदि का उपयोग किया जाता है।

समीकरण (1.1) में दिए गए नियतांक k को आगे सुविधा के लिए प्राय: इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (1.2)$$

* विमोटन तुला बल मापने की एक सुग्राही युक्ति होती है, जिसका विस्तृत वर्णन हम यहां नहीं कर रहे हैं। बाद में इस तुला का उपयोग कैवेंडिश ने दो पिंडो के बीच लगने वाले अत्यंत क्षीण गुरुत्वाकर्षण बल को मापकर न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम को सत्यापित करने में किया था।

** इसमें आवेशों की योज्यशीलता की मान्यता : दो आवेश (प्रत्येक $q/2$) मिलकर कुल आवेश q बनाते हैं, अंतर्निहित है।

*** सही अर्थों में, SI मात्रकों में, 1 कूलॉम = 1 ऐंपियर सेकंड, यहां 1 ऐंपियर को दो विद्युत्वाही तारों के बीच लगने वाले चुंबकीय बल के पदों में परिभाषित किया जाता है (अध्याय 5 देखिए)।

अतः कूलॉम के नियम को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \qquad (1.3)$$

ε_0 के पदों में, आगे के कुछ समीकरण सरल बन जाते हैं। SI मात्रकों में ε_0 का मान है:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\, C^2\, N^{-1}\, m^{-2}$$

हम कूलॉम के नियम को सदिश संबंध के रूप में और अच्छी तरह व्यक्त कर सकते हैं। आइए, इसके लिए पहले अपने संकेत चिह्न स्थापित कर लें :

आवेश q_1 का स्थिति सदिश = $\mathbf{r}_1$
आवेश q_2 का स्थिति सदिश = $\mathbf{r}_2$
q_2 द्वारा q_1 पर आरोपित बल = $\mathbf{F}_{12}$
q_1 द्वारा q_2 पर आरोपित बल = $\mathbf{F}_{21}$ (1.4)

दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 को सुविधा के लिए अंक (संख्या) 1 तथा 2 द्वारा व्यक्त किया गया है।

इसके अतिरिक्त, 1 से 2 की ओर जाते सदिश के लिए $\mathbf{r}_{21}$ लिखते हैं :

$$\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \qquad (1.5)$$

इसी प्रकार, 2 से 1 की ओर जाते सदिश के लिए $\mathbf{r}_{12}$ लिखते हैं :

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_{21} \qquad (1.6)$$

सदिशों $\mathbf{r}_{21}$ तथा $\mathbf{r}_{12}$ (दोनों के ही) के परिमाण का संकेतन r_{12} द्वारा करते हैं :

$$|\mathbf{r}_{21}| = |\mathbf{r}_{12}| = r_{12} = r_{21} \qquad (1.7)$$

किसी सदिश की दिशा का विशेष उल्लेख उस सदिश के अनुदिश एकांक सदिश द्वारा किया जाता है। 1 से 2 की ओर की दिशा के संकेतन (अथवा 2 से 1 की ओर) के लिए, हम एकांक सदिश को इस प्रकार परिभाषित करते हैं :

$$\hat{\mathbf{r}}_{21} = \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}} = 1 \text{ से } 2 \text{ की दिशा में एकांक सदिश} \qquad (1.8)$$

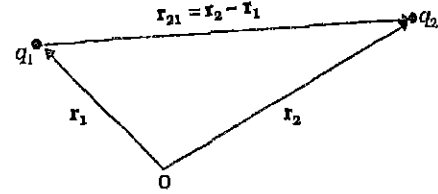
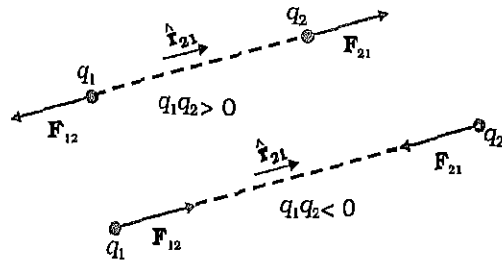
$$\hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} = 2 \text{ से } 1 \text{ की दिशा में एकांक सदिश} \qquad (1.9)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{21} = -\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर अवस्थित आवेशों q_1 तथा q_2 बिंदु आवेशों के बीच लगे कूलॉम बल नियम को, तब इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\, \hat{\mathbf{r}}_{21} \qquad (1.10)$$

समीकरण (1.10) पर कुछ टिप्पणियां करना प्रासंगिक है :

1. समीकरण (1.10) q_1 तथा q_2 के दोनों चिह्नों, धनात्मक अथवा ऋणात्मक के लिए प्रामाणिक है। इसकी जांच सरलतापूर्वक की जा सकती है। यदि दोनों आवेशों के चिह्न समान (दोनों ही धनात्मक अथवा ऋणात्मक) हैं, तब $\mathbf{F}_{21}$, $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ के अनुदिश है, जो प्रतिकर्षण को दर्शाता है और ऐसा ही सजातीय आवेशों के लिए होना चाहिए। यदि q_1 तथा q_2 के चिह्न विपरीत हैं तब $\mathbf{F}_{21}$, $-\hat{\mathbf{r}}_{21} = \hat{\mathbf{r}}_{12}$ के अनुदिश है, जो आकर्षण को दर्शाता है और इसी की हम विजातीय आवेशों के लिए आशा करते हैं। इस प्रकार, हमें सजातीय और विजातीय आवेशों के लिए पृथक-पृथक समीकरण लिखने की आवश्यकता नहीं पड़ती। समीकरण (1.10) दोनों प्रकरणों को सही-सही प्रकट कर देता है (देखिए चित्र 1.5)।

चित्र 1.4 कूलॉम के नियम में दृष्टिगोचर होने वाले सदिशों के लिए संकेत चिह्न।

चित्र 1.5 आकर्षी तथा प्रतिकर्षी कूलॉम बलों की दिशाएं।

2. स्पष्टतया समीकरण (1.10) से 1 तथा 2 में सरल अंतर्परिवर्तन करके $\mathbf{F}_{12}$ प्राप्त किया जा सकता है, अर्थात्,

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\, \hat{\mathbf{r}}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

इस प्रकार, कूलॉम का नियम न्यूटन के तृतीय नियम के अनुरूप ही है।

3. कूलॉम के नियम [समीकरण (1.10)] से निर्वात में रखे दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच लगने वाला बल प्राप्त होता है। यदि आवेश किसी द्रव्य में रखे हैं अथवा दोनों आवेशों के बीच के रिक्त स्थान में कोई द्रव्य भरा है, तब द्रव्य के आवेशित अवयवों की उपस्थिति के कारण परिस्थिति जटिल बन जाती है। अगले अध्याय में हम द्रव्य में स्थिर विद्युतिकी के बारे में विचार करेंगे।

उदाहरण 1.1 एक धातु का आवेशित गोला A, नाइलॉन की डोरी से लटका है। विद्युत्‌रोधी हत्थी युक्त दूसरा धातु का आवेशित गोला B पहले आवेशित गोले A के इतने निकट लाया जाता है कि दोनों गोलों के केंद्रों के बीच दूरी 9.0 cm है। गोले A का परिणामी प्रतिकर्षण बल नोट किया जाता है (उदाहरणार्थ, गोले A पर चमकीला प्रकाश पुंज डालकर तथा किसी अंशांकित पर्दे पर इसकी छाया का विक्षेपण मापकर)। गोलों A तथा B को क्रमशः अनावेशित गोलों C तथा D से स्पर्श कराया जाता है। तत्पश्चात्‌ C तथा D को हटाकर B को A की ओर इतना निकट लाया जाता है कि अब दोनों के केंद्रों के बीच की दूरी 4.5 cm हो जाए। इस स्थिति में कूलॉम के नियम के अनुसार गोले A में अपेक्षित प्रतिकर्षण कितना होना चाहिए? गोले A तथा C और गोले B तथा D के आकार सर्वसम हैं। दोनों गोलों के आकारों को उनके बीच की दूरी की तुलना में नगण्य मानिए।

हल मान लीजिए गोले A पर आरंभिक आवेश q तथा गोले B पर आरंभिक आवेश q' है। दोनों के केंद्रों के बीच r दूरी होने पर प्रत्येक गोले पर लगने वाले स्थिर वैद्युत बल का परिमाण

$$F = k\frac{qq'}{r^2}$$

यहाँ दूरी r की तुलना में गोलों A तथा B के आकार नगण्य माने गए हैं। जब कोई समरूप (सर्वसम) परंतु अनावेशित गोला C गोले A से स्पर्श करता है, तो आवेश का पुनर्विभाजन A तथा C पर होता है तथा सममिति द्वारा, प्रत्येक गोले पर $(q/2)$ आवेश आ जाता है। इसी प्रकार, गोले D द्वारा गोले B को स्पर्श करने पर भी पुनर्विभाजन के पश्चात्‌ प्रत्येक पर $(q'/2)$ आवेश होता है। अब यदि A तथा B के बीच की दूरी आधी कर दी जाती है, तो प्रत्येक गोले पर स्थिर वैद्युत बल का परिमाण

$$F' = k\frac{(q/2)(q'/2)}{(r/2)^2} = k\frac{qq'}{r^2} = F$$

इस प्रकार, गोले A पर स्थिर वैद्युत प्रतिकर्षण बल अपरिवर्तित रहता है।

उदाहरण 1.2 दो आवेशों के बीच लगने वाले वैद्युत बल के लिए कूलॉम का नियम तथा दो संहतियों के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल के लिए न्यूटन का नियम दोनों में ही आवेशों/संहतियों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रम पर बलों की निर्भरता प्रकट होती है। किसी इलेक्ट्रॉन-प्रोटॉन निकाय के लिए इन दोनों बलों के परिमाणों को परिकलित करके इनकी प्रबलताओं की तुलना कीजिए।

हल r दूरी पर स्थित इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के बीच लगने वाला वैद्युत बल (विद्युत्‌-बल) है

$$F_e = \frac{-k\,e^2}{r^2}$$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न आकर्षण बल को प्रदर्शित करता है। इसके तदनुरूपी गुरुत्वाकर्षण बल (सदैव ही आकर्षी)

$$F_G = -G\frac{m_p\,m_e}{r^2}$$

यहाँ m_p तथा m_e प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन की संहतियाँ हैं।

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{k\,e^2}{G\,m_p\,m_e} = 2.4\times10^{39}$$

इन दोनों बलों का (विमाहीन) अनुपात यह दर्शाता है कि गुरुत्वाकर्षण बलों की तुलना में वैद्युत बल अत्यंत प्रबल होते हैं। सामान्य अनुभवों से भी यही प्रकट होता है। जब आप हाथ से कोई पुस्तक उठाते हैं, तो आपके हाथ की हथेलियों तथा पुस्तक के बीच के वैद्युत बल (इनके बीच वैद्युत बल क्यों होते हैं, जबकि पुस्तक तथा हाथ दोनों ही आवेशित नहीं हैं?) इतने प्रबल होते हैं कि पुस्तक पर संपूर्ण पृथ्वी द्वारा लगाए गए गुरुत्वाकर्षण बल का सामना कर लेते हैं।

1.6 विद्युत्‌-आवेश के मूल गुणधर्म

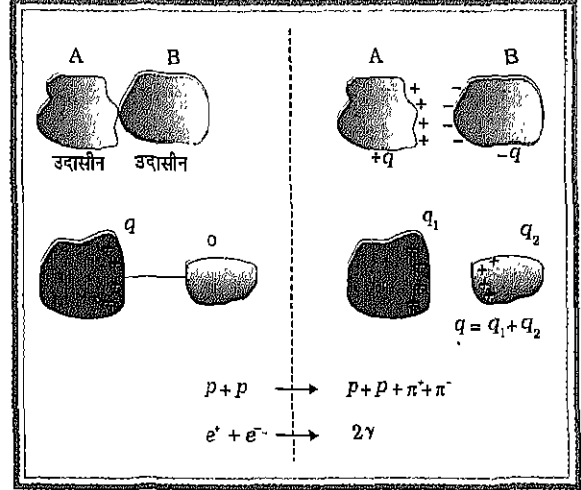
इस समय विद्युत्‌-आवेश (वैद्युत आवेश) के कुछ महत्त्वपूर्ण गुणधर्मों पर ध्यान देना लाभदायक होगा।

योज्यता

दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 के निकाय पर विचार कीजिए। निकाय का कुल आवेश q_1 तथा q_2 का सरल योग करके प्राप्त हो जाता है। इस प्रकार, आवेशों को वास्तविक संख्याओं (अदिशों) की भांति जोड़ा जा सकता है। किसी निकाय जिसमें आवेश q_1, q_2, ... ,q_n हों, का कुल आवेश $q_1 + q_2 + ... + q_n$ होता है। यह गुण संहति के गुण के समान है। संहति तथा आवेश दोनों ही अदिश हैं। इनकी अपने से संबद्ध स्थान में कोई दिशा नहीं होती। परंतु इनके अंतर पर ध्यान दीजिए। संहति सदैव ही धनात्मक संख्या होती है यह कदापि ऋणात्मक नहीं हो सकती। आवेश धनात्मक भी हो सकता है और ऋणात्मक भी। जब आप आवेशों का योग करते हैं, तो आपको उनके चिह्न को भी ध्यान में रखना होता है। किसी निकाय जिसमें तीन आवेश 2 μC, –5 μC तथा –6 μC हैं, का कुल आवेश –9 μC होता है। हमने इससे पहले की चर्चाओं में भी आवेशों के योज्यता के गुणधर्म का निर्विवाद उपयोग किया है।

विद्युत्-आवेश का संरक्षण

हम इस गुणधर्म का वर्णन पहले कर चुके हैं। आवेश एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित किया जा सकता है, परंतु इसे उत्पन्न अथवा नष्ट नहीं किया जा सकता। यदि आप किसी दिए गए स्थान (आयतन) में यह पाते हैं कि वहाँ आवेश के परिमाण में वृद्धि हो गई है, तो यह निश्चित है कि किसी अन्य स्थान से उस दिए गए स्थान (आयतन) में कुछ आवेश प्रवेश कर गया है। इसके विपरीत, यदि आवेश का परिमाण घट गया है, तो उस दिए गए आयतन से कुछ आवेश बाहर निकल गया है। यदि कोई निकाय वियुक्त है, अर्थात निकाय से न तो कोई आवेश बाहर जा सकता है और न ही उसमें प्रवेश कर सकता है, समय के साथ निकाय के कुल विद्युत्-आवेश में कोई और परिवर्तन नहीं होता। किसी वियुक्त निकाय के भीतर, निकाय की विभिन्न वस्तुओं के बीच अन्योन्य क्रियाओं द्वारा एक वस्तु से दूसरी वस्तु में आवेशों का स्थानांतरण हो सकता है, परंतु वियुक्त निकाय का कुल आवेश संरक्षित रहता है।

विद्युत्-आवेश के संरक्षण का नियम प्रकृति का एक यथार्थ नियम है। हमने इसे, अनुभाग 1.2 में घर्षण विद्युत् के प्रसंग में देखा था। परंतु यह प्रकृति के समस्त क्षेत्रों में सत्य है। यहाँ तक कि, उच्च ऊर्जा भौतिकी के क्षेत्र में, जहाँ संहति का ऊर्जा में रूपांतरण तथा इसका विलोमत: भी किया जा सकता है (जैसा कि आइंसटाइन के आपेक्षिकता के सिद्धांत में भविष्यवाणी की गई थी)। आवेश संरक्षण का नियम सही अर्थ में निरंतर वैध है।

चित्र 1.6 *विद्युत्-आवेश योज्य हैं। किसी वियुक्त निकाय का विद्युत्-आवेश संरक्षित रहता है। कुछ अन्योन्य क्रियाओं के लिए, बाएँ पक्ष तथा दाएँ पक्ष में क्रमश: आरंभिक तथा अंतिम अवस्थितियाँ निर्दिष्ट की गई हैं। अंतिम दो प्रक्रियाएँ उच्च ऊर्जा क्षेत्र में हैं जिसमें संहति उत्पन्न होती (अथवा नष्ट होती) है, परंतु कुल आवेश अपरिवर्तित रहता है।*

विद्युत्-आवेश का क्वांटमीकरण

यह प्रकथन कि कोई निश्चित भौतिक राशि क्वांटित हो जाती है, भौतिकी में प्राय: दोहराया जाता है। इसका यह अर्थ है कि वह भौतिक राशि केवल मानों के असंतत समुच्चय में से कोई भी मान ले सकती है। यह विद्युत्-आवेश के बारे में भी सत्य है। प्रयोगों द्वारा यह पाया गया है कि प्रकृति में किसी निकाय का विद्युत्-आवेश सदैव ही आवेश के एक निश्चित निम्नतम परिमाण का पूर्णांकी गुणज होता है। इस प्रकार किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा q सदैव ही इस प्रकार दर्शाई जाती है :

$$q = ne$$

यहाँ $e\,(>0)$ आवेश का निम्नतम संभावित परिमाण है तथा n, पूर्णांकों : $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3$ ... के समुच्च्य का सदस्य है। कोई आवेश q परिमाण में $1.735e$ अथवा $-567.9\,e$ अथवा $\sqrt{2}\,e$ के बराबर होना असंभव है।

अब हम यह जानते हैं कि निम्नतम संभावित आवेश e वास्तव में एक इलेक्ट्रॉन* के आवेश का परिमाण है। यह प्रोटॉन के आवेश के भी बराबर होता है।

इस तथ्य, कि विद्युत्-आवेश क्वांटीकृत होता है, को सर्वप्रथम फैराडे द्वारा खोजे गए विद्युत् अपघटन के प्रायोगिक नियमों द्वारा प्रस्तावित किया गया था। इसे आगे इलेक्ट्रॉन के आवेश की माप के लिए 1912 में मिलिकन द्वारा किए गए प्रसिद्ध प्रयोग द्वारा स्थापित किया गया। चिरसम्मत भौतिकी, अथवा आधुनिक भौतिकी तक में भी इसका कोई स्पष्टीकरण नहीं है कि विद्युत्-आवेश का क्वांटमीकरण क्यों होना चाहिए। प्रकृति के सभी क्षेत्रों में, विद्युत्-आवेश का क्वांटमीकरण एक प्रायोगिक सत्यापित नियम माना जा चुका है।

स्थूल स्तर पर, हम प्रायः ऐसे आवेशों से व्यवहार करते हैं जिनका परिमाण इलेक्ट्रॉन e के आवेश की तुलना में अत्यधिक विशाल होता है। चूँकि $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C किसी 1µC परिमाण के आवेश में एक इलेक्ट्रॉन के आवेश का लगभग 10^{13} गुना आवेश होता है। इस पैमाने पर, यह तथ्य है कि आवेश की कमी अथवा वृद्धि केवल e के मात्रकों में ही हो सकती है, इस कथन से भिन्न नहीं है कि आवेश सतत मान ले सकता है। इस प्रकार, स्थूल स्तर पर, आवेश के क्वांटमीकरण का कोई व्यावहारिक महत्त्व नहीं है और इसकी उपेक्षा की जा सकती है। इसके विपरीत सूक्ष्म स्तर पर, जहाँ पर आवेश e कुछ दशक अथवा कुछ शतक कोटि का होता है, वहाँ आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा नहीं की जा सकती।

1.7 बहुल आवेश : अध्यारोपण सिद्धांत

दो आवेशों के बीच पारस्परिक विद्युत्-बल कूलॉम के नियम से प्राप्त होता है। उस स्थिति में किसी आवेश पर आरोपित बल का परिकलन किस प्रकार करें, जब वहाँ निकट में एक आवेश न होकर, उसके चारों ओर बहुत से आवेश हों? n आवेशों, q_1, q_2, q_3, ..., q_n के किसी निकाय पर विचार कीजिए। q_1 पर q_2, q_3, ..., q_n के कारण कितना बल लगेगा?

इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए कूलॉम का नियम पर्याप्त नहीं है। अतः हमें एक अतिरिक्त सिद्धांत जिसे *अध्यारोपण का सिद्धांत* कहते हैं, की आवश्यकता होती है। इस सिद्धांत के अनुसार आवेशों, q_1, q_2, q_3, ..., q_n के किसी निकाय में आवेश q_1 पर q_2 द्वारा लगाया गया बल कूलॉम के नियम द्वारा ही प्राप्त होता है अर्थात् यह अन्य आवेशों q_3, q_4, ..., q_n की उपस्थिति से प्रभावित नहीं होता है। इस प्रकार यदि q_1 पर q_2 के कारण लगे बल को $\mathbf{F}_{12}$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है, तो यद्यपि अन्य आवेश वहाँ पर उपस्थित हैं, तथापि $\mathbf{F}_{12}$ का मान समीकरण (1.10) से ही प्राप्त होगा।

$$\mathbf{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

इसी प्रकार, q_1 पर q_3 द्वारा लगाए गए बल को $\mathbf{F}_{13}$ से निर्दिष्ट करते हैं और इस प्रकार लिखते हैं

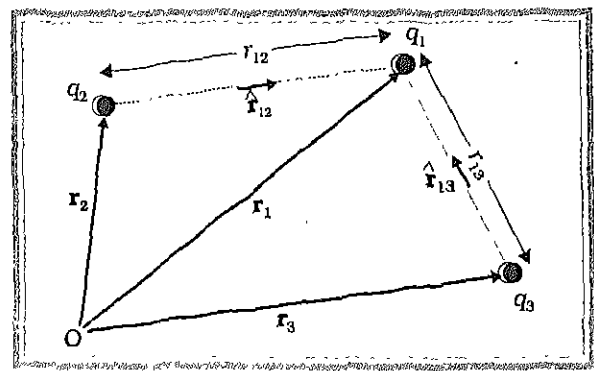
$$\mathbf{F}_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13}$$

यह भी वास्तव में q_1 पर q_3 द्वारा लगाया गया कूलॉम बल ही है, यद्यपि अन्य आवेश q_2, q_4, ..., q_n भी उपस्थित हैं।

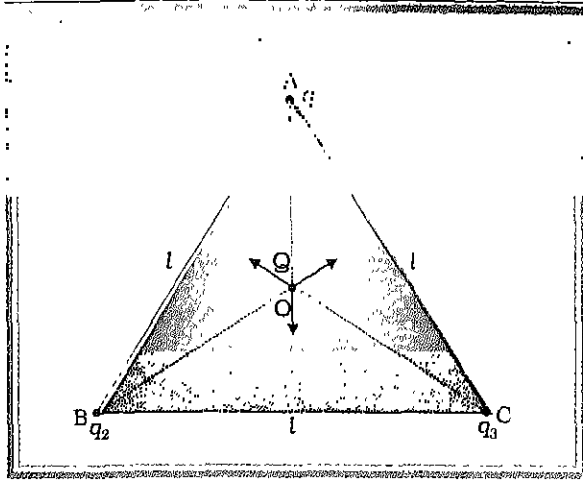
आवेश q_1 पर सभी आवेशों द्वारा लगाया गया कुल बल $\mathbf{F}_1$; $\mathbf{F}_{12}$, $\mathbf{F}_{13}$, ..., $\mathbf{F}_{1n}$ का सदिश योग होता है। अतः

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + ... + \mathbf{F}_{1n}$$

$$= k\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13} + ...\right] \quad (1.11)$$

इन बलों का सदिश योग, सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा प्राप्त होता है। वास्तव में समस्त स्थिर विद्युतिकी मूल रूप से कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण के सिद्धांत का निष्कर्ष ही है।

चित्र 1.7 समीकरण (1.11) में उपयोग किए गए संकेत चिह्न।

* उच्च ऊर्जा भौतिकी के क्षेत्र में हाल ही में हुई खोजों ने यह संकेत दिया है कि प्रोटॉन, न्यूट्रॉन आदि के मूल अवयवों (जिन्हें क्वार्क कहते हैं) के आवेश (2/3) e, –(1/3) e हैं। हम इन नई खोजों पर चर्चा यहीं छोड़ रहे हैं (देखिए अध्याय 14)।

उदाहरण 1.3 तीन आवेशों q_1, q_2 तथा q_3 पर विचार कीजिए, जिनमें प्रत्येक q के बराबर हैं तथा l भुजा के समबाहु त्रिभुज के शीर्ष पर स्थित हैं। त्रिभुज के केंद्रक पर स्थित किसी आवेश Q पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।

चित्र 1.8 किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर रखे तीन समान आवेशों के कारण त्रिभुज के केंद्रक पर स्थित आवेश Q पर आरोपित बल। चित्र में दर्शाई गई बलों की दिशा उस प्रकरण की ओर इंगित करती हैं जिसमें q तथा Q के चिह्न समान होते हैं।

हल

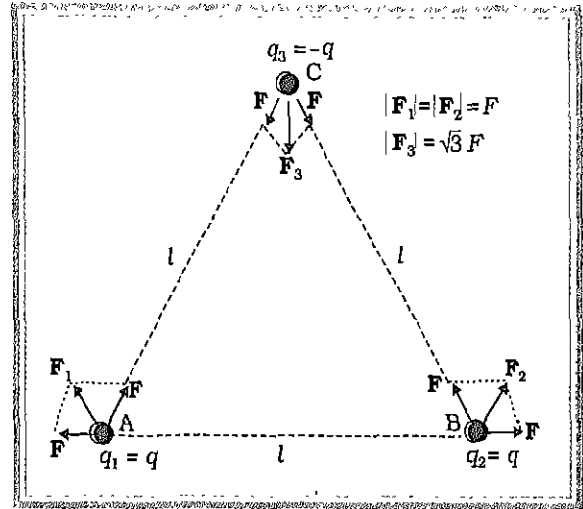
Q पर q_1 के कारण बल $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq_1}{AO^2}\hat{\mathbf{AO}}$

Q पर q_2 के कारण बल $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq_2}{BO^2}\hat{\mathbf{BO}}$

Q पर q_3 के कारण बल $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq_3}{CO^2}\hat{\mathbf{CO}}$

Q पर कुल बल $= \dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 AO^2}(\hat{\mathbf{AO}} + \hat{\mathbf{BO}} + \hat{\mathbf{CO}}) = 0$

सममिति द्वारा यह स्पष्ट है कि तीनों बलों का योग मिलकर शून्य होगा।

उदाहरण 1.4 चित्र 1.9 में दर्शाए अनुसार किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित आवेशों q, q तथा $-q$ पर विचार कीजिए। प्रत्येक आवेश पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।

चित्र 1.9 किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित आवेशों q, q, −q के निकाय में आरोपित बल।

हल आवेशों के प्रत्येक युगल के लिए आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बलों के परिमाण समान हैं

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$$

सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम के अनुसार

$$\mathbf{F}_1 = F\,\hat{\mathbf{BC}}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{BC}}$ एक एकांक सदिश है जिसकी दिशा BC के अनुदिश है

$$\mathbf{F}_2 = F\,\hat{\mathbf{AC}}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{AC}}$ एक एकांक सदिश है जिसकी दिशा AC के अनुदिश है

$$\mathbf{F}_3 = \sqrt{3}F\,\hat{\mathbf{n}}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ एक एकांक सदिश है जिसकी दिशा कोण (BCA) को समद्विभाजित करने वाली रेखा के अनुदिश है।

यहाँ एक रोचक बात यह है कि तीनों आवेशों पर लगे बलों का योग शून्य है अर्थात्, $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$

यह परिणाम चौंकाने वाला नहीं है। यह इस तथ्य का अनुसरण करता है कि कूलॉम का नियम न्यूटन के तीसरे नियम के समरूप है। इसकी निष्पत्ति आप अभ्यास के रूप में कर सकते हैं।

1.8 वैद्युत क्षेत्र

आइए, फिर कूलॉम के नियम पर वापस चलते हैं तथा निर्वात में रखे दो आवेशों Q तथा q के बीच विद्युत्-बल पर विचार करते हैं। सरलता के लिए तथा व्यापकता को कोई हानि पहुँचाए बिना, मान लीजिए कि आवेश Q किसी निर्देशांक पद्धति के मूल बिंदु पर है। तब Q द्वारा q पर लगाया गया बल

$$\mathbf{F} = k\frac{Qq}{R^2}\hat{\mathbf{R}} \tag{1.12}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{R}}$ एक एकांक सदिश है जिसकी दिशा Q से q की ओर है तथा R उनके बीच की दूरी है। यदि बल $\mathbf{F}$ को दो चरणों में उत्पन्न मानें तो अधिक उपयोगी होगा।

(i) आवेश Q अपने चारों ओर एक वैद्युत पर्यावरण उत्पन्न करता है जिसे **वैद्युत क्षेत्र (विद्युत्-क्षेत्र)** कहते हैं। मूल बिंदु पर रखे आवेश Q के कारण किसी भी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \tag{1.13}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}$ मूल बिंदु से उस बिंदु की ओर के स्थिति सदिश की दिशा तथा r मूल बिंदु से उस बिंदु तक की दूरी है।

(ii) जब कोई आवेश q किसी निश्चित अवस्थिति $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ पर, Q की अवस्थिति को बिना अस्तव्यस्त किए, रखा होता है तब यह कोई बल $\mathbf{F}$ अनुभव करता है, जो q की अवस्थिति में वैद्युत क्षेत्र तथा आवेश q के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात्

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E}(\mathbf{R}) \tag{1.14}$$

समीकरणों (1.13) तथा (1.14) को संयोजित करने पर समीकरण (1.12) प्राप्त होता है। स्पष्ट है, कि वैद्युत क्षेत्र का SI मात्रक NC^{-1} है।

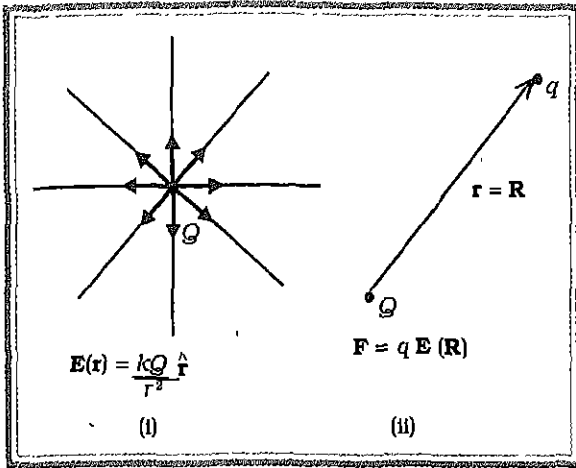
यहाँ कुछ महत्त्वपूर्ण टिप्पणियाँ की जा सकती हैं :

1. समीकरण (1.14) से दिक्स्थान में किसी बिंदु पर आवेश Q के कारण वैद्युत क्षेत्र को, उस बल के रूप में जिसे कोई एकांक धन आवेश उस बिंदु पर रखे जाने पर अनुभव करता है, परिभाषित किया जा सकता है। ध्यान दीजिए, आवेश Q जो कि वैद्युत क्षेत्र का स्रोत है, अपनी मूल अवस्थिति पर ही रहना चाहिए (व्यापक रूप में, वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करने वाले आवेशों के विन्यास को विक्षुब्ध नहीं होना चाहिए)। परंतु, जब किसी परीक्षण आवेश q को आवेश Q के चारों ओर किसी भी बिंदु पर ले जाते हैं, तो आवेश Q, स्वयं भी, आवेश q के कारण वैद्युत बल सहन करने के लिए बाध्य होने के कारण गति की प्रवृत्ति रखेगा। इससे बचने का केवल एक ही उपाय यह है कि हम परीक्षण आवेश q को शून्य के समान छोटा बनाएँ। तब बल $\mathbf{F}$ भी शून्य के समान छोटा हो जाएगा, परंतु, अनुपात $\frac{\mathbf{F}}{q}$ एक परिमित राशि है और विद्युत्-क्षेत्र को परिभाषित करती है।

$$\mathbf{E} = \lim_{q\to 0}\frac{\mathbf{F}}{q} \tag{1.15}*$$

आवेश Q को आवेश q की उपस्थिति में विक्षुब्ध न होने देने की समस्या से बचाव का एक व्यावहारिक ढंग यह है कि किन्हीं अनिर्दिष्ट बलों द्वारा Q को अपनी अवस्थिति में बांधे रखा जाए। यह विलक्षण प्रतीत हो सकता है, परंतु व्यवहार में वास्तव में ऐसा ही होता है। जब हमने आवेश की समतल चादर के कारण परीक्षण आवेश q पर लगे वैद्युत बल पर विचार किया था (देखिए अनुभाग 1.15), तब चादर पर आवेश अपनी अवस्थितियों पर, चादर के भीतर अनिर्दिष्ट आवेशित अवयवों द्वारा आरोपित बलों के कारण बने रहे थे।

2. ध्यान दीजिए कि, आवेश Q के कारण वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ यद्यपि कुछ परीक्षण आवेश q के पदों में प्रचालन द्वारा परिभाषित है, आवेश q पर निर्भर नहीं है (इसका कारण यह है कि बल $\mathbf{F}$ आवेश q के अनुक्रमानुपाती है, अतः अनुपात $\mathbf{F}/q$ आवेश q पर निर्भर नहीं करता)। इसके अतिरिक्त, जबकि बल $\mathbf{F}$ किसी विशेष अवस्थिति $\mathbf{R}$ पर आवेश q का उल्लेख करता है, Q के कारण वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ समस्त दिक्स्थान में परिभाषित है। यही कारण है कि हमने व्यापक स्थिति सदिश को $\mathbf{r}$ से तथा विशिष्ट अवस्थिति सदिश $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ से दर्शाया है।

* आवेश के क्वांटीकृत होने के कारण परीक्षण आवेश q का मान e से कम नहीं हो सकता। परंतु, स्थूल स्तर पर यह सीमा $q \to 0$ लेने जैसा ही है।

*चित्र 1.10 विद्युत्-क्षेत्र के संकेतों से परिचय (i) आवेश Q समस्त दिक्स्थान में विद्युत्-क्षेत्र **E** (**r**) उत्पन्न करता है। (ii) **R** पर रखा कोई आवेश q बल q**E** (**R**) को अनुभव करता है।*

आवेशों के निकाय के कारण विद्युत्-क्षेत्र

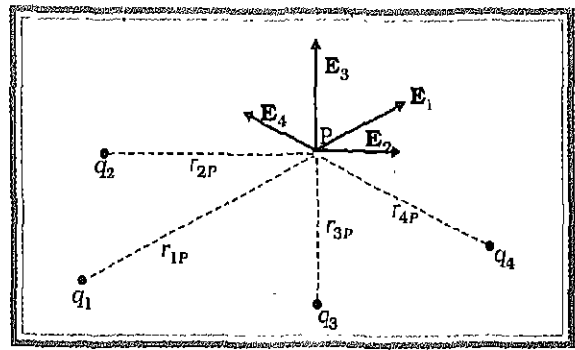
आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के उनके किसी मूल बिंदु O के सापेक्ष स्थिति सदिशों $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ के साथ निकाय पर विचार करते हैं। किसी एकल आवेश की ही भांति आवेशों के निकाय के कारण दिक्स्थान में किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र को किसी एकांक धन आवेश द्वारा उस बिंदु पर रखे जाने पर अनुभव किए जाने वाले बल द्वारा परिभाषित किया जाता है जबकि आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ की मूल स्थितियाँ किसी भी प्रकार से विक्षुब्ध न हों। इस विद्युत्-क्षेत्र को निर्धारित करने के लिए हम कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण के सिद्धांत का उपयोग कर सकते हैं :

$\mathbf{r}_1$ पर q_1 के कारण $\mathbf{r}$ पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}_1$ को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{E}_1 = k\,\frac{q_1 \times 1}{r_{1P}^{\;2}}\,\hat{\mathbf{r}}_{1P}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{1P}$ आवेश q_1 से P की दिशा में एकांक सदिश है तथा r_{1P} आवेश q_1 तथा P के बीच की दूरी है। इसी प्रकार, $\mathbf{r}_2$ पर q_2 के कारण $\mathbf{r}$ पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}_2$ है

$$\mathbf{E}_2 = k\,\frac{q_2 \times 1}{r_{2P}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{2P}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{2P}$ आवेश q_2 से P की दिशा में एकांक सदिश है तथा r_{2P} आवेश q_2 तथा P के बीच की दूरी है। इसी प्रकार के

चित्र 1.11 आवेशों के निकाय के कारण किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र पृथक-पृथक आवेशों के कारण उसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्रों के सदिश योग के बराबर होता है।

व्यंजक $q_3, q_4, ..., q_n$ आवेशों के कारण विद्युत्-क्षेत्रों $\mathbf{E}_3$, $\mathbf{E}_4, ..., \mathbf{E}_n$ पर भी लागू होते हैं। अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा, आवेशों के निकाय के कारण $\mathbf{r}$ पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ है :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + ... + \mathbf{E}_n$$

$$= k\,[\,\frac{q_1}{r_{1P}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{1P} + \frac{q_2}{r_{2P}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{2P} + ...+ \frac{q_n}{r_{nP}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{nP}] \quad (1.16)$$

विद्युत्-क्षेत्र की भौतिक सार्थकता

आपको यह आश्चर्य हो सकता है कि आखिर यहाँ विद्युत्-क्षेत्र की धारणा से क्यों परिचित कराया गया है। वैसे भी, आवेशों के किसी भी निकाय के लिए, मापने योग्य राशि आवेश पर लगने वाला बल है जिसे सीधे ही कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत [समीकरण (1.11)] द्वारा निर्धारित किया जा सकता है। फिर इस मध्यवर्ती राशि, जिसे **विद्युत्-क्षेत्र** कहते हैं, को प्रस्तावित करने की आवश्यकता क्यों हुई?

स्थिर विद्युतिकी के लिए, विद्युत्-क्षेत्र की अभिधारणा सुगम तो है पर वास्तव में आवश्यक नहीं है। विद्युत्-क्षेत्र आवेशों के किसी निकाय के वैद्युत पर्यावरण को अभिलक्षित करने का एक सुरुचि संपन्न उपाय है। विद्युत्-आवेशों के निकाय के चारों ओर के दिक्स्थान में विद्युत्-क्षेत्र यह बताता है कि यदि किसी भी स्थान पर एकांक धनावेश रखें (निकाय को विक्षुब्ध किए बिना), तो वह कितना बल अनुभव करेगा। विद्युत्-क्षेत्र आवेशों के निकाय का एक अभिलक्षण होता है तथा यह विद्युत्-क्षेत्र को निर्धारित करने के लिए आपके द्वारा किसी बिंदु पर रखे जाने वाले परीक्षण आवेश पर निर्भर नहीं करता। भौतिकी में पद 'क्षेत्र' व्यापक रूप में उस राशि को निर्दिष्ट करता है, जो दिक्स्थान के प्रत्येक बिंदु पर परिभाषित

की जा सकती है तथा जो एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर परिवर्तित हो सकती है। विद्युत्-क्षेत्र एक सदिश क्षेत्र होता है, चूंकि बल एक सदिश राशि है।

परंतु, विद्युत्-क्षेत्र की अभिधारणा की वास्तविक भौतिक सार्थकता तभी प्रकट होती है जब हम स्थिर विद्युतिकी के क्षेत्र से बाहर निकल कर कालाश्रित विद्युत्-चुंबकीय परिघटनाओं से व्यवहार करते हैं। मान लीजिए हम किन्हीं ऐसे दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच लगने वाले बल के बारे में विचार करते हैं जो एक-दूसरे से दूर हैं तथा त्वरित गति कर रहे हैं। वह अधिकतम चाल जिससे कोई संकेत अथवा सूचना एक स्थान से दूसरे स्थान तक जा सकती है, प्रकाश की चाल c है। इसलिए q_2 पर q_1 की किसी गति का प्रभाव तत्क्षण उत्पन्न नहीं हो सकता। कारण (q_1 की गति) तथा प्रभाव (q_2 पर बल) के बीच कुछ काल विलंब अवश्य ही होगा। उन्हीं परिस्थितियों में सुस्पष्ट रूप से विद्युत्-क्षेत्र (सही अर्थों में, विद्युत्-चुंबकीय क्षेत्र) की धारणा स्वाभाविक तथा अत्यंत उपयोगी है। क्षेत्र का चित्रण इस प्रकार है : **q_1 की त्वरित गति के कारण विद्युत्-चुंबकीय तरंगें उत्पन्न होती हैं जो फिर प्रकाश के वेग c से फैलकर q_2 तक पहुँचती हैं और q_2 पर बल आरोपित करती हैं।** क्षेत्र की अवधारणा काल विलंब का सुचारू रूप से स्पष्टीकरण दे देती है। इस प्रकार, यद्यपि, विद्युत् तथा चुंबकीय-क्षेत्रों को केवल उनके आवेशों पर प्रभावों (बलों) द्वारा ही संसूचित किया जा सकता है, इन्हें एक पृथक भौतिक सत्व (entity) माना जाता है अर्थात् इनका अपना अस्तित्व है, ये केवल मात्र गणितीय रचनाएँ ही नहीं हैं। क्षेत्र की धारणा को सर्वप्रथम फैराडे ने प्रस्तावित किया था जो कि आज भौतिकी की केंद्रीय अवधारणाओं में है।

उदाहरण 1.5 कोई इलेक्ट्रॉन $2.0 \times 10^4\,\text{N C}^{-1}$ परिमाण के किसी एक समान विद्युत्-क्षेत्र में 1.5 cm दूरी तक गिरता है [चित्र 1.12 (a)]। क्षेत्र की दिशा उत्क्रमित कर दी जाती है परंतु परिमाण वही रखा जाता है तथा अब कोई प्रोटॉन क्षेत्र में उतनी ही दूरी तक गिरता है [चित्र 1.12 (b)]। दोनों प्रकरणों में गिरने में लगा समय परिकलित करिए। इस अवस्थिति की 'गुरुत्व बल के प्रभाव में मुक्त पतन' से तुलना कीजिए।

हल चित्र 1.12 (a) में क्षेत्र उपरिमुखी है, अतः ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन eE परिमाण के एक अधोमुखी बल का अनुभव करेगा, यहाँ E विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण है। इलेक्ट्रॉन का त्वरण

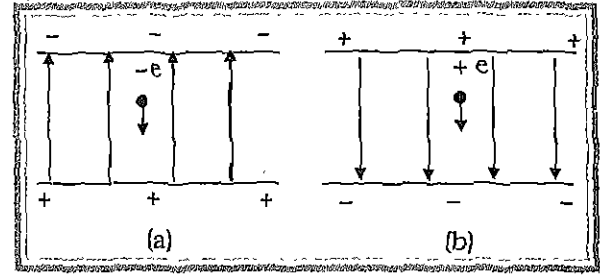
$$a_e = eE/m_e$$

यहाँ m_e इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान है।

विरामावस्था से गति प्रारंभ करके, इलेक्ट्रॉन को दूरी h तक मुक्त रूप से गिरने में लगा समय

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2hm_e}{eE}}$$

इलेक्ट्रॉन के लिए

$e = 1.602 \times 10^{-19}\text{C}$, $m_e = 9.110 \times 10^{-31}$ kg,
$E = 2.0 \times 10^4\,\text{N C}^{-1}$, $h = 1.5 \times 10^{-2}$ m,
$t_e = 2.9 \times 10^{-9}$s

चित्र 1.12 किसी एक समान विद्युत्-क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन का पतन।

चित्र 1.12 (b) में क्षेत्र अधोमुखी है, अतः धनावेशित प्रोटॉन eE परिमाण के एक अधोमुखी बल का अनुभव करेगा। प्रोटॉन का त्वरण

$$a_p = eE/m_p$$

यहाँ m_p प्रोटॉन का द्रव्यमान है, $m_p = 1.673 \times 10^{-27}$ kg; प्रोटॉन के लिए मुक्त रूप से गिरने में लगा समय

$$t_p = \sqrt{\frac{2\ h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2\ h\ m_p}{e\ E}} = 1.3 \times 10^{-7}$$

अतः उतनी ही दूरी तक गिरने में भारी कण (प्रोटॉन) को अधिक समय लगेगा। यह गुरुत्व बल के अधीन मुक्त पतन की तुलना में मूल विषमता है। जहाँ गिरने में लगा समय वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता। ध्यान दीजिए हमने इस उदाहरण में मुक्त पतन में लगे समय के परिकलन में गुरुत्वीय त्वरण की उपेक्षा कर दी है। इस तथ्य की पुष्टि करने के लिए कि यह सही है, आइए परिकलन करते हैं :

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

$$= \frac{(1.602 \times 10^{-19}\ \text{C}) \times (2.0 \times 10^4\ \text{N C}^{-1})}{1.673 \times 10^{-27}\ \text{kg}}$$

$$= 1.9 \times 10^{12}\ \text{m s}^{-2}$$

यह त्वरण गुरुत्वीय त्वरण g ($9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$) की तुलना में अत्यंत विशाल है। इलेक्ट्रॉन का त्वरण तो इससे भी कहीं अधिक है। अतः इस उदाहरण में गुरुत्वीय त्वरण के प्रभाव की उपेक्षा की जा सकती है।

उदाहरण 1.6 $+10^{-8}\ \mathrm{C}$ तथा $-10^{-8}\ \mathrm{C}$ के बिंदु आवेश q_1 तथा q_2 एक-दूसरे से 0.1 m दूरी पर रखे गए हैं। चित्र 1.13 में दर्शाए गए बिंदुओं A, B तथा C पर विद्युत्-क्षेत्र परिकलित कीजिए।

हल धनावेश q_1 के कारण बिंदु A पर विद्युत्-क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_1$ दाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_1 = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}})\times(10^{-8}\mathrm{C})}{(0.05\ \mathrm{m})^2}$$

$$= 3.6\times10^4\ \mathrm{NC^{-1}}$$

ऋणावेश q_2 के कारण बिंदु A पर विद्युत्-क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_2$ दाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_2 = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}})\times(10^{-8}\mathrm{C})}{(0.05\mathrm{m})^2}$$

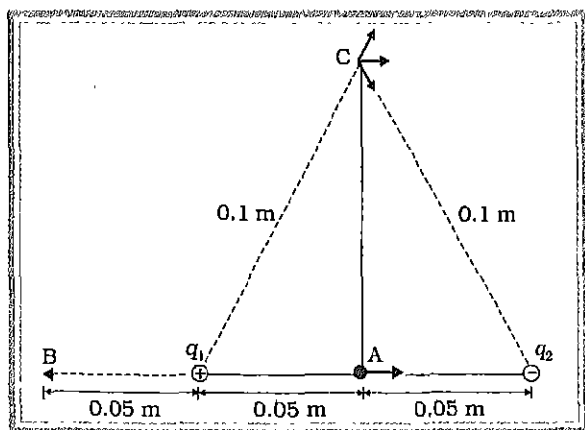
$$= 3.6\times10^4\ \mathrm{NC^{-1}}$$

बिंदु A पर कुल विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण

$$E_A = E_1 + E_2 = 7.2\times10^4\ \mathrm{NC^{-1}}$$

$\mathbf{E}_A$ दाईं ओर निर्दिष्ट है।

धनावेश q_1 के कारण बिंदु B पर विद्युत्-क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_1$ बाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_1 = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}})\times(10^{-8}\mathrm{C})}{(0.05\mathrm{m})^2}$$

$$= 3.6\times10^4\ \mathrm{NC^{-1}}.$$

चित्र 1.13 *दो आवेशों के निकाय के कारण कुल विद्युत्-क्षेत्र का परिकलन।*

ऋणावेश q_2 के कारण बिंदु B पर विद्युत्-क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_2$ बाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_2 = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}})\times(10^{-8}\mathrm{C})}{(0.15\mathrm{m})^2}$$

$$= 4\times10^3\ \mathrm{NC^{-1}}$$

बिंदु B पर कुल विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण

$$E_B = 3.2\times10^4\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

$\mathbf{E}_B$ बाईं ओर निर्दिष्ट है। आवेशों q_1 तथा q_2 के कारण बिंदु C पर प्रत्येक विद्युत्-क्षेत्र सदिश का परिमाण

$$E_1 = E_2 = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}})\times(10^{-8}\mathrm{C})}{(0.10\mathrm{m})^2}$$

$$= 9\times10^3\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

इन दोनों सदिशों की दिशाएँ चित्र में दर्शाई गई हैं। इन दोनों सदिशों का परिणामी सदिश

$$E_C = E_1\cos\frac{\pi}{3} + E_2\cos\frac{\pi}{3}$$

$$= 9\times10^3\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

$\mathbf{E}_C$ दाईं ओर निर्दिष्ट करता है।

1.9 वैद्युत द्विध्रुव

परिमाण में समान तथा विजातीय दो बिंदु आवेशों q तथा $-q$ का युगल (युग्म) जिनके बीच पृथकन $2a$ हो, वैद्युत द्विध्रुव कहलाता है। दोनों आवेशों को संयोजित करने वाली रेखा दिक्स्थान में किसी दिशा को परिभाषित करती है। परिपाटी के अनुसार $-q$ से q की ओर की दिशा को द्विध्रुव का अक्ष कहते हैं।

वैद्युत द्विध्रुव का कुल आवेश प्रत्यक्ष रूप में शून्य होता है परंतु इसका अर्थ यह नहीं है कि वैद्युत द्विध्रुव का क्षेत्र शून्य है। चूंकि आवेशों q तथा $-q$ में कुछ पृथकन है इनके कारण विद्युत्-क्षेत्रों को जब संयोजित किया जाता है तो वे यथार्थ रूप में एक-दूसरे को निरस्त नहीं करते। परंतु, यदि पृथकन की तुलना में दूरी अधिक है ($r >> 2a$), तब q तथा $-q$ के कारण क्षेत्र लगभग निरस्त हो जाते हैं। अतः हम यह अपेक्षा करते हैं कि किसी वैद्युत द्विध्रुव का विद्युत्-क्षेत्र, अधिक दूरियों पर, $\frac{1}{r^2}$ (एकल आवेश q के कारण विद्युत्-क्षेत्र की r पर निर्भरता) से भी अधिक तीव्रता से मंद पड़ता जाता है। यह गुणात्मक धारणा आगे दी गई सुस्पष्ट परिकल्पनाओं के आधार पर उत्पन्न हुई है :

किसी वैद्युत द्विध्रुव का क्षेत्र

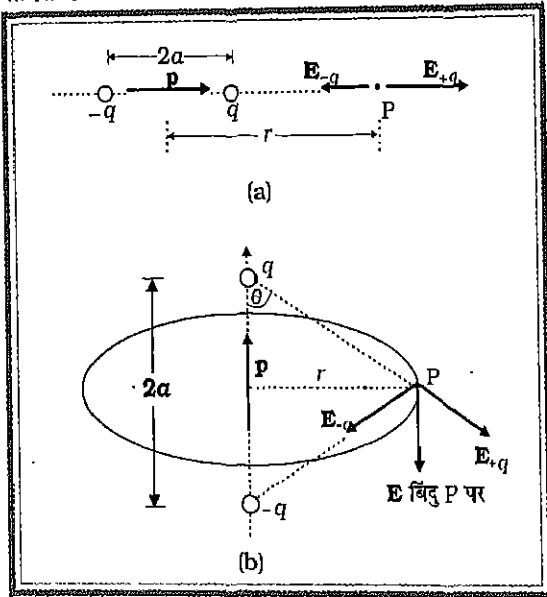
दिक्स्थान के किसी बिंदु पर किन्हीं दो आवेशों के युगल (युग्म) (q तथा $-q$) का विद्युत्-क्षेत्र कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण-सिद्धांत से ज्ञात किया जा सकता है। दो प्रकरणों के लिए परिणाम सरल हैं : जब बिंदु द्विध्रुव-अक्ष पर स्थित हो तथा जब वह द्विध्रुव के 'विषुवतीय तल' (निरक्षीय समतल) में हो अर्थात्, द्विध्रुव-अक्ष के लंबवत् रेखा पर हो। किसी व्यापक बिंदु P पर विद्युत्-क्षेत्र, आवेश $-q$ के कारण विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}_{-q}$ तथा q के कारण विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}_{+q}$ को सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा संयोजित करके प्राप्त किया जा सकता है।

द्विध्रुव अक्ष पर स्थित बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र के लिए

मान लीजिए वह बिंदु द्विध्रुव के केंद्र से आवेश q की ओर r दूरी पर है। तब

$$\mathbf{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r+a)^2}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.17a)$$

$$\mathbf{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r-a)^2}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.17b)$$

जहाँ $\hat{\mathbf{p}}$ द्विध्रुव-अक्ष ($-q$ से q) के अनुदिश एकांक सदिश है।

चित्र 1.14 *किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत्-क्षेत्र (a) द्विध्रुव-अक्ष के किसी बिंदु P पर (b) द्विध्रुव के विषुवतीय तल के किसी बिंदु P पर। **p** द्विध्रुव आघूर्ण सदिश है जिसका परिमाण $p = q \times 2a$ तथा दिशा $-q$ से q की ओर है।*

बिंदु P पर कुल क्षेत्र

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{\mathbf{p}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{4ar}{(r^2-a^2)^2}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.18)$$

$r >> a$ के लिए

$$\mathbf{E} = \frac{4qa}{4\pi\varepsilon_o r^3}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.19)$$

विषुवतीय तल (निरक्षीय समतल) में बिंदुओं के लिए

$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{1}{r^2+a^2} \qquad (1.20)$$

$$E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{1}{r^2+a^2} \qquad (1.21)$$

$\mathbf{E}_{+q}$ तथा $\mathbf{E}_{-q}$ की दिशाएँ चित्र 1.14(b) में दर्शाई गई हैं। स्पष्ट है कि इन क्षेत्रों के द्विध्रुव अक्ष के अभिलंबवत् घटक एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं। द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश घटक संयोजित हो जाते हैं। कुल विद्युत्-क्षेत्र $\hat{\mathbf{p}}$ के विपरीत होता है :

$$\mathbf{E} = -(E_{+q} + E_{-q})\,\cos\theta\,\hat{\mathbf{p}}$$

$$= -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{1}{(r^2+a^2)}\,\frac{a}{(r^2+a^2)^{1/2}}\,\hat{\mathbf{p}}$$

$$= -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_o(r^2+a^2)^{3/2}}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.22)$$

अधिक दूरियों पर ($r >> a$), इसे संक्षिप्त करके इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$\mathbf{E} = -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_o r^3}\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.23)$$

समीकरणों (1.19) तथा (1.23) से यह स्पष्ट है कि अधिक दूरी पर विद्युत्-क्षेत्र में q तथा a पृथक रूप से सम्मिलित नहीं होते; यह इनके संयुक्त गुणनफल qa पर निर्भर करता है। इससे द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा का संकेत प्राप्त होता है। किसी वैद्युत द्विध्रुव के द्विध्रुव आघूर्ण सदिश **p** को

$$\mathbf{p} = q \times 2a\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.24)$$

द्वारा परिभाषित किया जाता है। अर्थात् यह एक सदिश है जिसका परिमाण आवेश q तथा पृथकन $2a$ (आवेशों q तथा $-q$ के युग्म के बीच की दूरी) के गुणनफल के बराबर तथा दिशा $-q$ से q को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है। **p** के पदों में, अधिक दूरियों पर किसी वैद्युत द्विध्रुव का विद्युत्-क्षेत्र एक सरल रूप ग्रहण कर लेता है :

द्विध्रुव अक्ष के किसी बिंदु पर

$$\mathbf{E} = \frac{2\,\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.25)$$

द्विध्रुव के विषुवतीय तल (निरक्षीय समतल) में किसी बिंदु पर

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.26)$$

यहाँ ध्यान देने योग्य महत्वपूर्ण बात यह है कि अधिक दूरियों पर वैद्युत द्विध्रुव क्षेत्र $\frac{1}{r^2}$ के रूप में मंद नहीं पड़ता वरन् $\frac{1}{r^3}$ के रूप में मंद पड़ता है। इसके अतिरिक्त, द्विध्रुव क्षेत्र का परिमाण तथा दिशा केवल दूरी r पर ही निर्भर नहीं करते वरन् स्थिति सदिश **r** तथा द्विध्रुव आघूर्ण **p** के बीच के कोण पर भी निर्भर करते हैं।

हम उस सीमा के बारे में सोच सकते हैं जब द्विध्रुव का आकार $2a$ शून्य के सादृश्य होता जाता है, तब आवेश q इस ढंग से अनंत के सादृश्य होता जाता है, कि गुणनफल $p = q \times 2a$ परिमित हो। इस प्रकार के द्विध्रुव को **बिंदु द्विध्रुव** कहते हैं। किसी बिंदु द्विध्रुव के लिए समीकरण (1.25) तथा (1.26) यथार्थ है तथा r के किसी भी मान के लिए सही है।

उदाहरण 1.7 $\pm 10\,\mu C$ के दो आवेश एक-दूसरे से 5.0 mm दूरी पर रखे हैं। (a) इस द्विध्रुव के अक्ष पर द्विध्रुव के केंद्र O से धनावेश की ओर 15 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर तथा (b) द्विध्रुव के अक्ष के अभिलंबवत् O से गुजरने वाली रेखा से 15 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु Q पर, विद्युत्-क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

चित्र 1.15 द्विध्रुव विद्युत्-क्षेत्र का परिकलन।

हल

(a) बिंदु P पर +10 μC आवेश के कारण विद्युत्-क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\,C}{4\pi(8.854 \times 10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})} \times \frac{1}{(15 - 0.25)^2 \times 10^{-4}\,m^2}$$

$$= 4.13 \times 10^6\ N\,C^{-1},\ \text{BP के अनुदिश।}$$

बिंदु P पर −10 μC आवेश के कारण विद्युत्-क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}C}{4\pi(8.854 \times 10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})} \times \frac{1}{(15 + 0.25)^2 \times 10^{-4}\,m^2}$$

$$= 3.86 \times 10^6\ N\,C^{-1}\ \text{PA के अनुदिश।}$$

A तथा B पर रखे दो आवेशों के कारण बिंदु P पर परिणामी क्षेत्र

$$= 2.7 \times 10^5\ N\,C^{-1},\ \text{BP के अनुदिश।}$$

इस उदाहरण में, अनुपात OP/OB काफी अधिक (60) है। इस प्रकार, किसी द्विध्रुव के अक्ष पर बहुत अधिक दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र के लिए सीधे ही सूत्र का उपयोग करके भी हम यही परिणाम प्राप्त करने की आशा कर सकते हैं। $\pm q$ आवेशों को एक-दूसरे से $2a$ दूरी तक रखकर बने द्विध्रुव के लिए, द्विध्रुव के अक्ष पर उसके केंद्र से r दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण

$$E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r/a >> 1) \text{ के लिए}$$

यहाँ $p = 2\,aq$ द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण है।

द्विध्रुव अक्ष पर विद्युत्-क्षेत्र की दिशा सदैव ही द्विध्रुव आघूर्ण सदिश के अनुदिश, (अर्थात् $-q$ से q की ओर) होती है। यहाँ,

$$p = 10^{-5}\,C \times 5 \times 10^{-3}\,m = 5 \times 10^{-8}\,C\,m$$

अत:

$$E = \frac{2\times5\times10^{-8}\,\text{C m}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})}$$

$$\times\frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\,\text{m}^3}$$

$$= 2.6\times10^5\ \text{N C}^{-1}$$

द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा AB के अनुदिश, जो कि पहले प्राप्त परिणाम के काफी निकट है।

(b) बिंदु B पर +10μC आवेश के कारण Q पर विद्युत्-क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\,\text{C}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})}$$

$$\times\frac{1}{[15^2+(0.25)^2]\times10^{-4}\,\text{m}^2}$$

$= 3.99\times10^6\ \text{N C}^{-1}$, BQ के अनुदिश।

बिंदु A पर –10 μC आवेश के कारण Q पर विद्युत्-क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\,\text{C}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})}$$

$$\times\frac{1}{[15^2+(0.25)^2]\times10^{-4}\,\text{m}^2}$$

$= 3.99\times10^6\ \text{N C}^{-1}$, QA के अनुदिश।

स्पष्ट है कि, इन दो समान परिमाण के बलों के OQ दिशा के अनुदिश घटक एक-दूसरे को निरस्त करते हैं, परंतु BA के समांतर दिशा के अनुदिश घटक संयोजित हो जाते हैं। अत: A तथा B पर स्थित दो आवेशों के कारण बिंदु Q पर परिणामी विद्युत्-क्षेत्र

$$= 2\times\frac{0.25}{\sqrt{15^2+(0.25)^2}}\times3.99\times10^6\,\text{N C}^{-1},$$

BA के अनुदिश।

$= 1.33\times10^5\ \text{N C}^{-1}$, BA के अनुदिश।

(a) की ही भांति, द्विध्रुव के अक्ष के अभिलंबवत् किसी बिंदु पर द्विध्रुव विद्युत्-क्षेत्र के लिए सीधे ही सूत्र का उपयोग करके भी हम यही परिणाम प्राप्त करने की अपेक्षा कर सकते हैं।

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad [(r/a >> 1) \text{ के लिए}]$$

$$= \frac{5\times10^{-8}\,\text{C m}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})}$$

$$\times\frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\,\text{m}^3}$$

$$= 1.33\times10^5\ \text{N C}^{-1}$$

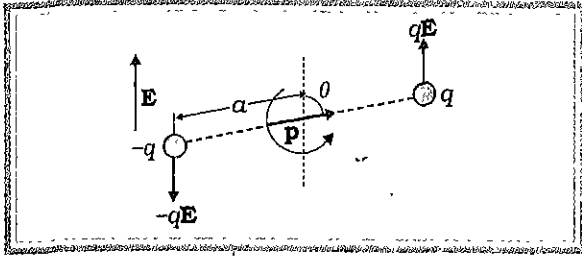
इस प्रकरण में विद्युत्-क्षेत्र की दिशा द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा के विपरीत है। परंतु फिर भी प्राप्त परिणाम पहले प्राप्त परिणामों के समान ही हैं। ◀◀

द्विध्रुवों की भौतिक सार्थकता

वैद्युत द्विध्रुवों का अध्ययन द्रव्य में वैद्युत परिघटनाओं के लिए विशेष रूप से महत्त्वपूर्ण है। साधारणतया, द्रव्य उदासीन परमाणु तथा अणुओं से मिलकर बनता है। किसी अणु में, धनावेशित नाभिक तथा ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन होते हैं। यदि धनावेशों का संहति केंद्र ऋणावेशों के संहति केंद्र के संपाती नहीं है, तो अणु में आंतरिक (अथवा स्थाई) द्विध्रुव आघूर्ण होता है। इस प्रकार के अणुओं को ध्रुवीय अणु कहते हैं। जब कोई बाह्य क्षेत्र नहीं होता तो विभिन्न अणुओं के, किसी द्रव्य के टुकड़े में, द्विध्रुव आघूर्ण यादृच्छिक अभिविन्यासित होते हैं, फलस्वरूप उनका नेट (कुल) द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। किसी बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में, ध्रुवीय अणु क्षेत्र के साथ सरेखित होने लगते हैं, जिसके फलस्वरूप उनका कोई नेट द्विध्रुव आघूर्ण होता है। तब हम कहते हैं कि द्रव्य **ध्रुवीय** हो गया है।

बाह्य क्षेत्र के प्रभाव में ध्रुवण तब भी संभव है जब द्रव्य के अणु **अध्रुवीय** होते हैं। अध्रुवीय अणुओं के, बाह्य क्षेत्र की अनुपस्थिति में द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होते हैं। परंतु बाह्य विद्युत्-क्षेत्र की उपस्थिति में किसी अणु में धनावेश तथा ऋणावेश एक-दूसरे के विपरीत दिशाओं में विस्थापित हो जाते हैं। अर्थात्, यद्यपि परमाणु तथा अणु उदासीन होते हैं, तथापि उनके धनावेशों तथा ऋणावेशों के केंद्रों में कुछ पृथकन हो जाता है। इस प्रकार बाह्य विद्युत्-क्षेत्र, अणु में क्षेत्र की दिशा में द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित कर देता है। द्रव्य के किसी नमूने में, ये प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण संयोजित हो जाते हैं, परिणामस्वरूप उसमें एक नेट पूर्ण द्विध्रुव आघूर्ण होता है। अध्याय 2 में ध्रुवण के प्रभाव पर कुछ विस्तार से चर्चा की जाएगी।

1.10 एकसमान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव

चित्र में दर्शाए अनुसार किसी एकसमान विद्युत्-क्षेत्र **E** में द्विध्रुव आघूर्ण **p** के किसी स्थाई द्विध्रुव पर विचार कीजिए (स्थाई द्विध्रुव से हमारा तात्पर्य यह है कि **p** का **E** से स्वतंत्र अस्तित्व है; इसे **E** द्वारा प्रेरित नहीं किया गया है)।

चित्र 1.16 किसी बाह्य विद्युत्-क्षेत्र में द्विध्रुव।

यहाँ आवेश q पर बल $q\mathbf{E}$ तथा $-q$ पर बल $-q\,\mathbf{E}$ लग रहा है। द्विध्रुव पर नेट बल शून्य है, चूंकि $\mathbf{E}$ एकसमान है। परंतु, आवेशों में पृथकन है, अतः बल विभिन्न बिंदुओं पर लग रहे हैं, परिणामस्वरूप द्विध्रुव पर एक बल आघूर्ण लग रहा है। जब नेट बल शून्य है, तो बल आघूर्ण (बल युग्म) मूल बिंदु पर निर्भर नहीं करता। इसका परिमाण, प्रत्येक बल के परिमाण तथा बलयुग्म की भुजा (दो प्रतिसमांतर बलों के बीच की लंबवत् दूरी) के गुणनफल के बराबर होता है।

बल आघूर्ण का परिमाण $= qE \times 2a \sin\theta$

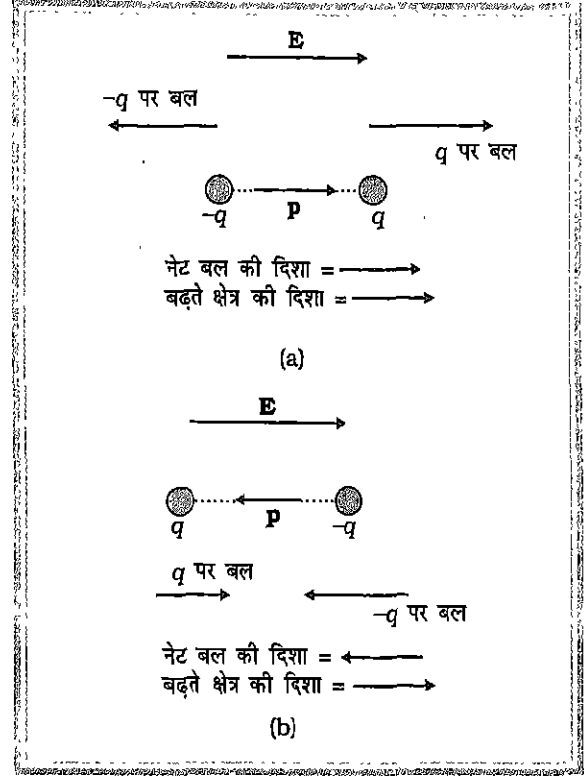
$= 2qaE \sin\theta$

इसकी दिशा कागज के तल के अभिलंबवत्, इससे बाहर की ओर है। $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$ का परिमाण भी $pE \sin\theta$ ही है तथा इसकी दिशा भी कागज के तल के अभिलंबवत्, इससे बाहर की ओर है। इस प्रकार,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \qquad (1.27)$$

यह बल आघूर्ण द्विध्रुव को क्षेत्र $\mathbf{E}$ के साथ सरेखित करने का प्रयास करेगा। जब $\mathbf{p}$ क्षेत्र $\mathbf{E}$ के साथ सरेखित हो जाता है तो बल आघूर्ण शून्य होता है।

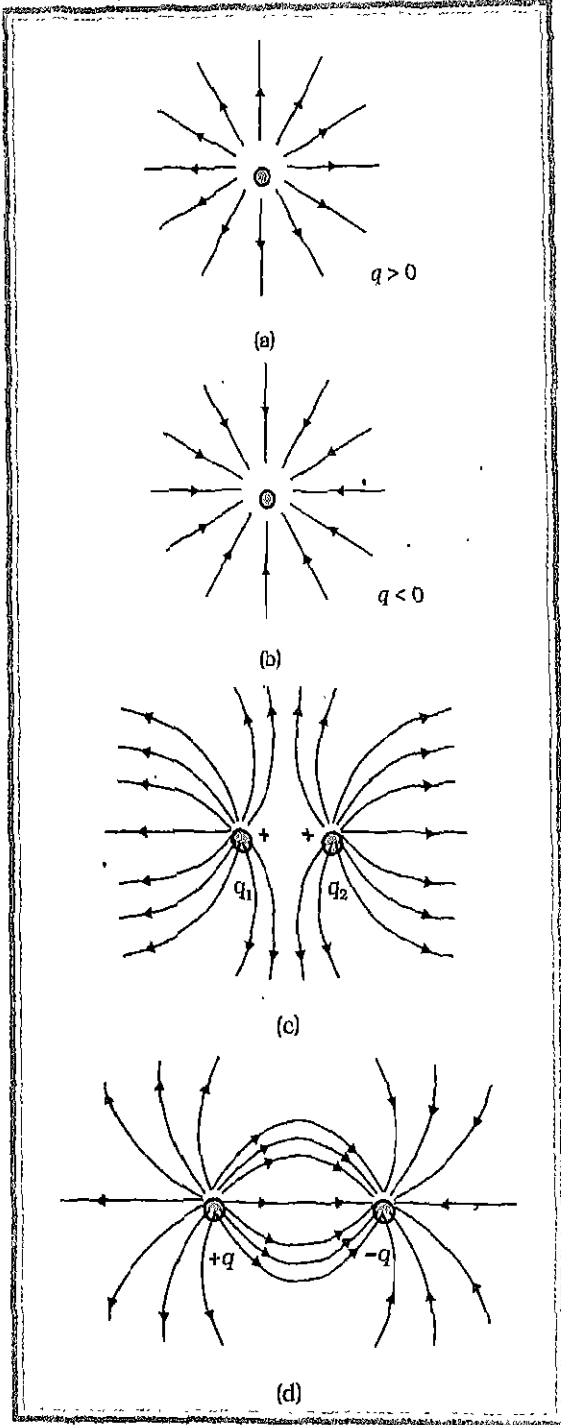
यदि विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ एकसमान न हो, तो क्या होगा? इस प्रकरण में स्पष्ट रूप में नेट बल शून्य नहीं होगा। इसके अतिरिक्त, व्यापक रूप में, निकाय पर पहले की ही भांति एक बल आघूर्ण कार्य करेगा। व्यापक प्रकरण अंतर्ग्रस्त होने के कारण आइए पहले सरल अवस्थिति पर विचार करते हैं जिसमें $\mathbf{p}$ क्षेत्र $\mathbf{E}$ के समांतर अथवा $\mathbf{E}$ के प्रतिसमांतर है। दोनों ही प्रकरणों में, नेट बल आघूर्ण शून्य होता है, परंतु यदि $\mathbf{E}$ एकसमान नहीं है, तो द्विध्रुव पर एक नेट बल कार्य करता है।

चित्र 1.17 से यह स्वतः स्पष्ट है। यह आसानी से देखा जा सकता है कि जब $\mathbf{p}$ क्षेत्र $\mathbf{E}$ के समांतर है, तो द्विध्रुव पर वृद्धिमान क्षेत्र की दिशा में एक नेट बल कार्य करता है। जब $\mathbf{p}$ क्षेत्र $\mathbf{E}$ के प्रतिसमांतर है, तो द्विध्रुव पर ह्रासमान क्षेत्र की दिशा में एक नेट बल कार्य करता है। व्यापक रूप में, बल क्षेत्र $\mathbf{E}$ के सापेक्ष $\mathbf{p}$ के दिक्विन्यास पर निर्भर करता है।

चित्र 1.17 किसी असमान विद्युत्-क्षेत्र में किसी द्विध्रुव पर बल।

यह हमें घर्षण विद्युत् के सामान्य प्रेक्षणों की ओर ले जाता है। शुष्क बालों में कंघी करने के पश्चात् कंघी कागज के छोटे टुकड़ों को आकर्षित करती है। जैसा कि हम जानते हैं कंघी घर्षण द्वारा आवेश अर्जित कर लेती है। परंतु कागज आवेशित नहीं है। तब इस आकर्षण बल का स्पष्टीकरण कैसे करें? पिछली चर्चाओं से संकेत पाकर हम कह सकते हैं कि आवेशित कंघी कागज के टुकड़ों को ध्रुवित कर देती है, अर्थात् कागज के टुकड़ों में क्षेत्र की दिशा में नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित कर देती है। इसके अतिरिक्त कंघी के कारण क्षेत्र एकसमान नहीं होता। इस स्थिति में यह बहुत आसानी से देखा जा सकता है कि कागज के टुकड़े कंघी की दिशा में गति करते हैं।

1.11 विद्युत्-क्षेत्र रेखाएं

फैराडे द्वारा कल्पित विद्युत्-क्षेत्र रेखाएं आवेशों के अभिविन्यास के चारों ओर विद्युत्-क्षेत्र के चित्रात्मक निरूपण का एक ढंग है। व्यापक रूप में, विद्युत्-क्षेत्र रेखा एक ऐसा वक्र होती है जिसके किसी भी बिंदु पर खींचा गया स्पर्शी (स्पर्श रेखा) उस बिंदु पर लगने वाले नेट बल की दिशा में होता है। इस वक्र पर स्पष्ट रूप से स्पर्शी द्वारा विद्युत्-क्षेत्र की दो संभावित दिशाओं में से कोई

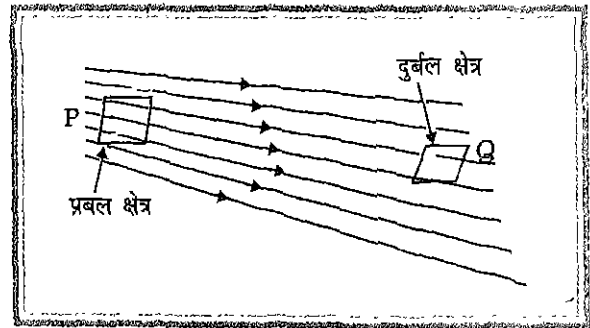
एक दिशा दर्शाने के लिए तीर का चिह्न अंकित करना आवश्यक होता है। कोई क्षेत्र रेखा एक दिक्स्थान वक्र होती है, अर्थात् तीन विमाओं में एक वक्र होती है।

चित्र 1.18 कुछ सरल आवेश विन्यासों के चारों ओर स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएं।

चित्र 1.18 में कुछ सरल आवेश विन्यासों के चारों ओर क्षेत्र रेखाएं दर्शाई गई हैं। ये क्षेत्र रेखाएं 3-विमीय (त्रिविम) दिक्स्थान में हैं, यद्यपि चित्र में इन्हें केवल एक तल में दर्शाया गया है। एकल धनावेश के कारण क्षेत्र रेखाएं त्रिज्यत: बहिर्मुखी होती हैं जबकि एकल ऋणावेश के कारण क्षेत्र रेखाएं त्रिज्यत: अंतर्मुखी होती हैं। दो धनावेशों (q, q) के निकाय के चारों ओर की क्षेत्र रेखाएं पारस्परिक प्रतिकर्षण का एक सजीव चित्रण प्रस्तुत करती हैं जबकि दो परिमाण में समान विजातीय आवेशों $(q, -q)$ के निकाय, अर्थात् कोई द्विध्रुव, के चारों ओर की क्षेत्र रेखाएं आवेशों के बीच स्पष्ट पारस्परिक आकर्षण दर्शाती हैं। क्षेत्र रेखाएं कुछ महत्वपूर्ण सामान्य गुणों का पालन करती हैं :

a) क्षेत्र रेखाएं एक संतत वक्र होती हैं, ये बीच में कहीं नहीं टूटतीं।

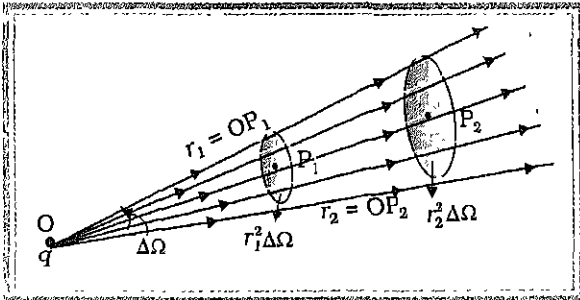
b) क्षेत्र रेखाएं धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त होती हैं। यदि एकल आवेश है, तो ये अनंत से आरंभ अथवा अनंत पर समाप्त हो सकती हैं।

c) दो क्षेत्र रेखाएं एक-दूसरे को कदापि नहीं काटतीं। (यदि वे ऐसा करें, तो प्रतिच्छेदन बिंदु पर क्षेत्र की केवल एक दिशा नहीं होगी, जो निरर्थक है।)

d) स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएं संवृत पाश (बंद लूप) नहीं बनातीं। यह विद्युत्-क्षेत्र की संरक्षणात्मक प्रकृति से अनुगमित होता है (अध्याय 2 देखिए)।

चित्र 1.19 किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता उस बिंदु पर क्षेत्र के अभिलंबवत् एकांक क्षेत्र अवयव को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती होता है।

क्षेत्र रेखाएं दिक्स्थान में विभिन्न बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र की दिशा के बारे में सूचना वहन करती हैं। क्या इनका विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता के परिमाण से भी कोई संबंध है? कुछ क्षेत्र

रेखाओं का समुच्चय खींचने पर विभिन्न बिंदुओं पर क्षेत्र रेखाओं का आपेक्षित घनत्व (अर्थात् अत्यधिक पास-पास होना), उन बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र की आपेक्षिक तीव्रताओं की ओर संकेत करता है। जहाँ क्षेत्र रेखाओं की अधिकता होती है वहाँ क्षेत्र प्रबल होता है तथा जहाँ क्षेत्र रेखाएं दूर-दूर होती हैं वहाँ क्षेत्र दुर्बल होता है। चित्र 1.19 में क्षेत्र रेखाओं का एक समुच्चय दर्शाया गया है। हम किन्हीं दो बिंदुओं P तथा Q पर उस स्थान की क्षेत्र रेखाओं के अभिलंबवत् दो समान तथा छोटे क्षेत्रफल के अवयवों की कल्पना कर सकते हैं। इन क्षेत्र अवयवों को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या इन बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्रों के परिमाणों के अनुक्रमानुपाती होती है। चित्र में यह दर्शाया गया है कि बिंदु P पर विद्युत्-क्षेत्र बिंदु Q पर क्षेत्र की तुलना में अधिक प्रबल है।

इस चित्र से प्राप्त सूचना के आधार पर एकल आवेश q के कारण विद्युत्-क्षेत्र की $\frac{1}{r^2}$ पर निर्भरता समझ में आने योग्य एक तथ्य है। किसी दिए गए घन कोण* में अरीय (त्रिज्यीय) क्षेत्र रेखाओं की संख्या समान है। आवेश r_1 तथा r_2 दूरियों पर स्थित दो बिंदुओं P_1 तथा P_2 के लिए, रेखाओं की समान संख्या (मान लीजिए n) बिंदु P_1 पर $r_1^2\,\Delta\Omega$ क्षेत्र के अवयव को काटती है तथा बिंदु P_2 पर $r_2^2\,\Delta\Omega$ क्षेत्र के अवयव को काटती है। तब एकांक क्षेत्र अवयव को काटने वाली रेखाओं की संख्या बिंदु P_1 पर $n/r_1^2\,\Delta\Omega$ तथा बिंदु P_2 पर $n/r_2^2\,\Delta\Omega$ है। चूंकि n तथा $\Delta\Omega$ उभयनिष्ठ हैं, स्पष्ट रूप से क्षेत्र $\frac{1}{r^2}$ पर निर्भर करता है।

चित्र 1.20 विद्युत्-क्षेत्र की $1/r^2$ निर्भरता विद्युत् क्षेत्र रेखाओं के चित्रण से सामंजस्य रखती है।

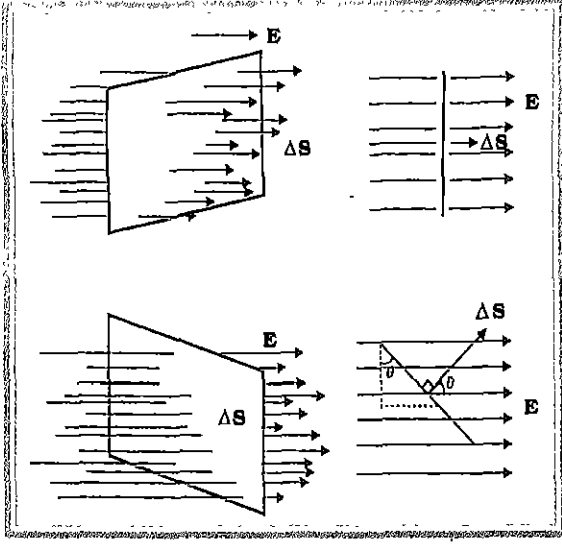
क्षेत्र रेखाओं के चित्रण की कल्पना फैराडे ने आवेशित विन्यासों के चारों ओर विद्युत्-क्षेत्र का मानस-प्रत्यक्षीकरण (कल्पना) करने के लिए एक अंतर्दर्शी अगणितीय उपाय विकसित करने के लिए की थी। फैराडे ने उन्हें 'बल रेखाएं' (Lines of force) कहा था। यह पद विशेषकर चुंबकीय क्षेत्रों के प्रकरण में कुछ भ्रामक है। इनके लिए अधिक उचित पद 'क्षेत्र रेखाएं' (Field Lines) (विद्युत् अथवा चुंबकीय) है जिसे हमने इस पुस्तक में अपनाया है।

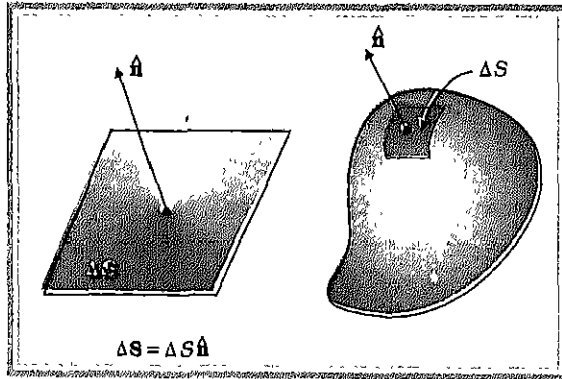
1.12 वैद्युत फ्लक्स

विद्युत्-क्षेत्र रेखाओं, जिनके विषय में हमने ऊपर चर्चा की थी, के प्रकरण में हमने देखा कि विद्युत्-क्षेत्र के किसी बिंदु पर अभिलंबवत् रखे एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या उस बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता की माप होती है। इसका अर्थ यह है कि यदि हम ΔS क्षेत्रफल का कोई लघु समतलीय अवयव किसी बिंदु पर **E** के अभिलंबवत् रखें, तो इसे काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\Delta S$ के अनुक्रमानुपाती** है। अब मान लीजिए हम क्षेत्रफल अवयव को किसी कोण θ पर झुका देते हैं। स्पष्ट है कि इस स्थिति में इस क्षेत्रफल-अवयव को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या घट जाएगी। क्षेत्रफल-अवयव का **E** के अभिलंबवत् प्रक्षेप $\Delta S \cos\theta$ है। अतः ΔS को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\,\Delta S\cos\theta$ के अनुक्रमानुपाती है। जब $\theta = 90°$ है, तो क्षेत्र रेखाएं ΔS के समांतर होंगी और उसे बिल्कुल भी नहीं काटेंगी (देखिए चित्र 1.21)।

बहुत से संदर्भों में क्षेत्रफल-अवयव का केवल परिमाण ही नहीं, उसका दिक्विन्यास भी महत्त्वपूर्ण होता है। उदाहरण के लिए, किसी धारा प्रवाह में किसी रिंग से होकर जाने वाले पानी का परिमाण स्वाभाविक रूप से इस बात पर निर्भर करेगा कि आप उसे जल धारा में किस प्रकार पकड़े हुए हैं। यदि उसे आप जल के प्रवाह के अभिलंबवत् रखते हैं, तो उससे होकर अधिक जल गुजरेगा। अन्य सभी दिक्विन्यासों में रिंग से अपेक्षाकृत कम जल गुजरेगा। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि क्षेत्रफल-अवयव को सदिश की भांति मानना चाहिए। इसमें परिमाण और दिशा दोनों होते हैं। समतलीय क्षेत्र की दिशा को कैसे निर्दिष्ट करें? स्पष्ट है कि तल के अभिलंबवत् तल का दिक्विन्यास निर्दिष्ट होता है। अतः किसी समतलीय क्षेत्र सदिश की दिशा इसके अभिलंब के अनुदिश होती है।

* घनकोण किसी शंकु की माप होती है। दिए गए शंकु के R त्रिज्या के गोले के प्रतिच्छेद पर विचार कीजिए। शंकु के घनकोण $\Delta\Omega$ को $\Delta S/R^2$ के समान परिभाषित किया जाता है, यहां ΔS गोले पर-शंकु द्वारा काटा गया क्षेत्रफल है।

** यह कहना उचित नहीं है कि, क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\,\Delta S$ के बराबर है। क्षेत्र रेखाओं की संख्या वास्तव में ऐसा विषय है जो इस बात पर निर्भर करता है कि हम कितनी रेखाएं खींचने का चयन करते हैं। अतः भौतिक सार्थकता क्षेत्र रेखाओं की उस आपेक्षिक संख्या की है जो विभिन्न बिंदुओं पर दिए गए क्षेत्रफल को काटती है।

चित्र 1.21 किसी बिंदु पर लघु क्षेत्रफल-अवयव ΔS को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या विद्युत्-क्षेत्र की दिशा के सापेक्ष क्षेत्रफल-अवयव के दिक्विन्यास पर निर्भर करती है। चित्र में बाईं ओर अनुप्रस्थ परिच्छेद का दृश्य दिया गया है।

किसी वक्रित पृष्ठ के क्षेत्रफल को किसी सदिश से किस प्रकार संबद्ध करें? हम यह कल्पना करते हैं कि वक्रित पृष्ठ बहुत से छोटे-छोटे क्षेत्रफल-अवयवों में विभाजित है। इनमें प्रत्येक छोटे क्षेत्रफल-अवयव को समतलीय की भांति मान सकते हैं और जैसा पहले स्पष्ट किया जा चुका है कि प्रत्येक छोटे अवयव से सदिश संबद्ध किया जा सकता है।

चित्र 1.22 क्षेत्रफल एक सदिश राशि है क्योंकि न केवल इसका परिमाण वरन इसका दिक्विन्यास भी महत्त्वपूर्ण होता है। किसी समतलीय क्षेत्र का दिक्विन्यास उसके अभिलंब द्वारा निर्दिष्ट होता है। किसी वक्रित पृष्ठ का प्रत्येक लघु क्षेत्र एक समतलीय क्षेत्र की भांति माना जा सकता है।

यहाँ इसकी एक संदिग्धता पर ध्यान दीजिए। किसी क्षेत्रफल-अवयव की दिशा उसके अभिलंब के अनुदिश होती है। परंतु एक अभिलंब दो दिशाओं की ओर संकेत कर सकता है। किस दिशा का चयन हम किसी क्षेत्रफल-अवयव से संबद्ध सदिश की दिशा के रूप में करें? इस समस्या का हल कुछ परिपाटियों द्वारा, जो दिए हुए संदर्भ में उचित होती हैं, निकाला जाता है। किसी बंद पृष्ठ के प्रकरण में, यह परिपाटी बहुत सरल है। किसी बंद पृष्ठ के प्रत्येक क्षेत्रफल-अवयव से संबद्ध सदिश को बहिर्मुखी अभिलंब की दिशा में लिया जाता है। चित्र 1.22 में इसी परिपाटी का उपयोग किया गया है। इस प्रकार, किसी बंद पृष्ठ के किसी बिंदु पर क्षेत्रफल-अवयव सदिश $\Delta\mathbf{S}$ का मान $\Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$ के बराबर होता है। यहाँ ΔS क्षेत्रफल-अवयव का परिमाण है तथा $\hat{\mathbf{n}}$ उस बिंदु पर बहिर्मुखी अभिलंब की दिशा में एकांक सदिश है।

अब हम वैद्युत फ्लक्स (अभिवाह) की परिभाषा पर आते हैं। किसी क्षेत्र अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से होकर जाने वाले वैद्युत फ्लक्स $\Delta\phi$ को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है

$$\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S} = E\,\Delta S\ \cos\theta \qquad (1.28)$$

जैसा कि हम पहले देख चुके हैं, वैद्युत फ्लक्स, क्षेत्रफल अवयव को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती है। यहाँ कोण θ क्षेत्र $\mathbf{E}$ तथा $\Delta\mathbf{S}$ के बीच का कोण है। बंद पृष्ठ के लिए, अपनाई गई परिपाटी, जिसका हम पहले वर्णन कर चुके हैं, के अनुसार θ क्षेत्रफल-अवयव पर बहिर्मुखी अभिलंब $\hat{\mathbf{n}}$ तथा क्षेत्र $\mathbf{E}$ के बीच का कोण है। ध्यान दीजिए, हम व्यंजक $E\Delta S \cos\theta$ पर दो ढंगों से विचार कर सकते हैं: $E\,(\Delta S \cos\theta)$ अर्थात् $\mathbf{E}$ पर क्षेत्रफल-अभिलंब के प्रक्षेप का $\mathbf{E}$ गुना, अथवा $E_{\perp}\Delta S$ अर्थात् क्षेत्रफल-अवयव पर अभिलंब के अनुदिश $\mathbf{E}$ का अवयव गुना क्षेत्रफल-अवयव का परिमाण। वैद्युत फ्लक्स का मात्रक $\mathrm{N\,C^{-1}\,m^2}$ है।

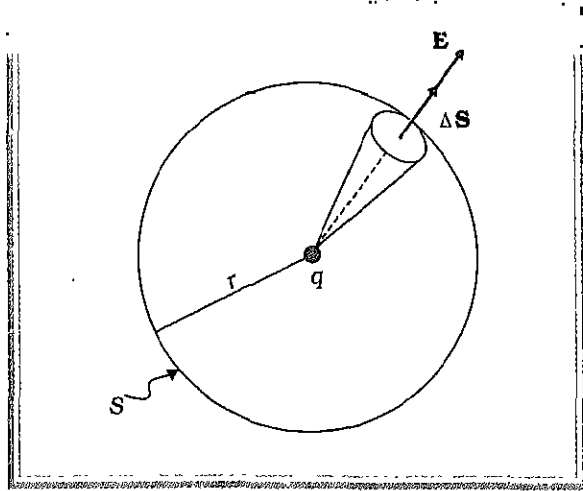
सिद्धांत रूप में, समीकरण (1.28) से प्राप्त वैद्युत फ्लक्स की मूल परिभाषा का उपयोग किसी दिए गए पृष्ठ से गुजरने वाले कुल फ्लक्स का परिकलन करने में किया जा सकता है। केवल हमें यह करना है कि दिए गए पृष्ठ को छोटे-छोटे क्षेत्रफल-अवयवों में विभाजित करके, प्रत्येक अवयव के लिए फ्लक्स को परिकलित करके उन्हें जोड़ना है। अतः किसी पृष्ठ S से गुजरने वाला कुल फ्लक्स ϕ है,

$$\phi \simeq \Sigma\, \mathbf{E}\,.\,\Delta\mathbf{S} \qquad (1.29)$$

यहाँ हमने 'लगभग' के चिह्न का उपयोग इसलिए किया है कि यहाँ लघु क्षेत्रफल-अवयव पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ नियत माना

गया है। गणित की दृष्टि से यह केवल तभी यथार्थ है जब आप सीमा $\Delta S \to 0$ लें तथा समीकरण (1.29) में योग के चिह्न के स्थान पर समाकलन का चिह्न लिखें। यहाँ उस प्रक्रिया की विस्तृत चर्चा हम नहीं करेंगे।

1.13 गाउस प्रमेय

वैद्युत फ्लक्स की कल्पना के सरल अनुप्रयोग के रूप में, आइए किसी गोले, जिसके केंद्र पर कोई बिंदु आवेश q स्थित है, से गुजरने वाले कुल फ्लक्स पर विचार करें।

चित्र 1.23 किसी गोले के केंद्र पर बंद बिंदु आवेश q से होकर गुजरने वाला फ्लक्स।

गोले को लघु क्षेत्रफल-अवयवों में विभाजित कीजिए। किसी क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाला फ्लक्स है :

$$\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}}.\Delta\mathbf{S} \qquad (1.30)$$

यहाँ एकल बिंदु आवेश q के कारण विद्युत्-क्षेत्र के लिए हमने कूलॉम के नियम का उपयोग किया है। एकांक सदिश $\hat{\mathbf{r}}$ केंद्र से क्षेत्रफल-अवयव की ओर ध्रुवांतर रेखा (radius vector) के अनुदिश है। चूंकि गोले के पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर अभिलंब उस बिंदु पर ध्रुवांतर रेखा के अनुदिश होता है, क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S}$ तथा $\hat{\mathbf{r}}$ दोनों समान दिशा में होते हैं। अतः

$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\Delta S \qquad (1.31)$$

चूंकि $\hat{\mathbf{r}}$ का परिमाण 1 है।

गोले से गुजरने वाला कुल फ्लक्स सभी विभिन्न क्षेत्रफल-अवयवों से गुजरने वाले फ्लक्सों का योग करने पर प्राप्त होता है; अतः

$$\phi = \sum_{\text{सभी }\Delta S} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\Delta S \qquad (1.32)$$

चूंकि गोले का प्रत्येक क्षेत्रफल-अवयव आवेश से समान दूरी r पर है, अतः

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \sum_{\text{सभी }\Delta S} \Delta S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} S \qquad (1.33)$$

अब चूंकि गोले का कुल क्षेत्रफल $4\pi r^2$ के बराबर होता है, अतः

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1.34)$$

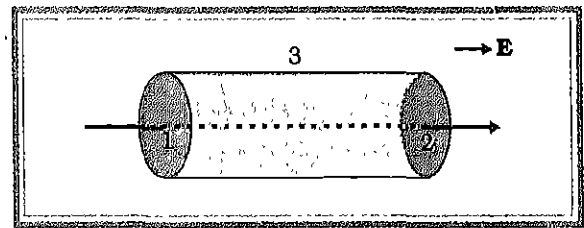
समीकरण (1.34) स्थिर विद्युतिकी के एक व्यापक परिणाम जिसे गाउस प्रमेय कहते हैं, का एक सरल दृष्टांत है। बिना उपपत्ति हम गाउस प्रमेय को इस प्रकार लिखते हैं :

बंद पृष्ठ S से निर्गत वैद्युत फ्लक्स

$$= q/\varepsilon_0 \qquad (1.35)$$

q = S द्वारा परिबद्ध कुल आवेश

इस प्रमेय से यह उपलक्षित होता है कि यदि पृष्ठ द्वारा कोई आवेश परिबद्ध नहीं है तो उस बंद पृष्ठ से निर्गत कुल फ्लक्स शून्य होता है। चित्र 1.24 की सरल स्थिति में इसे हम सुस्पष्ट देख सकते हैं। इसमें विद्युत्-क्षेत्र एक समान है तथा हम किसी ऐसे बंद बेलनाकार पृष्ठ पर विचार कर रहे हैं जिसमें बेलन का अक्ष एकसमान क्षेत्र **E** के समांतर है। पृष्ठ से निर्गत कुल फ्लक्स ϕ है,

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \qquad (1.36)$$

चित्र 1.24 किसी सिलिंडर के पृष्ठ से होकर गुजरने वाले एकसमान विद्युत्-क्षेत्र के फ्लक्स का परिकलन।

यहाँ ϕ_1 तथा ϕ_2 सिलिंडर के पृष्ठों (वृत्ताकार अनुप्रस्थ परिच्छेद के) 1 तथा 2 से निर्गत फ्लक्स को निरूपित करते हैं तथा ϕ_3 बंद पृष्ठ के वक्रित सिलिंडरी भाग से निर्गत फ्लक्स है। पृष्ठ 3 के किसी भी बिंदु पर अभिलंब **E** के लंबवत् है, अतः परिभाषा के अनुसार $\phi_3 = 0$। साथ ही पृष्ठ 2 पर बहिर्मुखी अभिलंब **E** के अनुदिश है तथा पृष्ठ 1 पर बहिर्मुखी

अभिलंब **E** के विपरीत है। अतः,

$$\phi_1 = -E\,S_1, \quad \phi_2 = +E\,S_2,$$
$$S_1 = S_2 = S \qquad (1.37)$$

यहाँ S वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है। अतः कुल फ्लक्स शून्य है, जैसा कि गाउस प्रमेय से संभावित था।

गाउस प्रमेय, समीकरण (1.35), का अत्यधिक महत्त्व इस कारण से भी है कि यह केवल कुछ सरल प्रकरणों, जिन पर हमने अभी विचार किया है पर हीं लागू नहीं होती वरन् यह व्यापक रूप में सत्य है। आइए, इस प्रमेय से संबंधित कुछ महत्त्वपूर्ण बातों पर ध्यान दें :

(a) गाउस प्रमेय सभी बंद पृष्ठों, चाहे उनकी आकृति एवं आकार कुछ भी हो, के लिए सत्य है।

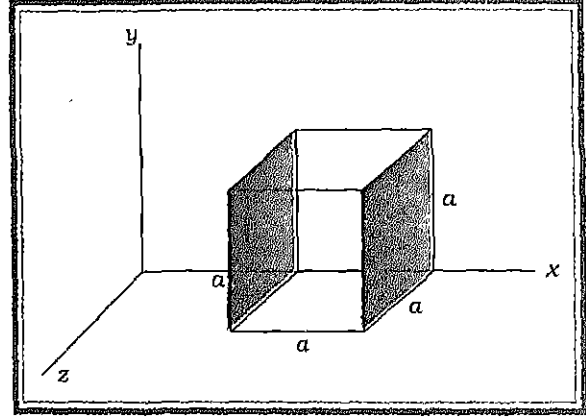
(b) गाउस प्रमेय, समीकरण (1.35), के दक्षिण पक्ष में आए पद q में पृष्ठ से परिबद्ध समस्त आवेशों का योग सम्मिलित है। पृष्ठ के भीतर आवेश कहीं पर भी अवस्थित हो सकते हैं।

(c) उन परिस्थितियों में जब किसी ऐसे पृष्ठ का चयन किया गया है जिसमें कुछ आवेश पृष्ठ के भीतर तथा कुछ उससे बाहर है, तब विद्युत् क्षेत्र [जिसका फ्लक्स समीकरण (1.35) में वाम पक्ष में दर्शाया जाता है]। S के भीतर तथा बाहर स्थित सभी आवेशों के कारण होता है। परंतु, गाउस प्रमेय के दक्षिण पक्ष में आने वाले पद q में केवल S के भीतर का कुल आवेश निरूपित होता है।

(d) गाउस नियम के लिए जिस पृष्ठ का चयन किया जाता है उसे गाउसीय पृष्ठ कहते हैं। आप कोई भी गाउसीय पृष्ठ चुनकर उस पर गाउस प्रमेय लागू कर सकते हैं। परंतु, सावधान रहिए गाउसीय पृष्ठ को किसी विविक्त (discrete) आवेश से नहीं गुजरना चाहिए। इसका कारण यह है कि विविक्त आवेशों के निकाय के कारण विद्युत्- क्षेत्र को किसी भी आवेश की अवस्थिति पर भली-भांति परिभाषित नहीं किया गया है (जैसे ही आप किसी आवेश के निकट जाते हैं, विद्युत्-क्षेत्र सभी सीमाओं/ मर्यादाओं से आगे बढ़ता है)। परंतु गाउसीय पृष्ठ संतत आवेश विस्तार से होकर गुजर सकता है। (सोचिए ऐसा क्यों है?)

(e) कुछ सममिति वाले आवेश विन्यासों के लिए, उचित गाउसीय पृष्ठ का चयन महत्त्वपूर्ण होता है, क्योंकि ऐसा करने से विद्युत्-क्षेत्र के परिकलन में सुविधा हो जाती है। वास्तव में, जैसा कि हम आगे देखेंगे, गाउस प्रमेय का सर्वाधिक व्यापक उपयोग सममित आवेश विन्यासों के लिए ही होता है।

(f) अंत में, गाउस प्रमेय कूलॉम के नियम में अंतर्निहित दूरी पर व्युत्क्रम वर्ग निर्भरता पर आधारित है। गाउस-प्रमेय का कोई भी उल्लंघन व्युत्क्रम वर्ग नियम से विचलन का संकेत देता है।

उदाहरण 1.8 नीचे दिए गए चित्र में विद्युत्-क्षेत्र के घटक $E_x = \alpha x^{1/2}$, $E_y = E_z = 0$ है जिनमें $\alpha = 800\ \text{N/C m}^{1/2}$। (a) घन से गुजरने वाला फ्लक्स ϕ_E तथा (b) घन के भीतर आवेश परिकलित कीजिए। $a = 0.1$ m मानिए।

चित्र 1.25 किसी दिए गए विद्युत्-क्षेत्र का फ्लक्स घन से गुजरते हुए।

हल

(a) चूंकि विद्युत्-क्षेत्र का x-दिशा के लंबवत् फलकों के कारण केवल एक ही x-अवयव है, अतः **E** तथा Δ**S** के बीच का कोण $\pm \pi/2$ है। अतः, फ्लक्स $\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$ केवल दो छायांकित फलकों को छोड़कर शेष सभी फलकों के लिए पृथक-पृथक रूप में शून्य है। अब, बाएँ फलक पर विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण

$$E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha a^{1/2} \quad [x = a \text{ बाएँ फलक पर}]$$

दाएँ फलक पर विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण

$$E_R = \alpha x^{1/2} = \alpha (2a)^{1/2} \quad [x = 2a \text{ दाएँ फलक पर}]$$

तदनुरूपी फ्लक्स हैं

$$\phi_L = \mathbf{E}_L.\Delta\mathbf{S} = E_L\,\Delta S \cos\theta$$

$= -E_L \Delta S$, चूँकि $\theta = 180°$

$= -E_L a^2$

$\phi_R = \mathbf{E}_R . \Delta \mathbf{S} = E_R \Delta S \cos\theta$

$= E_R \Delta S$, चूँकि $\theta = 0°$

$= E_R a^2$

घन से गुजरने वाला नेट फ्लक्स

$= \phi_L + \phi_R = E_R a^2 - E_L a^2$

$= a^2 (E_R - E_L)$

$= \alpha a^2 [(2a)^{1/2} - a^{1/2}]$

$= \alpha a^{5/2} (\sqrt{2} - 1)$

$= 800 (0.1)^{5/2} (\sqrt{2} - 1)$

$= 1.05 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

(b) हम घन के भीतर कुल आवेश ज्ञात करने के लिए गाउस प्रमेय का उपयोग कर सकते हैं। यहाँ $\phi = q/\varepsilon_0$ अथवा $q = \phi\, \varepsilon_0$ अत:

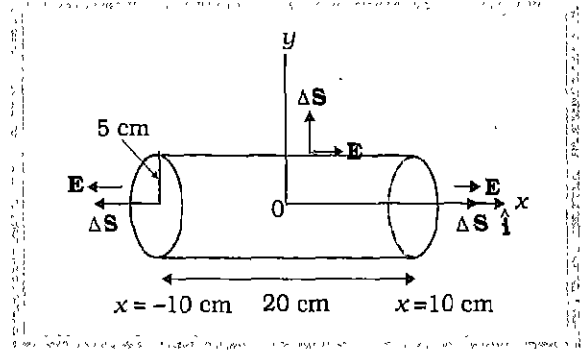
$q = 1.05 \times 8.854 \times 10^{-12}$ C

$= 9.27 \times 10^{-12}$ C

उदाहरण 1.9 कोई विद्युत्-क्षेत्र धनात्मक x के लिए धनात्मक x-दिशा में एकसमान है, परंतु ऋणात्मक x के लिए ऋणात्मक x-दिशा में समान परिमाण के साथ एकसमान है। दिया गया है कि $\mathbf{E} = 200\, \hat{\mathbf{i}}$ N/C ($x > 0$ के लिए) तथा $\mathbf{E} = -200\, \hat{\mathbf{i}}$ N/C ($x < 0$ के लिए)। 20 cm लंबे 5 cm त्रिज्या के किसी लंबवृत्तीय सिलिंडर का केंद्र मूल बिंदु पर है तथा इसका अक्ष x-अक्ष के अनुदिश है ताकि इसका एक फलक $x = +10$ cm पर तथा अन्य $x = -10$ cm पर है (a) सिलिंडर के प्रत्येक चपटे फलक से गुजरने वाला नेट बहिर्मुखी फ्लक्स कितना है? (b) सिलिंडर के पार्श्व से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है? (c) सिलिंडर से होकर जाने वाला कुल बहिर्मुखी फ्लक्स कितना है? (d) सिलिंडर के भीतर कुल नेट आवेश कितना है?

हल

(a) हम चित्र में यह देखते हैं कि बाएँ फलक पर **E** तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर हैं। अत: बहिर्मुखी फ्लक्स

$\phi_L = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S} = -200\, \hat{\mathbf{i}}.\Delta\mathbf{S}$

चित्र 1.26 किसी दिए गए विद्युत्-क्षेत्र का लंबवृत्तीय सिलिंडर से गुजरने वाला फ्लक्स।

$= +200\, \Delta S$, चूँकि $\hat{\mathbf{i}}.\Delta\mathbf{S} = -\Delta S$

$= +200 \times \pi\, (0.05)^2 = +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

दाएँ फलक पर **E** तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर हैं, अत:

$\phi_R = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$

$= +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

(b) सिलिंडर के पार्श्व के किसी भी बिंदु के लिए $\mathbf{E}, \Delta\mathbf{S}$ के लंबवत् है, अत: $\mathbf{E}.\Delta\mathbf{S} = 0$। अत: सिलिंडर के पार्श्व से बहिर्मुखी फ्लक्स शून्य है।

(c) सिलिंडर से होकर कुल नेट बहिर्मुखी फ्लक्स

$\phi = 1.57 + 1.57 + 0 = 3.14 \text{ N m}^2 \text{C}^{-1}$.

(d) सिलिंडर के भीतर नेट आवेश का मान गाउस प्रमेय द्वारा ज्ञात किया जा सकता है, जिससे हमें प्राप्त होता है,

$q = \varepsilon_0\, \phi$

$= 3.14 \times 8.854 \times 10^{-12}$ C

$= 2.78 \times 10^{-11}$ C

1.14 संतत आवेश वितरण

अब तक हमने ऐसे आवेश विन्यासों के विषय में ही चर्चा की है जिनमें विविक्त आवेश $q_1, q_2, ..., q_n$ सम्मिलित थे। चर्चा को विविक्त आवेशों तक सीमित करने का एक कारण यह है कि इनके गणितीय परिकलन सरल होते हैं जिनमें कलन (कैलकुलस) की आवश्यकता नहीं होती। परंतु बहुत से कार्यों के लिए विविक्त आवेशों के पदों में कार्य करना व्यावहारिक नहीं होता और हमें सतत आवेश वितरण की आवश्यकता होती है। उदाहरण के लिए, किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर किसी आवेश वितरण का विशिष्ट अतिसूक्ष्म आवेशित अवयवों की अवस्थिति के पदों में पृथक्-पृथक् वर्णन कर पाना व्यावहारिक नहीं होता। किसी चालक के पृष्ठ पर किसी

क्षेत्रफल अवयव ΔS (जो स्थूल स्तर पर बहुत छोटा होता है, परंतु इलेक्ट्रॉनों की काफी अधिक संख्या को सम्मिलित करने के लिए पर्याप्त बड़ा है) के बारे में विचार करके उस अवयव पर आवेश ΔQ का पृथक-पृथक उल्लेख करना अधिक उपयुक्त रहता है। तत्पश्चात् हम उस क्षेत्रफल अवयव पर पृष्ठीय आवेश घनत्व, σ को परिभाषित करते हैं। आवेश घनत्व

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \tag{1.38}$$

ऐसा हम चालक के पृष्ठ के विभिन्न बिंदुओं पर कर सकते हैं और इस प्रकार किसी सतत फलन σ, जिसे पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं, पर पहुँच सकते हैं। इस प्रकार से परिभाषित पृष्ठीय आवेश घनत्व σ में आवेश के क्वांटमीकरण तथा सूक्ष्म स्तर* पर आवेश वितरण में असांतत्य की उपेक्षा की गई है। σ स्थूल स्तर पर पृष्ठीय आवेश घनत्व को निरूपित करता है जो कि किसी क्षेत्रफल अवयव ΔS पर सूक्ष्म आवेश घनत्व का एक निर्विघ्न औसत है और जैसा कि पहले कहा जा चुका है जो कि सूक्ष्मदर्शीय रूप में बड़ा तथा स्थूलदर्शीय रूप में छोटा है।

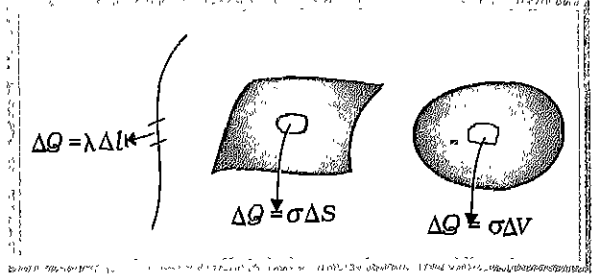
इसी प्रकार का दृष्टिकोण किसी रैखिक आवेश वितरण तथा आयतनी आवेश वितरणों पर लागू होता है। किसी तार के रैखिक आवेश घनत्व λ को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है,

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} \tag{1.39}$$

यहाँ Δl सूक्ष्म स्तर पर तार का छोटा रैखिक अवयव है, जिसमें सूक्ष्म आवेशित अवयवों की बहुत बड़ी संख्या सम्मिलित है तथा ΔQ उस रैखिक अवयव में समाए आवेश हैं। आयतनी आवेश घनत्व (जिसे कभी-कभी सरल शब्दों में आवेश घनत्व भी कहते हैं) को भी इसी प्रकार परिभाषित किया जाता है :

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \tag{1.40}$$

यहाँ ΔQ स्थूलदर्शीय रूप में छोटे आयतन अवयव ΔV में सम्मिलित आवेश है जो सूक्ष्मदर्शीय आवेशित अवयवों की बहुत बड़ी संख्या को सम्मिलित करते हैं।

यहाँ पर हमारी संतत आवेश वितरण की धारणा यांत्रिकी में हमारे द्वारा अपनाई गई संतत संहति वितरण (विभाजन) की धारणा की ही तरह है। जब हम किसी द्रव के घनत्व का उल्लेख करते हैं, तो हम उसके स्थूलदर्शीय घनत्व का ही उल्लेख कर रहे होते हैं। इसे हम एक संतत तरल मान लेते हैं तथा उसकी विविक्त आण्विक रचना की उपेक्षा कर देते हैं।

चित्र 1.27 रैखिक, पृष्ठीय तथा आयतनी आवेश घनत्वों की परिभाषाएँ। प्रत्येक प्रकरण में, चुने गए अवयव ($\Delta l, \Delta S, \Delta V$) स्थूलदर्शीय स्तर पर छोटे हैं परंतु उसमें सूक्ष्मदर्शीय अवयवों की एक बहुत बड़ी संख्या समाहित होती है।

विविक्त आवेशों के निकाय के कारण विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त करने [समीकरण (1.16)] की ही भांति संतत आवेश वितरण के कारण विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त किया जा सकता है। मान लीजिए किसी दिक्स्थान में संतत आवेश वितरण का आवेश घनत्व ρ है। कोई भी उचित मूल बिंदु चुनिए तथा मान लीजिए कि आवेश वितरण के किसी बिंदु का स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ है। आवेश घनत्व ρ में एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर अंतर हो सकता है, अर्थात् यह $\mathbf{r}$ का फलन है। आवेश वितरण को छोटे-छोटे ΔV आकार के आयतन अवयवों में विभाजित कीजिए। तब आयतन अवयव ΔV में आवेश की मात्रा $\rho\,\Delta V$ है।

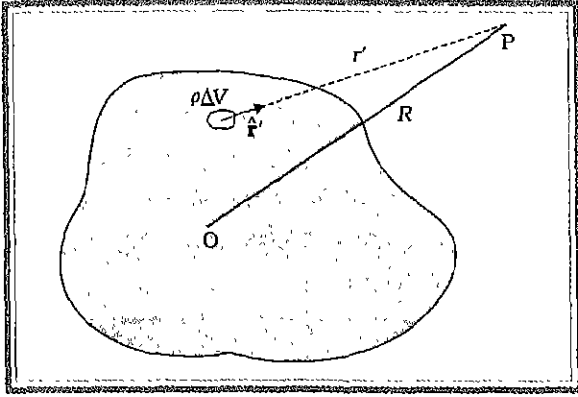
किसी भी व्यापक बिंदु ρ (वितरण के बाहर अथवा भीतर) पर स्थिति सदिश $\mathbf{R}$ के साथ विचार करिए। आवेश $\rho\,\Delta V$ के कारण कूलॉम के नियम द्वारा विद्युत्-क्षेत्र

$$\Delta\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\rho\,\Delta V}{r'^2}\,\hat{\mathbf{r}}' \tag{1.41}$$

यहाँ r' बिंदु P की आवेश अवयव से दूरी है तथा $\hat{\mathbf{r}}'$ आवेश अवयव से P की ओर निर्दिष्ट करते हुए कोई एकांक सदिश है। अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा आवेश वितरण के कारण कुल विद्युत्-क्षेत्र विभिन्न आयतनी अवयवों के कारण विद्युत्-क्षेत्रों का योग करने पर प्राप्त होता है :

$$\mathbf{E} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\text{सभी }\Delta V}\frac{\rho\,\Delta V}{r'^2}\,\hat{\mathbf{r}}' \tag{1.42}$$

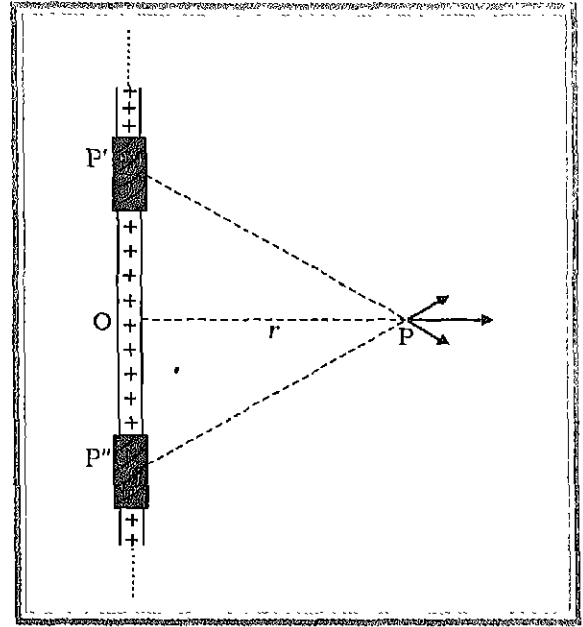
* सूक्ष्मदर्शीय स्तर पर आवेश वितरण संतत नहीं होता क्योंकि इसमें विविक्त आवेश होते हैं जिनके बीच रिक्त स्थान होता है तथा जिसमें कोई आवेश नहीं होता।

ध्यान दीजिए, ρ, $\mathbf{r}'$, $\hat{\mathbf{r}}'$ सभी के मान एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर जाने पर परिवर्तित हो जाते हैं। किसी यथार्थ गणितीय विधि में हमें $\Delta V \to 0$ लेना चाहिए। इसके पश्चात् फिर योग एक समाकल बन जाता है। परंतु सरलता की दृष्टि से इस चर्चा को हम यहीं छोड़ रहे हैं। संक्षेप में, कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत का उपयोग करके किसी भी आवेश वितरण के लिए, चाहे वह विविक्त हो अथवा संतत, अथवा अंशत: विविक्त तथा अंशत: संतत हो विद्युत्-क्षेत्र ज्ञात किया जा सकता है।

चित्र 1.28 *संतत आवेश वितरण के कारण विद्युत्-क्षेत्र के लिए समीकरण (1.42) में प्रयोग किए गए संकेत।*

1.15 गाउस प्रमेय के अनुप्रयोग

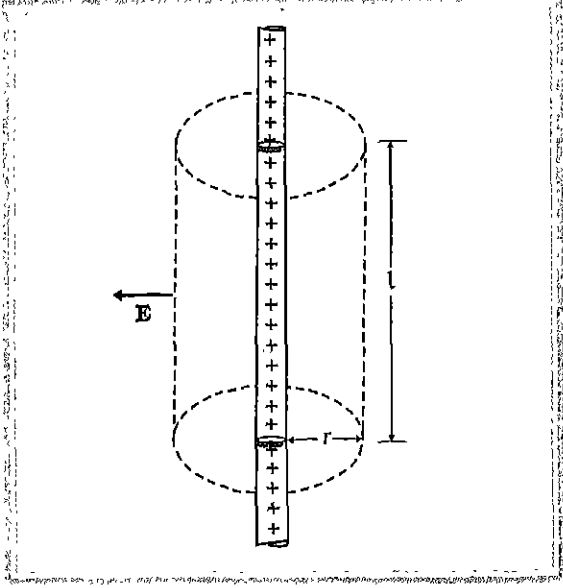
उपरोक्त चर्चा में हमने देखा कि किसी व्यापक आवेश वितरण के कारण विद्युत्-क्षेत्र समीकरण (1.42) द्वारा प्रकट किया जाता है। व्यवहार में, कुछ विशेष प्रकरणों को छोड़कर, इस समीकरण में सम्मिलित संकलन (समाकलन) की प्रक्रिया को दिक्स्थान के सभी बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त करने के लिए कार्यान्वित नहीं किया जा सकता। तथापि, कुछ सममित आवेश विन्यासों के लिए गाउस प्रमेय का उपयोग करके सरल ढंग से विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त करना संभव होता है। इसे कुछ उदाहरणों द्वारा समझना सरल होगा।

किसी अनंत लंबाई के सीधे आवेशित तार के कारण विद्युत्-क्षेत्र

किसी अनंत लंबाई के सीधे लंबे एकसमान आवेश घनत्व λ के तार पर विचार कीजिए। यह तार स्पष्ट रूप से एक सममित अक्ष है। मान लीजिए हम O से P की ओर त्रिज्यीय सदिश लेते हैं और उसे तार के चारों ओर घुमाते हैं। इस प्रकार प्राप्त बिंदु P, P′, P″ आवेशित तार के संदर्भ में पूर्णत: तुल्य है। इससे यह

चित्र 1.29 *किसी अनंत लंबाई के पतले सीधे आवेशित तार के कारण विद्युत्-क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) होता है।*

ध्वनित होता है कि इन बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण समान होना चाहिए। सभी बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र की दिशा अरीय (त्रिज्यीय) (यदि $\lambda > 0$ तो बहिर्मुखी, यदि $\lambda < 0$ तो अंतर्मुखी) है। यह चित्र 1.29 से स्पष्ट है। चित्र में दर्शाए अनुसार के तार के रैखिक अवयवों के किसी युगल (युग्म) पर विचार कीजिए। युगल (युग्म) के दो अवयवों द्वारा उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्रों को जब संकलित करते हैं तो एक परिणामी विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त होता है जो अरीय (त्रिज्यीय) होता है (त्रिज्य सदिश के अभिलंबवत् अवयव (घटक) एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं)। यह सभी युगलों (युग्मों) के लिए सत्य है इसीलिए किसी भी बिंदु P पर कुल क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) होता है। अंतिमत:, चूंकि तार की लंबाई अनंत है, विद्युत्-क्षेत्र तार की लंबाई के अनुदिश बिंदु की स्थिति पर निर्भर नहीं करता। संक्षेप में, तार को अभिलंबवत् काटने वाले तल में विद्युत्-क्षेत्र प्रत्येक बिंदु पर अरीय (त्रिज्यीय) है तथा इसका परिमाण केवल त्रिज्य दूरी r पर निर्भर करता है।

विद्युत्-क्षेत्र को परिकलन करने के लिए चित्र 1.30 में दर्शाए अनुसार, किसी सिलिंडरी (बेलनाकार) गाउसीय पृष्ठ की कल्पना कीजिए।

चूंकि क्षेत्र हर स्थान पर अरीय (त्रिज्यीय) है, सिलिंडरी (बेलनाकार) गाउसीय पृष्ठ के दोनों सिरों से गुजरने वाला फ्लक्स शून्य है। पृष्ठ के सिलिंडरी भाग पर, **E** पृष्ठ के प्रत्येक

चित्र 1.30 एकसमान रैखिक आवेश घनत्व के किसी लंबे पतले तार के लिए गाउसीय पृष्ठ।

बिंदु पर अभिलंबवत् है और चूंकि विद्युत्-क्षेत्र केवल त्रिज्य दूरी r पर निर्भर करता है अतः इसका परिमाण नियत है। सिलिंडर के वक्रीय भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल $2\pi r l$ होता है, यहाँ l सिलिंडर की लंबाई है।

गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स = पृष्ठ के वक्रीय सिलिंडरी भाग से गुजरने वाला फ्लक्स

$$= E \times 2\pi r l \quad (\lambda > 0 \text{ के लिए})$$

$$= -E \times 2\pi r l \quad (\lambda < 0 \text{ के लिए})$$

चूंकि $\lambda < 0$ के लिए $\mathbf{E}$ अंतर्मुखी है।

पृष्ठ में λl आवेश भी सम्मिलित है। तब गाउस प्रमेय द्वारा प्राप्त होता है

$$E \times 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \quad (\lambda > 0)$$

$$-E \times 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \quad (\lambda < 0)$$

अर्थात् $$E = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

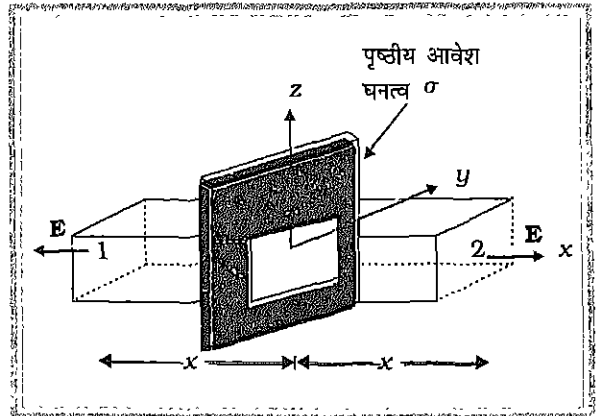
सदिश रूप में, λ के किसी भी चिह्न के लिए, किसी भी बिंदु पर $\mathbf{E}$ को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है :

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{n}} \qquad (1.43)$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$, तार के किसी बिंदु के अभिलंबवत् गुजरने वाले तल में त्रिज्य एकांक सदिश है।

ध्यान दीजिए, यद्यपि पूर्व में केवल पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश (λl) को सम्मिलित किया गया था, वास्तव में विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ समस्त तार पर आवेश के कारण है। साथ ही यह मानना, कि तार की लंबाई अनंत है, कठिनाई पूर्ण है। यदि हम इसे न मानें, तो हम $\mathbf{E}$ को सिलिंडरी गाउसीय पृष्ठ के वक्रीय भाग के अभिलंबवत् नहीं मान सकते। परंतु समीकरण (1.43) लंबे तार के केंद्रीय भाग के चारों ओर के विद्युत्-क्षेत्र के लिए, जहाँ पर अंत्य प्रभावों (end effects) की उपेक्षा की जा सकती है, सन्निकटतः सत्य है।

एकसमान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत्-क्षेत्र

मान लीजिए किसी अनंत समतल चादर पर एकसमान आवेश घनत्व σ है। हम x-अक्ष को दिए गए समतल के अभिलंबवत् मानते हैं। सममिति के अनुसार विद्युत्-क्षेत्र y तथा z निर्देशांकों पर निर्भर नहीं करेगा तथा इसकी दिशा प्रत्येक बिंदु पर x-दिशा के अनुदिश होनी चाहिए।

चित्र 1.31 किसी एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के लिए गाउसीय पृष्ठ।

इस चित्र में दर्शाए अनुसार हम गाउसीय पृष्ठ को अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A के आयताकार समांतर षट्फलक के रूप में ले सकते हैं (वैसे तो, सिलिंडरी पृष्ठ से भी काम चल सकता है)। जैसा कि चित्र से दिखाई देता है, केवल दो फलक 1 तथा 2 ही फ्लक्स में योगदान देते हैं : विद्युत्-क्षेत्र रेखाएँ अन्य फलकों के समांतर हैं, अतः कुल फ्लक्स में कोई योगदान नहीं देती।

गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स = $\mathbf{E}$ के अभिलंबवत् दो फलकों से गुजरने वाला फ्लक्स

$$= 2E \times A \qquad \text{यदि } \sigma > 0 \text{ हो}$$

$$= -2E \times A \qquad \text{यदि } \sigma < 0 \text{ हो}$$

बंद पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश = $\sigma \times A$। गाउस प्रमेय द्वारा

$$2\,EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \qquad (\sigma > 0)$$

$$-2\,EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \qquad (\sigma < 0)$$

अर्थात् $E = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$

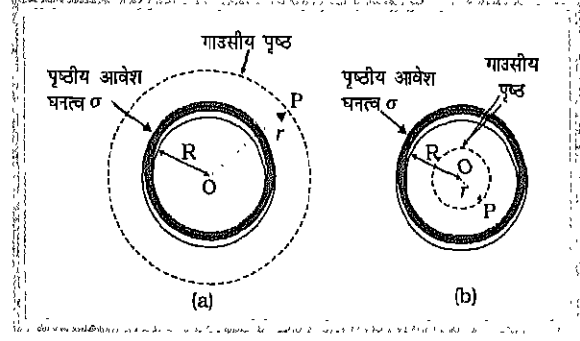
सदिश रूप में, σ के किसी भी चिह्न के लिए

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{\mathbf{n}} \qquad (1.44)$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ समतल के अभिलंबवत् एकांक सदिश है जो इससे दूर जा रहा है। यदि $\sigma > 0$ है, तो विद्युत्-क्षेत्र एकसमान, चादर के अभिलंबवत् तथा चादर से बहिर्मुखी है। यदि $\sigma < 0$ है तो $\mathbf{E}$ की दिशा समतल के अंतर्मुखी अभिलंब के अनुदिश है। किसी परिमित बड़ी समतलीय चादर के लिए समीकरण (1.44), सिरों से दूर समतलीय चादर के बीच के क्षेत्रों में, सन्निकटतः सत्य है।

एकसमान आवेशित पतले गोलीय कोश (खोल) के कारण विद्युत्-क्षेत्र

मान लीजिए R त्रिज्या के किसी पतले गोलीय कोश (खोल) का एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है (चित्र 1.32)। इस परिस्थिति में स्पष्ट रूप से गोलीय सममिति है। इस खोल के भीतर अथवा बाहर किसी भी बिंदु P पर विद्युत्-क्षेत्र केवल r पर ही निर्भर हो सकता है [जो कि कोश (खोल) के केंद्र से उस बिंदु की अरीय (त्रिज्यीय) दूरी है तथा यह क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) अर्थात् त्रिज्य सदिश के अनुदिश] होना चाहिए।

(a) *कोश के बाहर विद्युत्-क्षेत्र:* त्रिज्य सदिश $\mathbf{r}$ के खोल के बाहर किसी बिंदु P पर विचार कीजिए। बिंदु P पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ परिकलित करने के लिए हम केंद्र O तथा त्रिज्या r के बिंदु P से गुजरने वाले गोले को गाउसीय पृष्ठ के रूप में लेते हैं। दिए गए आवेश विन्यास के सापेक्ष इस गोले पर स्थित सभी बिंदु समतुल्य हैं (गोलीय सममिति कहने का हमारा अभिप्राय भी यही है)। गाउसीय पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर इसीलिए विद्युत्-क्षेत्र, का समान परिमाण E होता है तथा प्रत्येक बिंदु पर त्रिज्य सदिश के अनुदिश होता है। इस प्रकार, प्रत्येक बिंदु पर $\mathbf{E}$ तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर होते हैं तथा प्रत्येक अवयव से $\sigma > 0$ के लिए $E\,\Delta S$ तथा $\sigma < 0$ के लिए $-E\,\Delta S$ फ्लक्स गुजरता है। सभी ΔS का संकलन करने पर गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स $E \times 4\pi r^2$ है। परिबद्ध आवेश $\sigma \times 4\pi R^2$ है। गाउस प्रमेय द्वारा

चित्र 1.32 *किसी पतले एकसमान आवेशित गोलीय खोल (कोश) के प्रकरण के लिए गाउसीय पृष्ठ।*

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R^2 \qquad (\sigma > 0)$$

$$-E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R^2 \qquad (\sigma < 0)$$

अर्थात् $E = \dfrac{|\sigma| R^2}{\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

यहाँ $q = 4\pi R^2 \sigma$ गोलीय कोश पर कुल आवेश है।

सदिश रूप में

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.45)$$

परंतु, यह तथ्यतः कोश के केंद्र पर स्थित आवेश q द्वारा उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्र है। इस प्रकार, कोश के बाहर स्थित बिंदुओं पर, एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत्-क्षेत्र इस प्रकार का होता है जैसे कि कोश का समस्त आवेश उसके केंद्र पर ही स्थित हो।

(b) *कोश के भीतर विद्युत्-क्षेत्र :* चित्र 1.32 में, बिंदु P कोश के भीतर है। इसमें भी गाउसीय पृष्ठ केंद्र O का P से गुजरने वाला गोला है। पहले की ही भांति परिकलित गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स $E \times 4\pi r^2$ (चिह्न के अंतर्गत) है। परंतु इस प्रकरण में, गाउसीय पृष्ठ से कोई आवेश परिबद्ध नहीं है। गाउस प्रमेय के अनुसार,

$$E \times 4\pi r^2 = 0$$

अर्थात् $E = 0 \qquad (r < R) \qquad (1.46)$

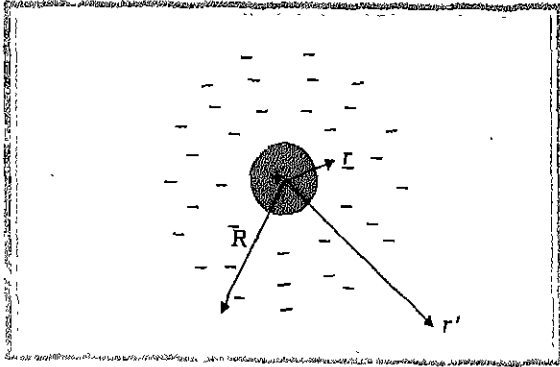
अर्थात्, किसी पतले एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण उसके भीतर स्थित सभी बिंदुओं पर विद्युत्-क्षेत्र शून्य होता है। यह महत्त्वपूर्ण परिणाम गाउस नियम का परोक्ष निष्कर्ष है जो कूलॉम के नियम से प्राप्त होता है। इस परिणाम का प्रायोगिक सत्यापन कूलॉम के नियम में $1/r^2$ निर्भरता की पुष्टि करता है।

उदाहरण 1.10 परमाणु के आरंभिक प्रतिरूप में ऐसा विचार किया गया कि Ze आवेश का बिंदु आकार का धनावेशित नाभिक होता है जिसे त्रिज्या R तक एक समान घनत्व के ऋणावेश घेरे रहते हैं। परमाणु पूर्ण रूप में उदासीन होता है। इस प्रतिरूप के लिए नाभिक से r दूरी पर विद्युत्-क्षेत्र क्या है?

हल

चित्र 1.33 में परमाणु के इस प्रतिरूप के लिए आवेश वितरण दर्शाया गया है। चूंकि परमाणु (नाभिक का धनावेश Ze + ऋणावेश) उदासीन होता है, अतः R त्रिज्या के एकसमान गोलीय आवेश वितरण में कुल ऋणावेश $-Ze$ होना चाहिए। इससे हमें तुरंत ही ऋणात्मक आवेश घनत्व ρ प्राप्त हो जाता है, चूंकि हमारे पास कुल आवेश शून्य होना चाहिए, अतः

$$Ze + \frac{4\pi R^3}{3}\rho = 0$$

अथवा $\rho = -\dfrac{3Ze}{4\pi R^3}$

चित्र 1.33 परमाणु का आरंभिक प्रतिरूप।

नाभिक से r दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ज्ञात करने के लिए हम गाउस प्रमेय का उपयोग करते हैं। आवेश वितरण की गोलीय सममिति के कारण विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ का परिमाण केवल अरीय त्रिज्यीय दूरी पर निर्भर करता है, इसमें $\mathbf{r}$ की दिशा का कोई अर्थ नहीं है। इसकी दिशा त्रिज्य सदिश $\mathbf{r}$ के अनुदिश (अथवा विपरीत) मूल बिंदु से P की ओर है। यहाँ स्पष्ट रूप में गाउसीय पृष्ठ एक गोलीय पृष्ठ है जिसके केंद्र पर नाभिक है। यहाँ हमें दो परिस्थितियों पर विचार करना है, $r < R$ तथा $r > R$।

(a) $\boldsymbol{r < R}$: गोलीय पृष्ठ द्वारा परिबद्ध वैद्युत फ्लक्स

$$\phi = E(r) \times 4\pi r^2$$

यहाँ $E(r)$, r पर विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण है। इसका कारण है गोलीय गाउसीय पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के उस बिंदु पर अभिलंब होती है तथा इसका परिमाण पृष्ठ के सभी बिंदुओं पर समान होता है।

गाउसीय पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश q नाभिक के धनावेश तथा r त्रिज्या के गोले के भीतर आवेश का योग होता है, अर्थात्

$$q = Ze + \frac{4\pi r^3}{3}\rho$$

पहले प्राप्त आवेश घनत्व ρ का मान रखने पर

$$q = Ze - Ze\frac{r^3}{R^3}$$

गाउस प्रमेय से तब प्राप्त होता है

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right); \qquad (r < R)$$

विद्युत्-क्षेत्र त्रिज्यतः बहिर्मुखी निदर्शित होता है।

(b) $\boldsymbol{r > R}$: इस प्रकरण में परमाणु के उदासीन होने के कारण गाउसीय गोलीय पृष्ठ द्वारा कुल परिबद्ध आवेश शून्य है। इस प्रकार गाउस प्रमेय द्वारा

$$E(r)\, 4\pi r^2 = 0 \text{ अथवा } E(r) = 0; \quad (r > R)$$

यदि $r = R$, तो दोनों प्रकरणों में समान परिणाम $E = 0$ ही प्राप्त होता है।

◀◀

सारांश

1. विद्युत् तथा चुंबकीय बल परमाणुओं, अणुओं तथा स्थूल द्रव्य के गुणधर्मों का निर्धारण करते हैं।

2. घर्षण विद्युत् के सरल प्रयोगों के आधार पर यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि प्रकृति में दो प्रकार के आवेश होते हैं। सजातीय आवेशों में प्रतिकर्षण तथा विजातीय आवेशों में आकर्षण होता है। परिपाटी के अनुसार, रेशम से रगड़ने पर काँच की छड़ पर धनावेश होता है तथा फर से रगड़ने पर प्लास्टिक की छड़ पर ऋणावेश होता है।

3. चालक अपने में से होकर बड़े पैमाने पर विद्युत्-आवेश की गति होने देते हैं जबकि विद्युत्-रोधी ऐसा नहीं करते। धातुओं में गतिशील आवेश इलेक्ट्रॉन होते हैं; विद्युत् अपघट्यों में धनायन तथा ऋणायन दोनों ही गति करते हैं।

4. विद्युत्-आवेशों के तीन गुणधर्म होते हैं : क्वांटमीकरण, योज्यता तथा संरक्षण। विद्युत्-आवेश के क्वांटमीकरण से हमारा तात्पर्य है कि किसी वस्तु का कुल आवेश (q) सदैव ही आवेश के एक मूल क्वांटम (e) के पूर्णांकी गुणज अर्थात् $q = ne$ होता है, जहाँ $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...,$ है। प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन पर क्रमशः $+e$ तथा $-e$ आवेश होते हैं। स्थूल आवेशों जिनके लिए n एक अत्यधिक बड़ी संख्या होती है, में आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा की जा सकती है।

   विद्युत्-आवेशों की योज्यता से हमारा तात्पर्य यह है कि किसी निकाय का कुल आवेश उस निकाय के सभी एकाकी आवेशों का बीजगणितीय योग (अर्थात् योग करते समय उनके चिह्नों को ध्यान में रखकर) होता है।

   विद्युत्-आवेशों के संरक्षण से हमारा तात्पर्य यह है कि किसी वियुक्त निकाय का कुल आवेश समय के साथ अपरिवर्तित रहता है। इसका अर्थ यह है कि जब घर्षण द्वारा वस्तुएँ आवेशित की जाती हैं तो आवेशों का एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरण होता है परंतु इस प्रक्रिया में न तो आवेश उत्पन्न होता है और न ही नष्ट होता है।

5. *कूलॉम का नियम :* दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच पारस्परिक स्थिर वैद्युत बल, आवेशों के गुणनफल q_1q_2 के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी, r_{21} के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। गणितीय रूप में

   $$\mathbf{F}_{21} = q_2 \text{ पर } q_1 \text{ के कारण बल} = \frac{k(q_1q_2)}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21}$$

   यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ आवेश q_1 से q_2 की दिशा में एकांक सदिश है। तथा $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ आनुपातिकता स्थिरांक है।

   SI मात्रकों में, आवेश का मात्रक कूलॉम है। नियतांक ε_0 का प्रायोगिक मान है

   $$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2\,N^{-1}\,m^{-2}}$$

   k का सन्निकट मान $k = 9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$ होता है।

6. किसी प्रोटॉन तथा किसी इलेक्ट्रॉन के बीच विद्युत्-बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल का अनुपात है,

   $$\frac{ke^2}{Gm_em_p} \cong 2.4 \times 10^{39}$$

7. *अध्यारोपण सिद्धांत :*

   यह सिद्धांत इस गुणधर्म पर आधारित है कि दो आवेशों के बीच लगने वाले आकर्षी अथवा प्रतिकर्षी

बल किसी तीसरे (अथवा अधिक) अतिरिक्त आवेश की उपस्थिति से प्रभावित नहीं होते। आवेशों $q_1, q_2, q_3...$ के किसी समूह के लिए किसी आवेश (जैसे q_1) पर बल, q_1 पर q_2 के कारण बल, q_1 पर q_3 के कारण बल आदि-आदि के सदिश योग के बराबर होता है। प्रत्येक युगल के लिए पहले वर्णित दो आवेशों के लिए कूलॉम के नियम द्वारा ही व्यक्त किया जाता है।

8. किसी आवेश विन्यास के कारण किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र **E** किसी छोटे धनात्मक परीक्षण आवेश q को उस बिंदु पर रखने पर उसके द्वारा अनुभव किए जाने वाले बल को उस आवेश के परिमाण द्वारा भाग करने पर प्राप्त होता है। किसी बिंदु आवेश q के कारण विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण $|q|/4\pi\varepsilon_0 r^2$ होता है; यदि q धनात्मक है तो यह क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) बहिर्मुखी होता है तथा यदि q ऋणात्मक है तो अरीय (त्रिज्यीय) अंतर्मुखी होता है। कूलॉम बल की भांति विद्युत्-क्षेत्र भी अध्यारोपण सिद्धांत को संतुष्ट करता है।

9. कोई विद्युत्-क्षेत्र रेखा ऐसा वक्र होता है जिसके किसी भी बिंदु पर खींचा गया स्पर्शी वक्र के उस बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र की आपेक्षित तीव्रता इंगित करता है; प्रबल विद्युत्-क्षेत्र में ये अत्यधिक संकुलित होते हैं तथा दुर्बल विद्युत्-क्षेत्र में ये एक-दूसरे से काफी दूर होते हैं। एकसमान (अथवा नियत) विद्युत्-क्षेत्र में क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे के समांतर सरल रेखाएँ होती हैं।

10. क्षेत्र रेखाओं की कुछ महत्त्वपूर्ण विशेषताएँ इस प्रकार हैं : (a) क्षेत्र रेखाएँ सतत वक्र होती हैं जो कहीं नहीं टूटतीं। (b) दो क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को कदापि नहीं काट सकतीं। (c) स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं– ये संवृत पाश (बंद लूप) नहीं बना सकती।

11. वैद्युत द्विध्रुव परिमाण में समान विजातीय दो आवेशों q तथा $-q$, जिनके बीच पृथकन $2a$ हो, का युग्म होता है। इसके द्विध्रुव आघूर्ण सदिश **p** का परिमाण $2qa$ होता है तथा यह द्विध्रुव अक्ष $-q$ से q की दिशा में होता है।

12. किसी वैद्युत द्विध्रुव का इसके निरक्षीय/विषुवतीय समतल (अर्थात् इसके अक्ष के लंबवत् तथा इसके केंद्र से गुजरने वाले समतल) पर इसके केंद्र से r दूरी पर विद्युत्-क्षेत्र :

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o} \frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\cong \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3}, \quad (r >> a \text{ के लिए})$$

द्विध्रुव अक्ष पर केंद्र से r दूरी पर द्विध्रुव विद्युत्-क्षेत्र

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}r}{4\pi\varepsilon_0(r^2-a^2)^2}$$

$$\cong \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> a \text{ के लिए})$$

द्विध्रुव विद्युत्-क्षेत्र की $1/r^3$ पर निर्भरता की तुलना किसी बिंदु आवेश के कारण विद्युत्-क्षेत्र की $1/r^2$ पर निर्भरता से की जानी चाहिए।

13. किसी एकसमान विद्युत्-क्षेत्र **E** में कोई वैद्युत द्विध्रुव एक बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}$ का अनुभव करता है।

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

परंतु किसी नेट बल का अनुभव नहीं करता।

14. विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E}$ का किसी लघु क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाला फ्लक्स $\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$

    सदिश क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S} = \Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$

    यहाँ ΔS क्षेत्रफल-अवयव का परिमाण तथा $\hat{\mathbf{n}}$ क्षेत्रफल-अवयव के लंबवत् त्रिज्य एकांक सदिश है जिसे काफी छोटे क्षेत्र के लिए समतलीय माना जा सकता है। किसी बंद पृष्ठ के क्षेत्रफल-अवयव के लिए, $\hat{\mathbf{n}}$ को परिपाटी के अनुसार बहिर्मुखी अभिलंब की दिशा माना जा सकता है।

15. *गाउस प्रमेय :* किसी बंद पृष्ठ S से होकर गुजरने वाला किसी विद्युत्-क्षेत्र का फ्लक्स उस पृष्ठ S द्वारा परिबद्ध कुल आवेश का $1/\varepsilon_0$ गुना होता है। यह प्रमेय विद्युत्-क्षेत्र के निर्धारण में विशेष रूप से तब उपयोगी होती है जबकि आवेश वितरण में सरल सममिति हो।

    (i) *एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ का पतला अनंत लंबाई का सीधा तार*

    $$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{n}}$$

    यहाँ r बिंदु की तार से लंबवत् दूरी है तथा $\hat{\mathbf{n}}$ उस बिंदु से गुजरने वाले तार के अभिलंबवत् तल में त्रिज्य एकांक सदिश है।

    (ii) *एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ की पतली अनंत समतल चादर*

    $$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$$

    यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ समतल के अभिलंबवत् पार्श्व के दोनों ओर बहिर्मुखी एकांक सदिश है।

    (iii) *एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ के पतले गोलीय कोश*

    $$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (r \geq R)$$

    $$\mathbf{E} = 0 \qquad (r < R)$$

    यहाँ r गोलीय कोश के केंद्र से बिंदु की दूरी तथा R कोश की त्रिज्या है। कोश का कुल आवेश q है। जहाँ $q = 4\pi R^2\sigma$ है।

    कोश के बाहर किसी बिंदु पर आवेशित कोश के कारण विद्युत्-क्षेत्र इस प्रकार होता है जैसे कि समस्त आवेश कोश के केंद्र पर ही केंद्रित है। यही परिणाम किसी एकसमान आयतन आवेश घनत्व के ठोस गोले के लिए भी सत्य होता है।

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
सदिश क्षेत्रफल-अवयव	$\Delta\mathbf{S}$	$[L^2]$	m^2	$\Delta\mathbf{S} = \Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$
विद्युत्-क्षेत्र	$\mathbf{E}$	$[MLT^{-3}A^{-1}]$	$V\ m^{-1}$	
वैद्युत फ्लक्स	ϕ	$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$	$V\ m$	$\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$
द्विध्रुव आघूर्ण	$\mathbf{p}$	$[LTA]$	$C\ m$	ऋणावेश से धनावेश की ओर निर्दिष्ट सदिश
आवेश घनत्व				
रैखिक	λ	$[L^{-1}TA]$	$C\ m^{-1}$	आवेश/लंबाई
पृष्ठीय	σ	$[L^{-2}TA]$	$C\ m^{-2}$	आवेश/क्षेत्रफल
आयतन	ρ	$[L^{-3}TA]$	$C\ m^{-3}$	आवेश/आयतन

विचारणीय विषय

1. यदि आवेश के मात्रक को कूलॉम के नियम द्वारा परिभाषित करना है, तो कूलॉम के नियम में आनुपातिकता स्थिरांक k एक चयन का विषय है। परंतु SI मात्रकों में विद्युत् धारा के मात्रक ऐंपियर (A) को उसी के चुंबकीय प्रभाव (ऐंपियर नियम) द्वारा परिभाषित किया जाता है तथा आवेश के मात्रक (कूलॉम) को केवल (1C = 1A s) द्वारा परिभाषित किया जाता है। इस प्रकरण में k का मान यादृच्छिक नहीं है; यह लगभग 9×10^9 N m^2 C^{-2} है।

2. स्थिरांक k का अत्यधिक बड़ा मान, अर्थात् विद्युत् प्रभाव की दृष्टि से आवेश के मात्रक (1C) का बड़ा आकार (मान) इस कारण से है क्योंकि (जैसा कि बिंदु 1 में उल्लेख किया ही जा चुका है) आवेश के मात्रक को चुंबकीय बलों (विद्युत्वाही तारों पर लगे बलों) के पदों में परिभाषित किया गया है जो कि व्यापक रूप से विद्युत् बलों की तुलना में काफी दुर्बल होते हैं। यही कारण है कि, 1 ऐंपियर चुंबकीय प्रभावों के लिए काफी युक्तिसंगत मात्रक है, 1 C = 1 A s विद्युत् प्रभावों के लिए एक अत्यधिक बड़ा मात्रक है।

3. आवेश का योज्यता गुणधर्म कोई 'सुस्पष्ट' गुणधर्म नहीं है। यह इस तथ्य से संबंधित है कि विद्युत्-आवेश से कोई दिशा संबद्ध नहीं होती, आवेश एक अदिश राशि है।

4. आवेश केवल घूर्णन के अंतर्गत ही अदिश (अथवा अचर/अपरिवर्तनीय) नहीं है; यह आपेक्षिक गति में भी निर्देश फ्रेमों के लिए अचर है। यह कथन सदैव सत्य नहीं है। उदाहरणार्थ, गतिज ऊर्जा घूर्णन के अंतर्गत अचर अदिश है, परंतु यह आपेक्षिक गतियों में निर्देश फ्रेमों के लिए अचर नहीं है।

5. किसी वियुक्त निकाय के कुल आवेश का संरक्षण एक ऐसा गुणधर्म है जो बिंदु 4 के अंतर्गत आवेश की अदिश प्रकृति पर निर्भर नहीं करता। संरक्षण किसी दिए गए निर्देश फ्रेम में समय की निश्चरता (अपरिवर्तनीयता) की ओर संकेत करता है। कोई राशि अदिश होते हुए भी संरक्षित नहीं हो सकती (किसी अप्रत्यास्थ संघट्ट में गतिज ऊर्जा की भांति)। इसके विपरीत, सदिश राशि का संरक्षण भी हो सकता है (उदाहरण के लिए किसी वियुक्त निकाय का कोणीय संवेग संरक्षण)।

6. विद्युत्-आवेश का क्वांटमीकरण प्रकृति का मूल (अस्पष्ट) नियम है; रोचक तथ्य यह है कि संहति के क्वांटमीकरण का कोई सदृश (अनुरूप) नियम नहीं है।

7. अध्यारोपण सिद्धांत को 'सुस्पष्ट' नहीं मानना चाहिए अथवा इसे सदिशों के योग के नियम से समीकृत नहीं करना चाहिए। यह सिद्धांत दो बातें बताता है, एक आवेश पर दूसरे आवेश के कारण बल किसी अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण प्रभावित नहीं होता तथा यहाँ कोई अतिरिक्त त्रि-पिंड, चतुः-पिंड आदि बल नहीं होते जो केवल तभी उत्पन्न होते हैं जहाँ दो से अधिक आवेश हों।

8. किसी विविक्त आवेश विन्यास के कारण विविक्त आवेशों की अवस्थिति पर विद्युत्-क्षेत्र परिभाषित नहीं है। संतत आयतन आवेश वितरण के लिए यह वितरण में किसी भी बिंदु पर परिभाषित होता है। किसी पृष्ठीय आवेश वितरण के लिए विद्युत्-क्षेत्र पृष्ठ के आर-पार विच्छिन्न होता है।

9. किसी आवेश विन्यास, जिसमें कुल आवेश शून्य है, के कारण विद्युत्-क्षेत्र शून्य नहीं होता; उन दूरियों के लिए जो आवेश विन्यास के आकार की तुलना में बड़ी हैं, इसके क्षेत्र में कमी $1/r^2$ से भी तीव्र होती है, जो कि किसी एकल आवेश के विद्युत्-क्षेत्र का प्रतिरूपी है। कोई वैद्युत द्विध्रुव इस तथ्य का एक सरलतम उदाहरण है।

10. कूलॉम बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल दोनों ही समान व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करते हैं। परंतु गुरुत्वाकर्षण बल का केवल एक ही चिह्न (सदैव आकर्षी) होता है, जबकि कूलॉम बल दोनों चिह्नों (आकर्षी तथा प्रतिकर्षी), विद्युत् बलों के निरसन की संभावना को छोड़कर, का हो सकता है। यही कारण है कि गुरुत्वीय बल, अत्यंत दुर्बल होते हुए भी, प्रकृति में प्रमुख प्रभावी एवं व्यापक बल हो सकता है।

अभ्यास

1.1 विराम में रखे दो आवेशों के बीच लगने वाले बल के लिए कूलॉम का नियम लिखिए। निर्वात में एक-दूसरे से 1 m दूरी पर रखे 1C के दो आवेशों में परस्पर कितना प्रतिकर्षण बल लगता है?

1.2 वायु में एक-दूसरे से 30 cm दूरी पर रखे दो छोटे आवेशित गोलों, जिन पर क्रमशः 2×10^{-7}C तथा 3×10^{-7}C आवेश हैं, के बीच कितना बल लगता है?

1.3 0.4 μC आवेश के किसी छोटे गोले पर किसी अन्य छोटे आवेशित गोले जिस पर –0.8 μC आवेश है, के कारण वायु में 0.2 N बल लगता है। (a) दोनों गोलों के बीच कितनी दूरी है? (b) दूसरे गोले पर पहले गोले के कारण कितना बल लगता है?

1.4 जाँच द्वारा सुनिश्चित करिए कि $ke^2/G m_e m_p$ विमाहीन है। भौतिक नियतांकों की सारणी देखिए और इस अनुपात का मान ज्ञात कीजिए। यह अनुपात क्या बताता है?

1.5 (a) "किसी वस्तु का विद्युत्-आवेश क्वांटीकृत है" इस प्रकथन से क्या तात्पर्य है? (b) जब हम स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर विद्युत्-आवेशों से व्यवहार करते हैं तो विद्युत्-आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा क्यों कर सकते हैं?

1.6 जब कांच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं, तो दोनों पर आवेश प्रतीत होता है। इसी प्रकार की परिघटना का वस्तुओं के अन्य युग्मों में भी प्रेक्षण किया जाता है। स्पष्ट कीजिए कि यह प्रेक्षण आवेश संरक्षण नियम से सामंजस्य रखता है।

1.7 किसी आवेश पर कई आवेशों के कारण लगने वाले स्थिर वैद्युत बल के लिए अध्यारोपण सिद्धांत लिखिए।

1.8 चार बिंदु आवेश $q_A = 2$ μC, $q_B = -5$ μC, $q_C = 2$ μC तथा $q_D = -5$ μC, 10 cm भुजा के किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर अवस्थित हैं। वर्ग के केंद्र पर रखे 1 μC आवेश पर लगने वाला बल कितना है?

1.9 आवेशों के वितरण के कारण दिक्स्थान के किसी बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र **E** की परिभाषा लिखिए। कोई बिंदु आवेश q मूल बिंदु पर रखा है। मूल बिंदु से r दूरी पर आवेश के कारण विद्युत्-क्षेत्र कैसे परिवर्तित होता है?

1.10 (a) स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखा एक संतत वक्र होती है। अतः कोई क्षेत्र रेखा एकाएक नहीं टूट सकती। क्यों?

(b) स्पष्ट कीजिए कि दो क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक-दूसरे का प्रतिच्छेदन क्यों नहीं करतीं?

1.11 दो बिंदु आवेश $q_A = 3$ μC तथा $q_B = -3$ μC निर्वात में एक-दूसरे से 20 cm दूरी पर स्थित हैं।

(a) दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा AB के मध्य बिंदु O पर विद्युत्-क्षेत्र कितना है?

(b) यदि 1.5×10^{-9} C परिमाण का कोई ऋणात्मक परीक्षण आवेश इस बिंदु पर रखा जाए तो यह परीक्षण आवेश कितने बल का अनुभव करेगा?

1.12 कोई वैद्युत द्विध्रुव किसी एकसमान विद्युत्-क्षेत्र **E** में रखा है। यह दर्शाइए कि द्विध्रुव पर बल आघूर्ण

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

यहाँ **p** *द्विध्रुव आघूर्ण है। द्विध्रुव द्वारा अनुभव किया जाने वाला नेट बल क्या है?*

1.13 किसी निकाय में दो आवेश $q_A = 2.5 \times 10^{-7}$ C तथा $q_B = -2.5 \times 10^{-7}$ C क्रमशः दो बिंदुओं A : (0, 0, –15 cm) तथा B : (0, 0, +15 cm) पर अवस्थित हैं। निकाय का कुल आवेश तथा वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण क्या है?

1.14 4×10^{-9} C m द्विध्रुव आघूर्ण का कोई वैद्युत द्विध्रुव 5×10^4 N C^{-1} परिमाण के किसी एकसमान विद्युत्-क्षेत्र की दिशा से 30° पर संरेखित है। द्विध्रुव पर कार्यरत बल आघूर्ण का परिमाण परिकलित कीजिए।

1.15 ऊन से रगड़े जाने पर कोई पॉलीथीन का टुकड़ा 3×10^{-7} C के ऋणावेश से आवेशित पाया गया।

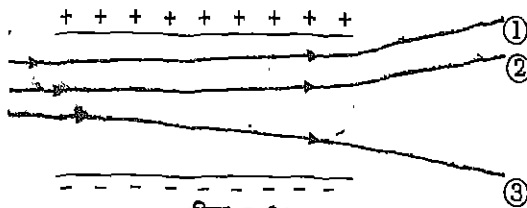
(a) स्थानांतरित (किस पदार्थ से किस पदार्थ में) इलेक्ट्रॉनों की संख्या आकलित कीजिए।

(b) क्या ऊन से पॉलीथीन में संहति का स्थानांतरण भी होता है?

1.16 (a) दो विद्युत्रोधी आवेशित तांबे के गोलों A तथा B के केंद्रों के बीच पृथकन 50 cm है। यदि दोनों गोलों पर पृथक-पृथक आवेश 6.5×10^{-7} C हैं, तो इनमें पारस्परिक स्थिर वैद्युत प्रतिकर्षण बल कितना है? गोलों के बीच पृथकन की तुलना में गोलों A तथा B की त्रिज्याएँ नगण्य हैं।

(b) यदि प्रत्येक गोले पर आवेश की मात्रा दो गुनी तथा गोलों के बीच की दूरी आधी कर दी जाए तो प्रत्येक गोले पर कितना बल लगेगा?

1.17 मान लीजिए अभ्यास 1.16 में गोले A तथा B आकार में सर्वसम हैं तथा इसी आकार का कोई तीसरा अनावेशित गोला पहले तो पहले गोले के संपर्क, तत्पश्चात् दूसरे गोले के संपर्क में लाकर, अंत में दोनों से ही हटा लिया जाता है। अब A तथा B के बीच नया प्रतिकर्षण बल कितना है?

1.18 चित्र 1.34 में किसी एकसमान स्थिर वैद्युत क्षेत्र में तीन आवेशित कणों के पथचिह्न (tracks) दर्शाए गए हैं। तीनों आवेशों के चिह्न लिखिए। इनमें से किस कण का आवेश-संहति अनुपात अधिकतम है?

चित्र 1.34

1.19 एकसमान विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E} = 3 \times 10^3\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C पर विचार कीजिए।

(a) इस क्षेत्र का 10 cm भुजा के वर्ग के उस पार्श्व से, जिसका तल yz तल के समांतर है, गुजरने वाला फ्लक्स क्या है?

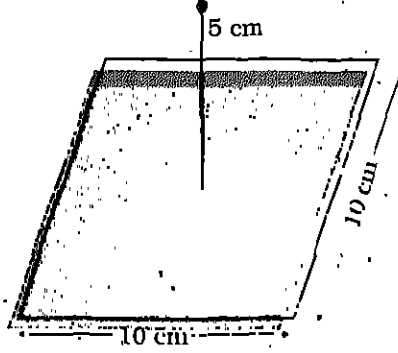
(b) इसी वर्ग से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है, यदि इसके तल का अभिलंब x-अक्ष से 60° का कोण बनाता है?

1.20 अभ्यास 1.19 के एकसमान विद्युत्-क्षेत्र का 20 cm भुजा के किसी घन से, जो इस प्रकार अभिविन्यासित है कि उसके फलक निर्देशांक तलों के समांतर हैं, कितना नेट फ्लक्स गुजरेगा?

1.21 किसी काले बॉक्स के पृष्ठ पर विद्युत्-क्षेत्र की सावधानीपूर्वक ली गई माप यह संकेत देती है कि बॉक्स के पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स $8.0 \times 10^3\ Nm^2/C$ है।

(a) बॉक्स के भीतर नेट आवेश कितना है?

(b) यदि बॉक्स के पृष्ठ से नेट बहिर्मुखी फ्लक्स शून्य है, तो क्या आप यह निष्कर्ष निकालेंगे कि बॉक्स के भीतर कोई आवेश नहीं है? क्यों, अथवा क्यों नहीं?

1.22 चित्र 1.35 में दर्शाए अनुसार 10 cm भुजा के किसी वर्ग के केंद्र से ठीक 5 cm ऊँचाई पर कोई $+10\ \mu C$ आवेश रखा है। इस वर्ग से गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स का परिमाण क्या है? (संकेत : वर्ग को 10 cm किनारे के किसी घन का एक फलक मानिए।)

चित्र 1.35

1.23 $2.0\ \mu C$ का कोई बिंदु आवेश किसी किनारे पर 9.0 cm घनीय गाउसीय पृष्ठ के केंद्र पर स्थित है। पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स क्या है?

1.24 किसी बिंदु आवेश के कारण उस बिंदु को केंद्र मानकर खींचे गए 10 cm त्रिज्या के गोलीय गाउसीय पृष्ठ पर वैद्युत फ्लक्स $-1.0 \times 10^3\ Nm^2/C$। (a) यदि गाउसीय पृष्ठ की त्रिज्या दो गुनी कर दी जाए तो पृष्ठ से कितना फ्लक्स गुजरेगा? (b) बिंदु आवेश का क्या मान है?

1.25 10 cm त्रिज्या के चालक गोले पर अज्ञात आवेश है। यदि गोले के केंद्र से 20 cm दूरी पर विद्युत्-क्षेत्र $1.5 \times 10^3\ N/C$ त्रिज्यतः अंतर्मुखी है, तो गोले पर नेट आवेश कितना है?

1.26 2.4 m व्यास के किसी एकसमान आवेशित चालक गोले का पृष्ठीय आवेश घनत्व $80.0\ \mu C/m^2$ है।

(a) गोले पर आवेश ज्ञात कीजिए।

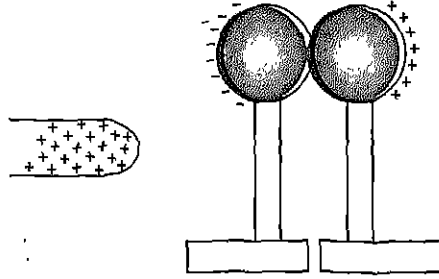
(b) गोले के पृष्ठ से निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स क्या है?

1.27 कोई अनंत रैखिक आवेश 2 cm दूरी पर $9 \times 10^4\ N C^{-1}$ विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न करता है। रैखिक आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

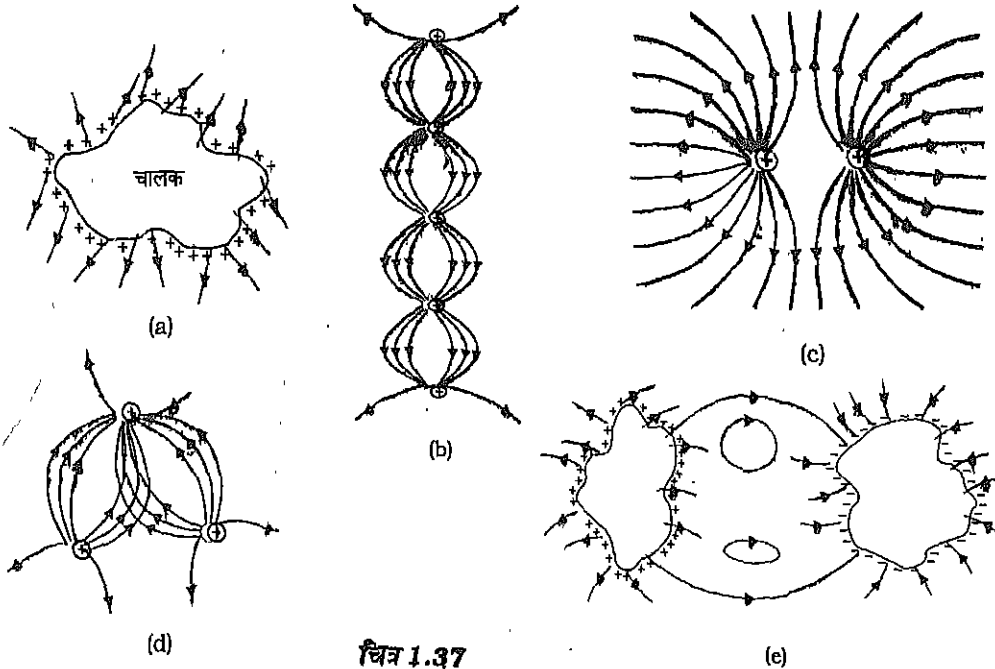
1.28 दो बड़ी, पतली धातु की प्लेट एक-दूसरे के समांतर एवं निकट हैं। इनके भीतरी फलकों पर, प्लेटों के पृष्ठीय आवेश घनत्वों के चिह्न विपरीत हैं तथा इनका परिमाण 17.0×10^{-22} C/m^2 है। (a) पहली प्लेट के बाह्य क्षेत्र में, (b) दूसरी प्लेट के बाह्य क्षेत्र में, तथा (c) प्लेटों के बीच में विद्युत्-क्षेत्र **E** कितना है?

अतिरिक्त प्रश्न

1.29 रेशम से रगड़ने के पश्चात् कोई कांच की छड़ एक-दूसरे को स्पर्श करने वाले धातु के दो गोलों के निकट लाई जाती है और चित्र 1.36 में दर्शाए अनुसार उनमें आवेश प्रेरित करती है। वर्णन कीजिए क्या होता है, जब

(i) गोले एक-दूसरे से कुछ पृथक किए जाते हैं, तथा (ii) तत्पश्चात् कांच की छड़ हटा लेते हैं, तथा अंत में (iii) गोलों को एक-दूसरे से दूर ले जाते हैं?

चित्र 1.36

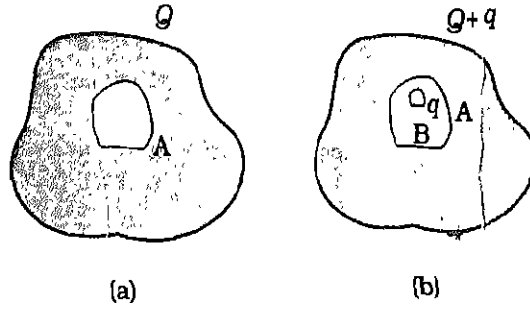
1.30 मिलिकन तेल बूंद प्रयोग में 2.55×10^4 N C^{-1} के नियत विद्युत्-क्षेत्र के प्रभाव में 12 इलेक्ट्रॉन आधिक्य की कोई तेल बूंद स्थिर रखी जाती है। तेल का घनत्व 1.26 g cm^{-3} है। बूंद की त्रिज्या का आकलन कीजिए ($g = 9.81$ m s^{-2}; $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C)।

1.31 चित्र 1.37 में दर्शाए गए वक्रों में से कौन संभावित स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ निरूपित नहीं करते?

चित्र 1.37

1.32 दिक्स्थान के किसी क्षेत्र में, विद्युत्-क्षेत्र आद्योपांत z-दिशा के अनुदिश है। परंतु विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण नियत नहीं है, इसमें एकसमान रूप से z-दिशा के अनुदिश $10^5\,NC^{-1}$ प्रति मीटर की दर से वृद्धि होती है। उस निकाय द्वारा जिसका ऋणात्मक z-दिशा में 10^{-7} C m के बराबर कुल द्विध्रुव आघूर्ण है, क्या बल तथा बल आघूर्ण अनुभव किया जाता है?

1.33 (a) किसी चालक A जिसमें चित्र 1.38 (a) में दर्शाए अनुसार कोई कोटर/गुहा (Cavity) है, को Q आवेश दिया गया है। यह दर्शाइए कि समस्त आवेश चालक के बाह्य पृष्ठ पर प्रतीत होना चाहिए।

(b) कोई अन्य चालक B जिस पर आवेश q है, को कोटर/गुहा (Cavity) में इस प्रकार धँसा दिया जाता है कि B चालक A से विद्युत्रोधी रहे। यह दर्शाइए कि चालक A के बाह्य पृष्ठ पर कुल आवेश Q + q है [चित्र 1.38 (b)]।

(c) किसी सुग्राही उपकरण को उसके पर्यावरण के प्रबल स्थिर वैद्युत क्षेत्रों से परिरक्षित किया जाना है। संभावित उपाय लिखिए।

चित्र 1.38

1.34 किसी खोखले आवेशित चालक में उसके पृष्ठ पर कोई छिद्र बनाया गया है। यह दर्शाइए कि छिद्र में विद्युत्-क्षेत्र $(\sigma/2\varepsilon_0)\,\hat{\mathbf{n}}$ है, जहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ अभिलंबवत् दिशा में बहिर्मुखी एकांक सदिश है तथा σ छिद्र के निकट पृष्ठीय आवेश घनत्व है।

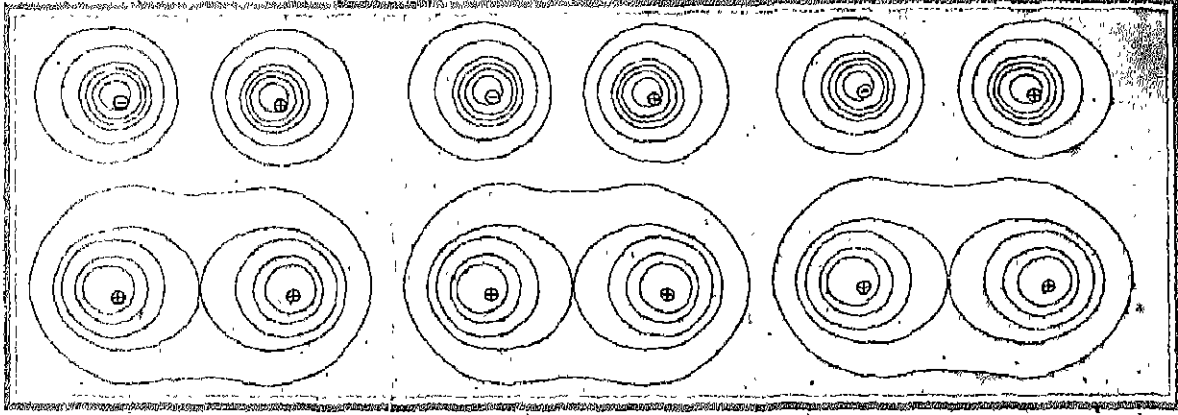
1.35 गाउसीय प्रमेय का उपयोग किए बिना किसी एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ के लंबे पतले तार के कारण विद्युत्-क्षेत्र के लिए सूत्र प्राप्त कीजिए [संकेत: सीधे ही कूलॉम के नियम का उपयोग कीजिए तथा आवश्यक समाकलन का मान निकालिए]।

1.36 अब ऐसा विश्वास किया जाता है कि स्वयं प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन (जो सामान्य द्रव्य के नाभिकों का निर्माण करते हैं) अधिक मूल इकाइयों जिन्हें क्वार्क कहते हैं, के बने हैं। प्रत्येक प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन तीन क्वार्कों से मिलकर बनता है। दो प्रकार के क्वार्क होते हैं : 'अप' क्वार्क (u द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर +(2/3) e आवेश तथा 'डाउन' क्वार्क (d द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर (–1/3) e आवेश होता है, इलेक्ट्रॉन से मिलकर सामान्य द्रव्य बनाते हैं (कुछ अन्य प्रकार के क्वार्क भी पाए गए हैं जो भिन्न असामान्य प्रकार का द्रव्य बनाते हैं)। प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन का संभावित क्वार्क संघट्टन सुझाइए।

1.37 (a) किसी यादृच्छिक स्थिर वैद्युत क्षेत्र विन्यास पर विचार कीजिए। इस विन्यास को किसी शून्य-विक्षेप स्थिति (अर्थात् जहाँ $\mathbf{E} = 0$) पर कोई छोटा परीक्षण आवेश रखा गया है। यह दर्शाइए कि परीक्षण आवेश का संतुलन आवश्यक रूप से अस्थाई है।

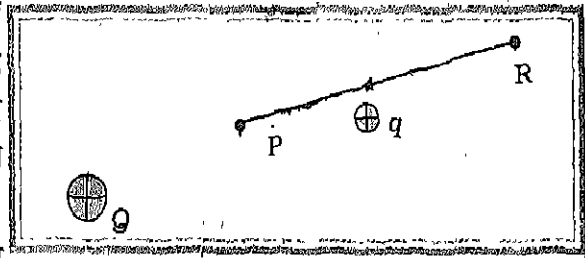
(b) इस परिणाम का सत्यापन समान परिमाण तथा चिह्नों के दो आवेशों को जो एक-दूसरे से किसी दूरी पर रखे हैं, के सरल विन्यास के लिए कीजिए।

अध्याय 2

स्थिरवैद्‌युत विभव तथा धारिता

2.1 भूमिका

अध्याय 6 तथा 8 (कक्षा XI) में स्थितिज ऊर्जा की धारणा से आपको परिचित कराया गया था। जब कोई बाह्य बल किसी वस्तु को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक, किसी अन्य बल; जैसे–स्प्रिंग बल, गुरुत्वीय बल आदि के विरुद्‌ध, ले जाता है, तो उस बाह्य बल द्‌वारा किया गया कार्य उस वस्तु में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। जब बाह्य बल हटा लिया जाता है तो वस्तु गति करने लगती है और कुछ गतिज ऊर्जा अर्जित कर लेती है, तथा उस वस्तु की उतनी ही स्थितिज ऊर्जा कम हो जाती है। इस प्रकार वस्तु की स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा का योग संरक्षित रहता है। इस प्रकार के बलों को **संरक्षी बल** कहते हैं। स्प्रिंग बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल संरक्षी बल के उदाहरण हैं।

दो आवेशों के बीच लगने वाला बल भी संरक्षी बल होता है। यह कोई आश्चर्य की बात नहीं है, क्योंकि गणितीय रूप में यह बल गुरुत्वाकर्षण बल के समान है; दोनों में दूरी की व्युत्क्रम वर्ग निर्भरता है और प्रमुख रूप से आनुपातिकता स्थिरांक में भिन्नता है। गुरुत्वाकर्षण नियम की संहतियां कूलॉम नियम में आवेशों द्‌वारा प्रतिस्थापित हो जाती हैं। इस प्रकार, गुरुत्वीय क्षेत्र में संहतियों की स्थितिज ऊर्जा की ही भांति हम किसी स्थिरवैद्‌युत क्षेत्र में आवेश की स्थिरवैद्‌युत स्थितिज ऊर्जा को परिभाषित कर सकते हैं।

चित्र 2.1 *एक परीक्षण आवेश q (>0) मूल बिंदु पर स्थित आवेश Q (>0) के कारण उस पर लगे प्रतिकर्षी बल के विरुद्‌ध बिंदु R से बिंदु P तक ले जाया जाता है।*

आवेश विन्यास के कारण किसी स्थिरवैद्‌युत क्षेत्र **E** पर विचार कीजिए। सरलता की दृष्टि से पहले मूल बिंदु पर स्थित किसी आवेश Q के कारण क्षेत्र **E** पर विचार करते हैं। कल्पना कीजिए कि हम कोई परीक्षण आवेश q को आवेश Q के कारण आवेश q पर लगे प्रतिकर्षी बल के

विरुद्ध, बिंदु R से बिंदु P तक लाते हैं। चित्र 2.1 के संदर्भ में ऐसा तभी होगा जब Q तथा q दोनों धनात्मक हों अथवा दोनों ऋणात्मक हों। सुनिश्चित करने के लिए, हम $Q, q > 0$ मानते हैं।

यहाँ दो टिप्पणियां की जा सकती हैं। पहली, हम यह मानते हैं कि परीक्षण आवेश q इतना छोटा है कि यह मूल विन्यास को विक्षुब्ध नहीं करता, यानि मूल बिंदु पर स्थित आवेश Q को विक्षुब्ध नहीं करता (अन्यथा हम किसी अनिर्दिष्ट बल द्वारा आवेश Q को दृढ़ करें)। दूसरी, आवेश q को R से P तक लाने के लिए हम एक बाह्य बल आरोपित करते हैं जो प्रतिकर्षी वैद्युत बल को यथातथ्य प्रभावहीन कर देता है। इसका अर्थ यह हुआ कि जब आवेश q को R से P तक लाते हैं तो उस पर कोई परिमित बल अथवा त्वरण कार्य नहीं करता–इसे अत्यंत धीमी चाल से लाया जाता है। इस स्थिति में, बाह्य बल द्वारा आवेश पर किया गया कार्य वैद्युत बल द्वारा किए गए कार्य का ऋणात्मक होता है, तथा पूर्णतः आवेश q की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यदि P पर पहुँच कर बाह्य बल को हटा दिया जाए तो वैद्युत बल आवेश q को वापस R पर भेज देगा – P पर संचित ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा) आवेश q को गतिज ऊर्जा प्रदान करने में खर्च हो जाती है तथा यह इस ढंग से होता है कि गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का योग संरक्षित रहता है।

आवेश Q के कारण वैद्युत क्षेत्र में किसी आवेश q के स्थितिज ऊर्जा अंतर को तब इस प्रकार परिभाषित किया जाता है :

बाह्य बल (स्थिरवैद्युत बल के समान और विपरीत) द्वारा आवेश q को बिंदु R से P तक लाने में किया गया कार्य = आवेश q की अंतिम तथा आरंभिक बिंदुओं के बीच स्थितिज ऊर्जाओं का अंतर।

प्रतीकों में $W'_{RP} = V_P - V_R$ (2.1)

यहाँ V_P तथा V_R आवेश q की बिंदु P तथा R पर क्रमशः स्थितिज ऊर्जाएँ हैं तथा W'_{RP} बाह्य बल द्वारा R से P तक किए गए कार्य को निरूपित करता है। अब, चूंकि बाह्य बल, जैसा कि पहले कहा जा चुका है, सदैव ही वैद्युत बल के समान तथा विपरीत लिया जाता है, समीकरण (2.1) निम्नलिखित समीकरण के तुल्य है

$$W_{RP} = V_R - V_P \tag{2.2}$$

यहाँ प्रतीक W_{RP} [W पर डैश (′) नहीं] आवेश q पर Q के कारण वैद्युत बल द्वारा किया गया कार्य है। इसे इस प्रकार भी निर्दिष्ट किया जाता है – आवेश q पर Q के कारण वैद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य। चित्र 2.1 में, $W'_{RP} > 0$, अतः $W_{RP} < 0$। परंतु परिभाषी समीकरण (2.2) सत्य है, चाहे Q, q तथा किए गए कार्य (चाहे बाह्य अथवा क्षेत्र द्वारा) के चिह्न कुछ भी हों।

वास्तव में समीकरण (2.2) किसी भी यादृच्छिक आवेश विन्यास के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र में स्थित किसी भी आवेश q की स्थितिज ऊर्जा अंतर की व्यापक परिभाषा प्रदान करती है। अर्थात्, यदि एकल आवेश Q के स्थान पर हमारे पास आवेशों का कोई विन्यास $q_1, q_2, ..., q_n$ है, तो समीकरण (2.2) फिर भी किसी आवेश q की आवेशों $q_1, q_2 ..., q_n$ द्वारा उत्पन्न क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा अंतर की परिभाषा प्रदान करता है।

इस घटनाक्रम में दो महत्त्वपूर्ण टिप्पणियां की जा सकती हैं :

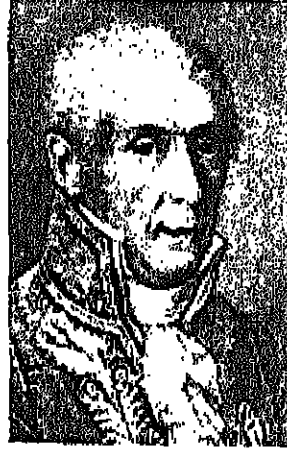
1. समीकरण (2.2) का दक्षिण पक्ष केवल आवेश की आरंभिक तथा अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है। इसका अर्थ यह है कि किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किसी आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किया गया कार्य केवल आरंभिक तथा अंतिम स्थितियों (बिंदुओं) पर निर्भर करता है, उस पथ पर निर्भर नहीं करता जिससे होकर वह आवेश एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक जाता है (चित्र 2.2)। यह किसी संरक्षी बल का मूल अभिलक्षण है। स्थितिज ऊर्जा की धारणा अर्थपूर्ण नहीं रहेगी, यदि किया गया कार्य पथ पर निर्भर हो जाएगा। किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य का पथ पर निर्भर न होना कूलॉम के नियम द्वारा सिद्ध किया जा सकता है। इसकी उपपत्ति हम यहाँ छोड़ रहे हैं।

2. समीकरण (2.2) 'स्थितिज ऊर्जा अंतर' की परिभाषा प्राकृतिक नियमों के अनुसार अर्थपूर्ण राशि 'कार्य' के पदों में करती है। स्पष्टतः, इस प्रकार परिभाषित स्थितिज ऊर्जा किसी योज्यता स्थिरांक के अंतर्गत अनिश्चित होती है। इसका यह अर्थ है कि स्थितिज ऊर्जा का निरपेक्ष मान भौतिक रूप से महत्वपूर्ण नहीं होता; केवल स्थितिज ऊर्जा के अंतर का ही महत्त्व होता है। हम सदैव ही कोई यादृच्छिक स्थिरांक α हर बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा के साथ जोड़ सकते हैं, क्योंकि इससे स्थितिज ऊर्जा अंतर के मान में कोई परिवर्तन नहीं होगा :

$$(V_P + \alpha) - (V_R + \alpha) = V_P - V_R$$

इसे इस प्रकार भी कह सकते हैं : स्थितिज ऊर्जा को किस बिंदु पर शून्य मानें, यह चयन करने का विषय है। सबसे सरल चयन यह है कि अनंत पर स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा को शून्य मानें तब हम समीकरण (2.1) को इस प्रकार व्यक्त करते हैं :

$$W'_{\infty P} = V_P - V_\infty = V_P \qquad (2.3)$$

चूंकि यहाँ पर बिंदु P यादृच्छिक है, समीकरण (2.3) से हमें किसी बिंदु पर आवेश q की स्थितिज ऊर्जा की परिभाषा प्राप्त होती है : किसी बिंदु पर आवेश q की स्थितिज ऊर्जा (किसी आवेश विन्यास के कारण क्षेत्र की उपस्थिति में) बाह्य बल (वैद्युत बल के समान तथा विपरीत) द्वारा आवेश q को अनंत से उस बिंदु तक ले जाने में किए गए कार्य के बराबर होती है।

कॉन्ते वोल्टा एलेस्सैंड्रो (1745-1827)

इटालियन भौतिकीविद्, पविया में प्रोफेसर थे। वोल्टा ने यह स्थापित किया कि लुइगी गैल्वनी (1737-1798) द्वारा, दो असमान धातुओं के संपर्क में लटके मेंढक के मांसपेशीय ऊतकों में देखी गई 'जैव विद्युत्' जैव ऊतकों का कोई विशिष्ट गुण नहीं है, बल्कि, तब भी उत्पन्न हो जाती है जब कोई गीली वस्तु दो असमान धातुओं के बीच रखी जाती है। इससे उन्होंने प्रथम *वोल्टीय पुंज* या बैटरी का विकास किया जिसमें धातु की चकतियों (विद्युदाग्रों) के बीच गत्ते की नम चकतियाँ (विद्युत अपघट्य) रखकर एक बड़ा पुंज बनाया था।

2.2 स्थिरवैद्युत विभव

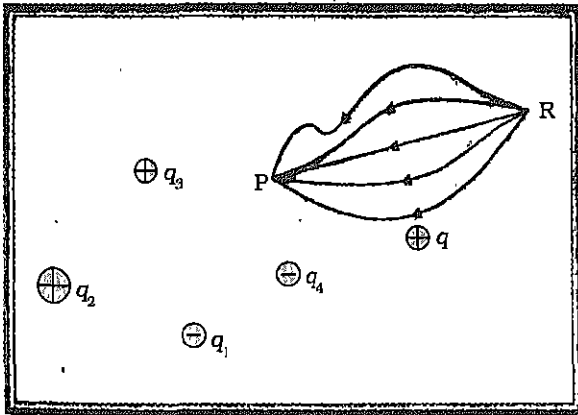
किसी व्यापक आवेश विन्यास पर विचार कीजिए। हमने किसी परीक्षण आवेश q पर स्थितिज ऊर्जा को किए गए कार्य के पदों में परिभाषित किया था। यह कार्य स्पष्ट रूप से q के अनुक्रमानुपाती है, चूंकि आवेश q पर किसी भी बिंदु पर $q\mathbf{E}$ बल कार्य करता है, यहाँ $\mathbf{E}$ आवेश विन्यास के कारण उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र है। अतः किए गए कार्य को आवेश q से विभाजित करना सुविधाजनक होता है, क्योंकि परिणामस्वरूप जो राशि प्राप्त होती है वह q पर निर्भर नहीं करती। दूसरे शब्दों में, प्रति एकांक आवेश पर किया गया कार्य आवेश विन्यास से संबद्ध वैद्युत क्षेत्र का अभिलाक्षणिक गुण होता है। इससे हमें दिए गए आवेश विन्यास के कारण स्थिरवैद्युत विभव ϕ की धारणा प्राप्त होती है। समीकरण (2.1) से हमें प्राप्त होता है,

बाह्य बल द्वारा किसी एकांक धनावेश को बिंदु R से P तक लाने में किया गया कार्य

$$= \phi_P - \phi_R \tag{2.4}$$

यहाँ ϕ_P तथा ϕ_R क्रमशः बिंदु P तथा R के स्थिरवैद्युत विभव हैं। ध्यान दीजिए, यहाँ भी पहले की भांति विभव का निरपेक्ष मान उतना महत्त्वपूर्ण नहीं होता जितना कि प्राकृतिक नियमों के अनुसार विभवांतर महत्त्वपूर्ण होता है। यदि पहले की भांति, हम अनंत पर विभव को शून्य चुनें (मानें), तब समीकरण (2.4) से यह उपलक्षित होता है कि,

बाह्य बल द्वारा किसी एकांक धनावेश को अनंत से किसी बिंदु तक लाने में किया गया कार्य

$$= \text{उस बिंदु पर स्थिरवैद्युत विभव } (\phi) \tag{2.5}$$

चित्र 2.2 *किसी आवेश विन्यास के कारण स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा परीक्षण आवेश q पर किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता, यह केवल अंतिम तथा आरंभिक स्थितियों पर निर्भर करता है।*

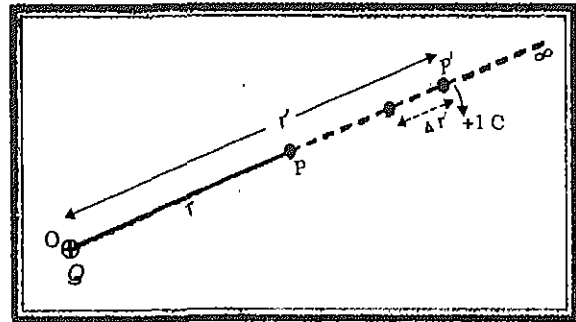
स्थितिज ऊर्जा के विषय में पहले की गई विशेष टिप्पणी विभव की परिभाषा पर लागू होती है। प्रति एकांक परीक्षण आवेश कार्य ज्ञात करने के लिए हमें अत्यल्प परीक्षण आवेश δq लेना होता है, इसे अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया गया कार्य $\delta W'$ ज्ञात करके $\delta W'/\delta q$ अनुपात का मान निर्धारित करना होता है। साथ ही पथ के प्रत्येक बिंदु पर बाह्य बल उस बिंदु पर परीक्षण आवेश पर लगने वाले स्थिरवैद्युत बल के बराबर तथा विपरीत होना चाहिए।

2.3 बिंदु आवेश के कारण विभव

मूल बिंदु पर स्थित किसी बिंदु आवेश Q पर विचार कीजिए (चित्र 2.3)। सुस्पष्टता की दृष्टि से Q को धनात्मक लीजिए। हम बिंदु P पर मूल बिंदु से स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ के साथ विभव निर्धारित करना चाहते हैं। इसके लिए हमें एकांक धनावेश को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया गया कार्य परिकलित करना चाहिए। $Q > 0$ के लिए, परीक्षण आवेश पर प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध किया गया कार्य धनात्मक होता है। चूंकि किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता, हम अनंत से बिंदु P तक अरीय दिशा के अनुदिश कोई सुगम पथ का चयन करते हैं।

पथ के किसी मध्यवर्ती बिंदु P′ पर, किसी एकांक धनावेश पर स्थिरवैद्युत बल

$$\frac{Q \times 1}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\hat{\mathbf{r}}'$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}'$, OP′ के अनुदिश कोई एकांक सदिश है। इस बल के विरुद्ध r' से $r' + \Delta r'$ तक एकांक धनावेश को ले लाने में किया गया कार्य :

चित्र 2.3 *आवेश Q के कारण बिंदु P पर विभव, किसी एकांक धनात्मक परीक्षण आवेश को, आवेश Q (Q > 0) के कारण प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध, अनंत से बिंदु P तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।*

$$\Delta W' = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\Delta r' \qquad (2.6)$$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि $\Delta r' < 0$, तथा $\Delta W'$ धनात्मक है। समीकरण (2.6) को $r' = \infty$ से $r' = r$ तक समाकलित करने पर बाह्य बल द्वारा किया गया कुल कार्य (W') प्राप्त होगा :

$$W' = -\int_{\infty}^{r}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\,dr' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'}\Big|_{\infty}^{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (2.7)$$

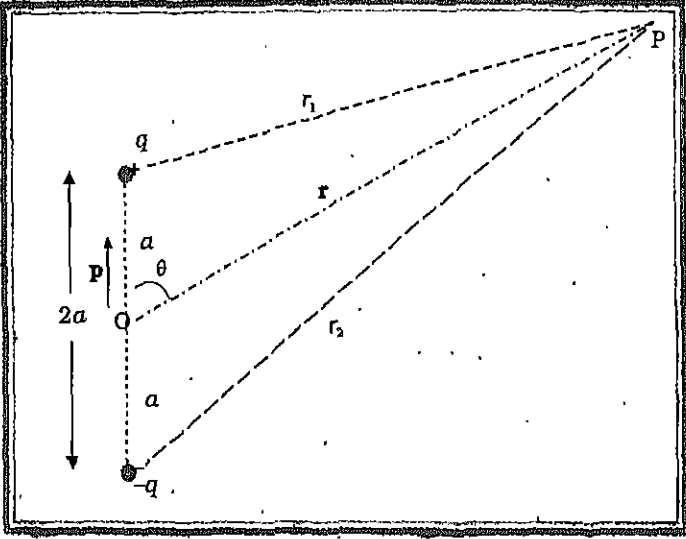
परिभाषा के अनुसार यह आवेश Q के कारण P पर विभव ϕ है अतः

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (2.8)$$

समीकरण (2.8) आवेश Q के किसी भी चिह्न के लिए सत्य है यद्यपि हमने इस संबंध की व्युत्पत्ति के समय $Q > 0$ माना था। $Q < 0$, $\phi < 0$ के लिए, अर्थात् अनंत से उस बिंदु तक एकांक परीक्षण धनावेश को लाने के लिए किया गया कार्य (बाह्य बल द्वारा) ऋणात्मक है। यह इस कथन के तुल्य है कि एकांक धनावेश को अनंत से बिंदु P तक लाने में स्थिरवैद्युत बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है [यह ऐसा ही है जैसा कि होना चाहिए, चूंकि $Q < 0$ के लिए, एकांक धनावेश पर बल आकर्षी है, अतः स्थिरवैद्युत बल तथा विस्थापन (अनंत से P तक) दोनों एक ही दिशा में हैं]। अंत में यदि हम समीकरण (2.8) पर ध्यान दें, तो पाते हैं कि यह समीकरण हमारे उस चयन से मेल खाता है जिसमें हमने अनंत पर विभव को शून्य माना था।

2.4 किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव

जैसा कि हम पिछले अध्याय में जान ही चुके है कि वैद्युत द्विध्रुव दो बिंदु आवेशों q तथा $-q$ से मिलकर बनता है तथा इन आवेशों के बीच पृथकन $2a$ होता है। इसका कुल आवेश शून्य होता है तथा यह द्विध्रुव सदिश $\mathbf{p}$ जिसका परिमाण $q \times 2a$ तथा दिशा $-q$ से q के अनुदिश होती है, के अभिलाक्षणिक गुण द्वारा प्रकट किया जाता है (चित्र 2.4)। हमने यह भी देखा कि किसी बिंदु पर वैद्युत द्विध्रुव का स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ सहित वैद्युत क्षेत्र मात्र r के परिमाण पर ही निर्भर नहीं करता वरन् $\mathbf{r}$ तथा $\mathbf{p}$ के बीच के कोण पर भी निर्भर करता है। साथ ही, वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, अधिक दूरियों पर, $1/r^2$ के अनुसार नहीं घटती (जो एकल आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र के लिए प्ररूपी है) वरन् $1/r^3$ के अनुसार घटती है। यहाँ हम किसी द्विध्रुव के कारण वैद्युत विभव का निर्धारण करेंगे तथा इसकी तुलना एक आवेश के कारण विभव से करेंगे।

पहले की ही भांति, हम द्विध्रुव के केंद्र को मूल बिंदु पर रखते हैं। अब हम यह जानते हैं कि वैद्युत क्षेत्र अध्यारोपण सिद्धांत का पालन करते हैं। चूंकि विभव क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य से संबंधित है, स्थिरवैद्युत विभव भी अध्यारोपण सिद्धांत का पालन करता है। इस प्रकार किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव आवेशों q तथा $-q$ के कारण विभवों का योग होता है।

चित्र 2.4 द्विध्रुव के कारण विभव के परिकलन में सम्मिलित राशियाँ।

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \qquad (2.9)$$

यहाँ r_1 तथा r_2 बिंदु P की क्रमशः q तथा $-q$ से दूरियाँ हैं। अब, ज्यामिति द्वारा

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta$$

$$r_2^2 = r^2 + a^2 + 2ar\cos\theta \qquad (2.10)$$

हम r को a की तुलना में अत्यधिक बड़ा ($r >> a$) मानते हैं, तथा केवल $\frac{a}{r}$ के प्रथम कोटि के पदों को ही सम्मिलित करते हैं :

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\cong r^2 \left(1-\frac{2a\cos\theta}{r}\right) \qquad (2.11)$$

इसी प्रकार $r_2^2 \cong r^2 \left(1+\frac{2a\cos\theta}{r}\right) \qquad (2.12)$

द्विपद समीकरण का उपयोग करके $\frac{a}{r}$ के प्रथम कोटि के पदों को सम्मिलित करने पर

$$\frac{1}{r_1} \cong \frac{1}{r}\left(1-\frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-\frac{1}{2}} \cong \frac{1}{r}\left(1+\frac{a}{r}\cos\theta\right) \qquad (2.13a)$$

$$\frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r}\left(1+\frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-\frac{1}{2}} \cong \frac{1}{r}\left(1-\frac{a}{r}\cos\theta\right) \qquad (2.13b)$$

समीकरणों (2.9) तथा (2.13), तथा $p = 2q\,a$ का उपयोग करने पर,

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2a\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (2.14)$$

अब, $p\cos\theta = \mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}$ स्थिति सदिश **OP** के अनुदिश एकांक सदिश है।

तब किसी द्विध्रुव का वैद्युत विभव

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}}{r^2}; \qquad (r >> a) \qquad (2.15)$$

जैसा कि संकेत दिया गया है, समीकरण (2.15) केवल उन दूरियों के लिए जो द्विध्रुव के आकार की तुलना में अत्यधिक बड़ी हैं, जिसके कारण a/r उच्च कोटि के पदों को नगण्य मानकर उपेक्षा कर दी गई है, ही सन्निकटतः सत्य है। परंतु, किसी बिंदु द्विध्रुव $\mathbf{p}$ के लिए मूल बिंदु पर समीकरण (2.15) यथार्थ है।

समीकरण (2.15) से, द्विध्रुव अक्ष ($\theta = 0, \pi$) पर विभव

$$\phi = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^2} \qquad (2.16)$$

(+ चिह्न $\theta = 0$ के लिए तथा − चिह्न $\theta = \pi$ के लिए)। निरक्षीय (विषुवत) समतल ($\theta = \pi/2$) में विभव शून्य है।

किसी द्विध्रुव के वैद्युत विभव तथा एकल आवेश के वैद्युत विभव के तुलनात्मक महत्त्वपूर्ण लक्षण समीकरणों (2.8) तथा (2.15) से स्पष्ट हैं :

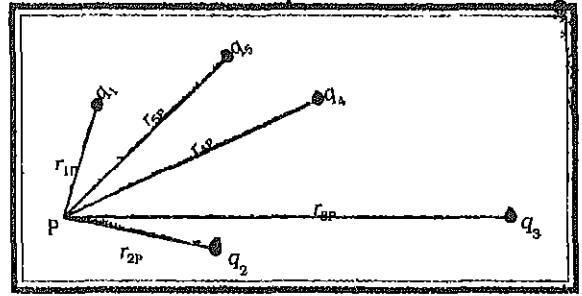
1. किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव केवल दूरी r पर ही निर्भर नहीं करता, वरन् स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ तथा द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{p}$ के बीच के कोण पर भी निर्भर करता है। (तथापि यह $\mathbf{p}$ के परितः अक्षतः सममित होता है। अतः यदि आप $\mathbf{p}$ के परितः स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ को, कोण θ को नियत रखते हुए, घूर्णन कराएँ, तो बिंदु P के सदृश घूर्णन के फलस्वरूप बने शंकु पर बिंदुओं पर वही विभव होगा जो विभव बिंदु P पर है।)
2. अधिक दूरियों पर वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव $1/r^2$ के अनुपात में घटता है, न कि $1/r$ के अनुपात में, जो कि एकल आवेश के कारण विभव का एक अभिलाक्षणिक गुण है।

2.5 आवेशों के निकाय के कारण विभव

किसी आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के ऐसे निकाय पर विचार कीजिए जिनके किसी मूलबिंदु के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ हैं (चित्र 2.5)। बिंदु P पर आवेश q_1 के कारण विभव

$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_{1P}}$$

यहाँ r_{1P} बिंदु P तथा आवेश q_1 के बीच की दूरी है।

इसी प्रकार बिंदु P पर आवेश q_2 के कारण विभव ϕ_2 तथा q_3 के कारण विभव ϕ_3 को भी व्यक्त कर सकते हैं

चित्र 2.5 किसी बिंदु पर आवेशों के निकाय के कारण विभव उस बिंदु पर व्यष्टिगत आवेशों के कारण विभवों के योग के बराबर होता है।

$$\phi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}}, \quad \phi_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3}{r_{3P}}$$

यहाँ r_{2P} तथा r_{3P} बिंदु P की क्रमशः q_2 तथा q_3 से दूरियां हैं। इसी प्रकार हम अन्य आवेशों के कारण बिंदु P पर विभव व्यक्त

कर सकते हैं। अध्यारोपण सिद्धांत के अनुसार, समस्त आवेश विन्यास ϕ के कारण बिंदु P पर विभव के विन्यास के व्यष्टिगत आवेशों के विभवों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n \quad (2.17)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \dots + \frac{q_n}{r_{nP}}\right) \quad (2.18)$$

यदि हमारे पास आवेश घनत्व ρ के अभिलाक्षणिक गुण का कोई संतत आवेश वितरण है तो पहले की भांति उसे हम ΔV आकार के $\rho\Delta V$ आवेशयुक्त लघु आयतन अवयवों में विभाजित कर सकते हैं। तब हम प्रत्येक आयतन अवयव के कारण विभव निर्धारित करके और समस्त योगदानों का योग करके (सही शब्दों में, समाकलित करके) समस्त आवेश विवरण के कारण विभव ज्ञात कर सकते हैं।

अध्याय 1 में हम अध्ययन कर चुके हैं कि किसी एक समान आवेशित गोलीय कोश के कारण किसी बाहर स्थित बिंदु के लिए वैद्युत क्षेत्र इस प्रकार होता है, मानो कोश का समस्त आवेश उसके केंद्र पर संकेंद्रित हो। अत: कोश के बाहर स्थित किसी बिंदु पर आवेशित कोश के कारण विभव

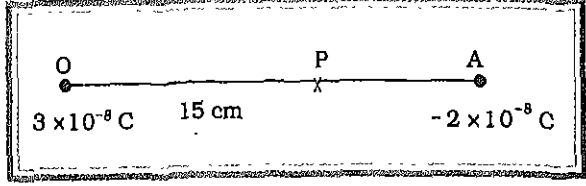
$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \quad (r \geq R) \quad (2.19a)$$

यहाँ q गोलीय कोश पर समस्त आवेश तथा R गोलीय कोश की त्रिज्या है। कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इससे यह ध्वनित होता है (देखिए अनुभाग 2.6) कि कोश के भीतर विभव नियत रहता है और इसीलिए यह कोश के पृष्ठ के विभव के समान होता है।

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \quad (r \leq R) \quad (2.19b)$$

उदाहरण 2.1 3×10^{-8}C तथा -2×10^{-8}C के दो आवेश एक-दूसरे से 15 cm दूरी पर रखे हैं। इन दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिंदु पर वैद्युत विभव शून्य है? अनंत पर वैद्युत विभव शून्य लीजिए।

हल

मान लीजिए धनावेश मूल बिंदु O पर रखा है। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा x-अक्ष है; तथा ऋणावेश मूल बिंदु के दाईं ओर रखा है (चित्र 2.6 देखिए)।

चित्र 2.6 दो आवेश के कारण वैद्युत विभव शून्य।

मान लीजिए x-अक्ष पर वह वांछित बिंदु P है जहाँ वैद्युत विभव शून्य है। यदि बिंदु P का x-निर्देशांक x है, तो स्पष्ट रूप से x धनात्मक होना चाहिए। ($x < 0$ के लिए यह संभव नहीं हो सकता कि दो आवेशों के कारण वैद्युत विभव जुड़कर शून्य हो जाएं।) यदि x मूल बिंदु O तथा A के बीच कहीं स्थित है, तो

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{3 \times 10^{-8}}{x \times 10^{-2}} - \frac{2 \times 10^{-8}}{(15-x) \times 10^{-2}}\right] = 0$$

यहाँ x को cm में लिया गया है। अर्थात्

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{15-x} = 0$$

अथवा $x = 9$ cm ।

यदि बिंदु x विस्तारित रेखा OA पर है, तो वांछित शर्त के अनुसार

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-15} = 0$$

अथवा $x = 45$ cm

इस प्रकार, ऋणावेश के दक्षिण पक्ष में धनावेश से 9 cm से 45 cm दूर वैद्युत विभव शून्य है। ध्यान दीजिए, यहाँ परिकलनों के लिए वांछित सूत्र को अनंत पर वैद्युत विभव शून्य मानकर ही व्युत्पन्न किया गया था।

2.6 समविभव पृष्ठ

कोई समविभव पृष्ठ ऐसा पृष्ठ होता है जिसके पृष्ठ के हर बिंदु पर विभव नियत रहता है। किसी एकल आवेश q के लिए, समीकरण (2.8) द्वारा वैद्युत विभव :

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

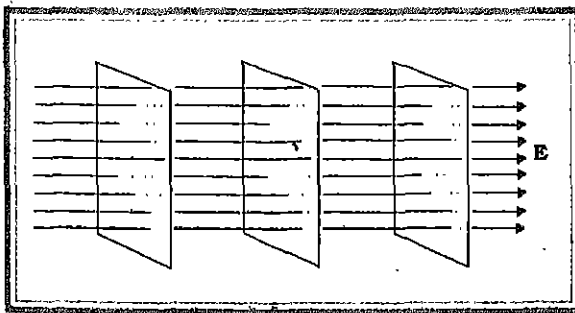
इससे यह प्रकट होता है कि यदि r नियत है तो ϕ नियत रहता है। इस प्रकार किसी एकल आवेश के लिए समविभव पृष्ठ संकेंद्री गोले होते है जिनके केंद्र पर वह आवेश स्थित होता है।

अब किसी एकल आवेश q के लिए वैद्युत क्षेत्र रेखाएं आवेश से आरंभ होने वाली अथवा उस आवेश पर समाप्त होने वाली (यह निर्भर करता है कि आवेश q धनात्मक है अथवा ऋणात्मक) अरीय रेखाएं होती हैं। स्पष्ट है, किसी समविभव पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र सदैव ही उस बिंदु पर अभिलंबवत् होता है। यह व्यापक रूप से सत्य है : किसी भी आवेश विन्यास के लिए किसी भी बिंदु से गुजरने वाला समविभव पृष्ठ उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत् होता है। इस प्रकथन की व्युत्पत्ति सरल है। यदि वैद्युत क्षेत्र समविभव पृष्ठ के अभिलंबवत् नहीं है; तो इस क्षेत्र का पृष्ठ के अनुदिश कोई घटक होगा। किसी एकांक परीक्षण आवेश का क्षेत्र के इस घटक की विरुद्ध दिशा में गति कराने के लिए कुछ कार्य करना आवश्यक होगा। परंतु यह किसी समविभव पृष्ठ की परिभाषा के विरुद्ध है : समविभव पृष्ठ के किन्हीं भी दो बिंदुओं के बीच कोई विभवांतर नहीं होता, तथा इस पृष्ठ पर किसी परीक्षण आवेश को गति कराने के लिए कोई कार्य करना आवश्यक नहीं होता। अतः किसी समविभव पृष्ठ के सभी बिंदुओं पर वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत् होता है। समविभव पृष्ठ किसी आवेश विन्यास के चारों ओर की वैद्युत क्षेत्र रेखाओं के दृश्यों के वैकल्पिक दृश्य प्रस्तुत करते हैं।

चित्र 2.7 किसी एकल आवेश q के लिए (a) समविभव पृष्ठ संकेंद्री गोलीय पृष्ठ होते हैं जिनके केंद्र पर आवेश स्थित होता है, तथा (b) यदि $q > 0$ है, तो क्षेत्र रेखाएं आवेश से आरंभ होने वाली अरीय रेखाएं होती हैं।

चित्र 2.8 किसी एक समान वैद्युत क्षेत्र के लिए समविभव पृष्ठ।

किसी अक्ष के अनुदिश, मान लीजिए x-अक्ष के अनुदिश किसी एक समान वैद्युत क्षेत्र के लिए, समविभव पृष्ठ x-अक्ष के अभिलंबवत् अर्थात् y-z तल के समांतर तल होते हैं (चित्र 2.8)। चित्र 2.9 में किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण समविभव पृष्ठ तथा वैद्युत रेखाएं दर्शायी गई हैं।

चित्र 2.9 किसी वैद्युत द्विध्रुव के क्षेत्र के लिए कुछ समविभव पृष्ठ।

वैद्युत क्षेत्र तथा वैद्युत विभव में संबंध

एक दूसरे के पास रखे दो समविभव पृष्ठों A तथा B, जिनके विभवों के क्रमशः मान ϕ तथा $\phi + \delta\phi$ हैं, जिसमें $\delta\phi$, वैद्युत क्षेत्र **E** की दिशा में ϕ में परिवर्तन है, पर विचार कीजिए। कल्पना कीजिए कि कोई एकांक परीक्षण धनावेश बिंदु P पर दोनों पृष्ठों की लंबवत् दूरी δl पर B से A की ओर ले जाया जाता है। एकांक धनावेश को B से A तक (वैद्युत क्षेत्र के विरुद्ध) ले जाने में आवेश पर किया गया कार्य $|\mathbf{E}|\,\delta l$ है। यह कार्य विभवांतर $\phi_A - \phi_B$ के बराबर है। इस प्रकार

$$|\mathbf{E}|\,\delta l = \phi - (\phi + \delta\phi) = -\delta\phi$$

अर्थात् $|\mathbf{E}| = -\frac{\delta\phi}{\delta l}$ (2.20)

स्पष्ट है कि $\delta\phi$ ऋणात्मक है चूंकि $|\mathbf{E}|$ धनात्मक है। इस प्रकार वैद्‌युत क्षेत्र की दिशा विभव की घटती दिशा में है। साथ ही, ध्यान दीजिए कि क्षेत्र उस दिशा में है जिसमें विभव में सर्वाधिक ह्रास है। हम समीकरण (2.20) को दुबारा इस प्रकार लिख सकते हैं

$$|\mathbf{E}| = -\frac{|\delta\phi|}{\delta l} \quad (2.21)$$

इस प्रकार हम वैद्‌युत क्षेत्र तथा वैद्‌युत विभव से संबंधित दो महत्त्वपूर्ण निष्कर्षों पर पहुँचते हैं। पहला, वैद्‌युत क्षेत्र उस दिशा में होता है जहाँ विभव में सर्वाधिक ह्रास होता है। दूसरा, किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण, उस बिंदु पर समविभव पृष्ठ के अभिलंबवत् विभव के परिमाण में प्रति एकांक विस्थापन परिवर्तन द्वारा व्यक्त किया जाता है।

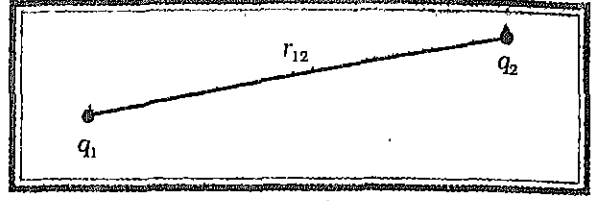
2.7 आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

पहले हम एक सरल प्रकरण पर विचार करते है जिसमें किसी मूल बिंदु के सापेक्ष $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ स्थिति सदिशों वाले दो आवेश q_1 तथा q_2 हैं। आइए इस विन्यास के निर्माण में किए गए कार्य (बाह्‌य) का परिकलन करें। इसका अर्थ यह है कि पहले आरंभ में हम दोनों आवेशों q_1 तथा q_2 को अनंत पर मानें तथा बाद में बाह्‌य एजेंसी द्वारा उन्हें इनकी वर्तमान स्थितियों तक लाने में किए गए कार्य का परिकलन करें। मान लीजिए, हम पहले आवेश q_1 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_1$ तक लाते हैं। चूंकि इस स्थिति में कोई बाह्‌य क्षेत्र नहीं है, जिसके विरुद्‌ध कार्य करने की आवश्यकता पड़े, अतः q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाने में किया गया कार्य शून्य है। यह आवेश दिक्‌स्थान में एक विभव ϕ_1 उत्पन्न करता है

$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}}$$

यहाँ r_{1P} दिक्‌स्थान के किसी बिंदु P की q_1 की स्थिति से दूरी है। विभव की परिभाषा से, आवेश q_2 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किया गया कार्य $\mathbf{r}_2$ पर q_1 द्वारा विभव का q_2 गुना होता है :

$$q_2 \text{ पर किया गया कार्य} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

यहाँ r_{12} बिंदु 1 तथा 2 के बीच की दूरी है।

चित्र 2.10 *आवेशों q_1 तथा q_2 के निकाय की स्थितिज ऊर्जा आवेशों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।*

चूंकि स्थिरवैद्‌युत बल संरक्षी है, यह कार्य निकाय की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। अतः दो आवेशों q_1 तथा q_2 के निकाय की स्थितिज ऊर्जा :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (2.22)$$

स्पष्ट है, कि यदि पहले q_2 को उसकी वर्तमान स्थिति पर लाया जाता और तत्पश्चात् q_1 को लाया जाता, तो भी स्थितिज ऊर्जा V इतनी ही होती। अधिक व्यापक रूप में, समीकरण (2.22) में दर्शाया गया स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक, सदैव ही अपरिवर्तित रहता है, चाहे निर्दिष्ट स्थानों पर आवेशों को किसी भी प्रकार से लाया जाए। यह स्थिरवैद्‌युत बलों के लिए कार्य की पथ-स्वतंत्रता के कारण होता है।

समीकरण (2.22) q_1 तथा q_2 के किसी भी चिह्न के लिए सत्य है। यदि $q_1 q_2 > 0$ है, तो स्थितिज ऊर्जा धनात्मक होती है। यह अपेक्षित भी है, क्योंकि सजातीय आवेशों ($q_1 q_2 > 0$) के लिए, स्थिरवैद्‌युत बल प्रतिकर्षी होता है तथा आवेशों को अनंत से किसी परिमित दूरी तक इस प्रतिकर्षी बल के विरुद्‌ध लाने में धनात्मक कार्य करना पड़ता है। इसके विपरीत, विजातीय आवेशों ($q_1 q_2 < 0$) के लिए स्थिरवैद्‌युत बल आकर्षी होता है। इस प्रकरण में, आवेशों को उनकी दी गई स्थितियों से अनंत तक इस आकर्षी बल के विरुद्‌ध ले जाने में धनात्मक कार्य करना पड़ता है। दूसरे शब्दों में, उत्क्रमित पथ (अनंत से वर्तमान स्थितियों तक) के लिए कार्य के ऋणात्मक परिमाण की आवश्यकता होती है जिसके कारण स्थितिज ऊर्जा ऋणात्मक होती है।

समीकरण (2.22) को आसानी से आवेशों के कितनी भी संख्या के निकाय के लिए व्यापक बनाया जा सकता है। आइए अब हम तीन आवेशों q_1, q_2 तथा q_3 जो क्रमशः $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ तथा $\mathbf{r}_3$ पर स्थित हैं, के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

परिकलित करें। पहले q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाने में कोई कार्य नहीं होता। तत्पश्चात् हम q_2 को अनंत से $\mathbf{r}_2$ तक लाते हैं। पहले की ही भांति इस चरण में किया गया कार्य

$$q_2\,\phi_1\,(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\;\frac{q_1\,q_2}{r_{12}} \qquad (2.23)$$

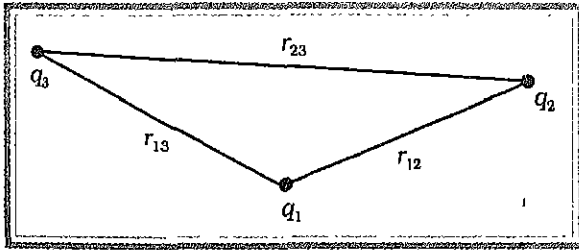
आवेश q_1 तथा q_2 अपने चारों ओर विभव उत्पन्न करते है, किसी बिंदु P पर यह विभव

$$\phi_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}}\right) \qquad (2.24)$$

आवेश q_3 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_3$ तक लाने में किया गया कार्य $\mathbf{r}_3$ पर $\phi_{1,2}$ का q_3 गुना होता है। अत:

$$q_3\,\phi_{1,2}\,(\mathbf{r}_3) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1\,q_3}{r_{13}} + \frac{q_2\,q_3}{r_{23}}\right) \qquad (2.25)$$

आवेशों को उनकी दी गई स्थितियों पर एकत्र करने में किया गया कुल कार्य विभिन्न चरणों [समीकरण (2.23) तथा समीकरण (2.25)] में किए गए कार्यों का योग करने पर प्राप्त होता है।

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1\,q_2}{r_{12}} + \frac{q_1\,q_3}{r_{13}} + \frac{q_2\,q_3}{r_{23}}\right] \qquad (2.26)$$

चित्र 2.11 *चित्र में दिए गए संकेतों सहित समीकरण (2.26) में तीन आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा दी गई है।*

यहाँ फिर, स्थिरवैद्युत बल की संरक्षी प्रकृति के कारण (अथवा तुल्य रूप में, कार्य की पथ-स्वतंत्रता) स्थितिज ऊर्जा V को अंतिम व्यंजक, समीकरण (2.26), विन्यास को किस प्रकार संयोजित किया गया है उसके क्रम पर निर्भर नहीं करता। स्थितिज ऊर्जा विन्यास की वर्तमान अवस्था का अभिलाक्षणिक गुण होता है, यह इस बात पर निर्भर नहीं करता कि इस विन्यास को किस प्रकार प्राप्त किया गया है।

2.8 किसी बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा

किसी एकल आवेश की स्थितिज ऊर्जा

अनुभाग 2.7 में वैद्युत क्षेत्र के स्रोत का विशेष उल्लेख किया गया – आवेश तथा उनकी स्थितियाँ – तथा उन आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा निर्धारित की गई। इस अनुभाग में हम इससे संबंधित परंतु भिन्न प्रश्न पूछते हैं। किसी दिए गए क्षेत्र में किसी आवेश q की स्थितिज ऊर्जा क्या होती है? वास्तव में, यह प्रश्न आरंभ बिंदु था जो हमें स्थिरवैद्युत विभव की धारणा की ओर ले गया था (देखिए अनुभाग 2.1 तथा 2.2)। परंतु यही प्रश्न हम फिर दुबारा यह स्पष्ट करने के लिए पूछ रहे हैं कि किस रूप में यह अनुभाग 2.7 में की गई चर्चा से भिन्न है। यहाँ प्रमुख अंतर यह है कि अब हम यहाँ पर किसी बाह्य क्षेत्र में आवेश (अथवा आवेशों) की स्थितिज ऊर्जा के विषय में चर्चा कर रहे हैं। इसमें बाह्य क्षेत्र **E** उन दिए गए आवेशों द्वारा उत्पन्न नहीं किया जाता जिनकी स्थितिज ऊर्जा का हम परिकलन करना चाहते हैं। विद्युत् क्षेत्र **E** उस स्रोत द्वारा उत्पन्न किया जाता है जो दिए गए आवेश (आवेशों) की दृष्टि से बाह्य होता है। बाह्य स्रोत ज्ञात हो सकता है परंतु प्राय: ये स्रोत अज्ञात अथवा अनिर्दिष्ट होते हैं, जो कुछ भी यहाँ निर्दिष्ट होता है वह है विद्युत्-क्षेत्र **E** अथवा बाह्य स्रोतों के कारण स्थिरवैद्युत विभव ϕ। हम यह मानते हैं कि आवेश q बाह्य क्षेत्र उत्पन्न करने वाले स्रोतों को सार्थक रूप से प्रभावित नहीं करता। यदि q अत्यधिक छोटा है, तो यह सत्य है, अथवा कुछ अनिर्दिष्ट बलों के प्रभाव में बाह्य स्रोतों को दृढ़ रखा जा सकता है। यदि q परिमित है तो भी इसके बाह्य स्रोतों पर प्रभाव की उन परिस्थितियों में उपेक्षा की जा सकती है जिनमें बहुत दूर अनंत पर स्थित अत्यधिक प्रबल स्रोत हमारी रुचि के क्षेत्र में कोई परिमित क्षेत्र **E** उत्पन्न करता है। फिर ध्यान दीजिए, हमारी रुचि किसी बाह्य क्षेत्र में, दिए गए आवेश q (तत्पश्चात् आवेशों के किसी निकाय) की स्थितिज ऊर्जा निर्धारित करने में है; हमें बाह्य विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न करने वाले स्रोत की स्थितिज ऊर्जा में कोई रुचि नहीं है।

बाह्य विद्युत्-क्षेत्र **E** तथा तदनुरूपी बाह्य विभव ϕ का मान एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर जाने में परिवर्तित हो सकता है। परिभाषा के अनुसार, किसी बिंदु P पर विभव ϕ एकांक धनावेश को अनंत से उस बिंदु P तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है (हम निरंतर ही अनंत पर विभव को शून्य मानते रहेंगे)। अत: किसी आवेश q को अनंत से बाह्य क्षेत्र के

किसी बिंदु P तक लाने में किया गया कार्य $q\phi$ होता है। यह कार्य आवेश q में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यदि बिंदु P का किसी मूल बिंदु के सापेक्ष कोई स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ है, तो हम यह लिख सकते हैं कि :

किसी बाह्य क्षेत्र में आवेश q की $\mathbf{r}$ पर स्थितिज ऊर्जा

$$= q\,\phi(\mathbf{r}) \tag{2.27}$$

यहाँ $\phi(\mathbf{r})$ बिंदु $\mathbf{r}$ पर बाह्य विभव है।

किसी बाह्य क्षेत्र में दो आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

अब हम यह पूछते हैं : किसी बाह्य क्षेत्र में क्रमशः $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर स्थित दो आवेशों q_1 तथा q_2 की स्थितिज ऊर्जा क्या होती है? इस विन्यास का निर्माण करने में किए गए कार्य का परिकलन करने के लिए आइए यह कल्पना करें कि पहले हम आवेश q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाते हैं। समीकरण (2.27) के अनुसार, इस चरण में किया गया कार्य $q_1\,\phi(\mathbf{r}_1)$ है। अब हम आवेश q_2 को $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किए जाने वाले कार्य पर विचार करते हैं। इस चरण में केवल बाह्य क्षेत्र $\mathbf{E}$ के विरुद्ध ही कार्य नहीं होता, वरन् q_1 के कारण क्षेत्र के विरुद्ध भी कार्य करना होता है। अतः

q_2 पर बाह्य क्षेत्र के विरुद्ध किया गया कार्य

$$= q_2\,\phi(\mathbf{r}_2)$$

q_2 पर q_1 के कारण क्षेत्र के विरुद्ध किया गया कार्य

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

यहाँ r_{12} आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच की दूरी है। ऊपर हमने समीकरण (2.27) तथा (2.22) का उपयोग किया है। क्षेत्रों के लिए अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा हम q_2 पर दो क्षेत्रों ($\mathbf{E}$ तथा q_1 के कारण क्षेत्र) के विरुद्ध किए गए कार्यों को जोड़ते हैं। अतः

q_2 को $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किया गया कार्य

$$= q_2\,\phi(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}.$$

q_1 को $\mathbf{r}_1$ तथा q_2 को $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किया गया कुल कार्य इस बात से स्वतंत्र है कि हम विन्यास का निर्माण किस प्रकार करते हैं (स्थिरवैद्युत क्षेत्रों के विरुद्ध किए गए कार्य की पथ स्वतंत्रता याद रखिए)। किया गया कुल कार्य निकाय की स्थितिज ऊर्जा के रूप में प्रकट होता है। इस प्रकार किसी बाह्य क्षेत्र में $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर स्थित दो आवेशों q_1 तथा q_2 की स्थितिज ऊर्जा

$$= q_1\,\phi(\mathbf{r}_1) + q_2\,\phi(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \tag{2.28}$$

किसी द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

किसी एकसमान बाह्य क्षेत्र में किसी वैद्युत द्विध्रुव की उपस्थिति समीकरण (2.28) का एक रोचक अनुप्रयोग है। किसी द्विध्रुव के लिए $q_1 = q,\ q_2 = -q$

मान लीजिए एकसमान वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ x-दिशा में है तथा द्विध्रुव का केंद्र मूल बिंदु पर स्थित है। तब द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

$$= q\,[\phi(\mathbf{r}_1) - \phi(\mathbf{r}_2)] - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \tag{2.29}$$

$\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर अवस्थित बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 को सुविधा के लिए अंक (संख्या) 1 तथा 2 द्वारा व्यक्त किया गया है।

अब 1 तथा 2 के बीच विभवांतर क्षेत्र के विरुद्ध एकांक धनावेश को 2 से 1 तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है। चूंकि किया गया कार्य बल तथा बल के समांतर विस्थापन का गुणनफल होता है,

$$\phi(\mathbf{r}_1) - \phi(\mathbf{r}_2) = -E \times 2\,a\cos\theta \tag{2.30}$$

समीकरण (2.30) में ऋणात्मक चिह्न इस तथ्य से मेल खाता है कि क्षेत्र की दिशा में विभव कम होता जाता है। इस प्रकार किसी बाह्य क्षेत्र $\mathbf{E}$ में द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

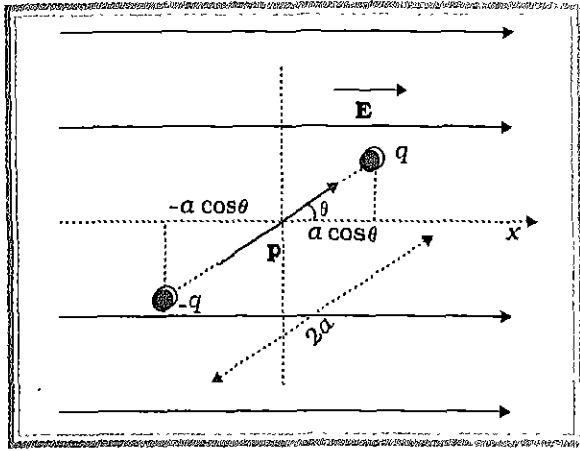
$$= -q \times E \times 2a\cos\theta - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \tag{2.31}$$

अब, किसी दिए गए द्विध्रुव के लिए दूसरा पद केवल एक नियतांक* है। चूंकि स्थितिज ऊर्जा के लिए नियतांक महत्त्वहीन होता है, हम समीकरण (2.31) में दूसरे पद को छोड़ सकते हैं। अतः

एकसमान $\mathbf{E}$ में किसी द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

$$= -q \times 2\,aE\cos\theta = -p\,E\cos\theta \tag{2.32}$$

$$= -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E} \tag{2.33}$$

* यह क्षेत्र द्वारा प्रेरित द्विध्रुव के लिए सत्य नहीं है। यहाँ हम स्थाई द्विध्रुव पर विचार कर रहे हैं।

चित्र 2.12 किसी वैद्युत द्विध्रुव की एकसमान बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा।

स्पष्ट है कि किसी द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा तब न्यूनतम होती है जब वह क्षेत्र के साथ संरेखित होता है। अब उस परिणाम को याद कीजिए जिसमें एकसमान क्षेत्र में कोई द्विध्रुव बल आघूर्ण ($\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$) का अनुभव करता है जो द्विध्रुव को क्षेत्र की दिशा के साथ संरेखित करने का प्रयास करता है। अतः यदि कोई द्विध्रुव अपनी स्थितिज ऊर्जा को क्षयित (ऊष्मा के रूप में अपने चारों ओर के वातावरण में) करता है, तो यह बल आघूर्ण द्विध्रुव को बाह्य क्षेत्र की दिशा में संरेखित कर देता है जिससे इसकी स्थितिज ऊर्जा घटकर न्यूनतम हो जाती है।

उदाहरण 2.2 चित्र 2.13 में दर्शाए अनुसार चार आवेश भुजा d वाले किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर व्यवस्थित किए गए हैं। (a) इस व्यवस्था को एक साथ बनाने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। (b) कोई आवेश q_0 वर्ग के केंद्र E पर लाया जाता है तथा चारों आवेश अपने शीर्षों पर दृढ़ रहते हैं। ऐसा करने के लिए कितना अतिरिक्त कार्य करना पड़ता है?

हल

(a) चूंकि किया गया कार्य आवेशों की अंतिम व्यवस्था पर निर्भर करता है, उन्हें किस प्रकार एक साथ लाया गया है पर निर्भर नहीं करता, हम आवेशों को A, B, C, तथा D पर रखने के एक ढंग के लिए आवश्यक कार्य का परिकलन करेंगे।

मान लीजिए पहले आवेश $+q$ को A पर लाया जाता है, तत्पश्चात् आवेशों $-q$, $+q$ तथा $-q$ को क्रमशः B, C तथा D पर लाया जाता है। किए गए कुल कार्यों का परिकलन निम्नलिखित चरणों में किया जा सकता है :

(i) आवेश $+q$ को A पर लाने में किया गया कार्य जब कहीं भी कोई आवेश नही है : यह शून्य है।

(ii) आवेश $-q$ को B पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर है। यह (B पर आवेश) × (A पर आवेश $+q$ के कारण बिंदु B पर स्थिरवैद्युत विभव)

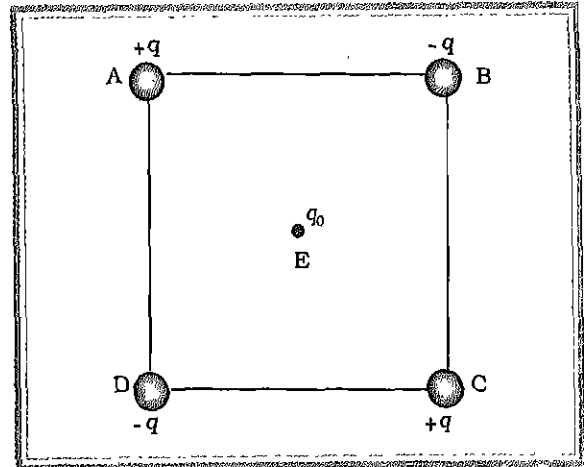
$$= -q \times \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

(iii) आवेश $+q$ को C पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर तथा $-q$ शीर्ष B पर है। यह (C पर आवेश) × (A तथा B पर आवेशों के कारण C पर विभव)

$$= +q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right)$$
$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

(iv) आवेश $-q$ को D पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर, $-q$ शीर्ष B पर तथा $+q$ शीर्ष C पर हैं। यह (D पर आवेश) × (A, B तथा C पर आवेशों के कारण D पर विभव)=

$$= -q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right)$$

$$= -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

चित्र 2.13 उदाहरण 2.2 के लिए आवेशों का निकाय।

चारों चरणों (i), (ii), (iii) एवं (iv) के कार्यों को जोड़ने पर, आवश्यक कुल कार्य

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\{(0)+(1)+(1-\frac{1}{\sqrt{2}})+(2-\frac{1}{\sqrt{2}})\}$$

$$= -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}(4-\sqrt{2})$$

यह कार्य केवल आवेशों की व्यवस्था पर निर्भर करता है, इस बात पर निर्भर नहीं करता कि इन्हें कैसे व्यवस्थित किया गया है। परिभाषा के अनुसार यह आवेशों की कुछ स्थिरवैद्युत ऊर्जा है।

(b) जबकि चारों आवेश A, B, C तथा D पर है, आवेश q_0 को बिंदु E पर लाने में किया गया अतिरिक्त कार्य q_0 × (A, B, C तथा D पर आवेशों के कारण E पर स्थिरवैद्युत विभव) के बराबर है। स्पष्ट रूप से बिंदु E पर स्थिरवैद्युत विभव शून्य है, क्योंकि A तथा C पर आवेशों के कारण विभव B तथा D पर आवेशों के कारण विभव से निरस्त हो जाते हैं। अतः बिंदु E तक किसी भी आवेश को लाने में कोई कार्य करना नहीं पड़ता है। ◀

2.9 चालक-स्थिरवैद्युतिकी

अध्याय 1 में चालकों तथा विद्युत्रोधी पदार्थों का संक्षेप में वर्णन किया गया था। चालकों में गतिशील आवेश वाहक होते हैं। धात्विक चालकों में ये वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं। धातुओं में, बाह्य (संयोजी) इलेक्ट्रॉन अपने परमाणु से अलग होकर गति करने के लिए मुक्त होते हैं। ये मुक्त इलेक्ट्रॉन एक प्रकार की 'गैस' की भांति आपस में परस्पर तथा आयनों से टकराते हैं तथा विभिन्न दिशाओं में यादृच्छिक गति करते हैं। किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र में, ये क्षेत्र की दिशा के विपरीत बहते हैं। नाभिकों के इस प्रकार धन आयन तथा परिबद्ध इलेक्ट्रॉन अपनी नियत स्थितियों पर ही दृढ़ रहते हैं। अपघटनी चालकों में धनायन तथा ऋणायन दोनों ही आवेश वाहक होते हैं; परंतु इस प्रकरण में स्थिति अधिक जटिल होती है–आवेश वाहकों की गति बाह्य वैद्युत क्षेत्र के साथ-साथ रासायनिक बलों (अध्याय 3 देखिए) द्वारा भी प्रभावित होती है। यहाँ हम अपनी चर्चा ठोस धात्विक चालकों तक ही सीमित रखेंगे। आइए चालक-स्थिरवैद्युतिकी से संबंधित कुछ महत्त्वपूर्ण परिणामों पर ध्यान दें।

1. *किसी चालक के भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है*

किसी उदासीन अथवा आवेशित चालक पर विचार कीजिए। यहाँ कोई बाह्य स्थिरवैद्युत क्षेत्र भी हो सकता है। स्थैतिक स्थिति में, जब चालक के भीतर अथवा उसके पृष्ठ पर कोई विद्युत् धारा नहीं होती, तब चालक के भीतर हर स्थान पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इस तथ्य को किसी चालक को परिभाषित करने के गुण के रूप में माना जा सकता है। चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं। जब तक वैद्युत क्षेत्र शून्य नहीं है, मुक्त आवेश वाहक एक बल का अनुभव करेंगे और उनमें बहाव होगा। स्थैतिक स्थिति में मुक्त इलेक्ट्रॉन स्वयं को इस प्रकार वितरित कर लेते हैं कि चालक के भीतर हर स्थान पर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। किसी चालक के भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

2. *किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर, पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र अभिलंबवत् होना चाहिए*

यदि **E** पृष्ठ के अभिलंबवत् नहीं है तो उसका पृष्ठ के अनुदिश कोई शून्येतर घटक होगा। तब पृष्ठ के मुक्त इलेक्ट्रॉन पृष्ठ पर किसी बल का अनुभव करेंगे और गति करेंगे। अतः, स्थैतिक स्थिति में **E** का कोई स्पर्श रेखीय घटक नहीं होना चाहिए। इस प्रकार, किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के हर बिंदु पर पृष्ठ के अभिलंबवत् होना चाहिए। (किसी चालक के लिए जिस पर कोई पृष्ठीय आवेश नहीं है, उसके पृष्ठ तक पर भी क्षेत्र शून्य होता है।) परिणाम 5 देखिए।

3. *स्थैतिक स्थिति में किसी चालक के अभ्यंतर में कोई अतिरिक्त आवेश नहीं हो सकता*

किसी उदासीन चालक के प्रत्येक लघु आयतन अथवा पृष्ठीय अवयव में धनात्मक तथा ऋणात्मक आवेश समान मात्रा में होते हैं। जब किसी चालक को आवेशित किया जाता है, तो स्थैतिक स्थिति में अतिरिक्त आवेश केवल उसके पृष्ठ पर विद्यमान रहता है। यह गाउस प्रमेय से स्पष्ट है। किसी चालक के भीतर किसी यादृच्छिक आयतन अवयव V पर विचार कीजिए। आयतन अवयव V को परिबद्ध करने वाले किसी बंद पृष्ठ S पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इस प्रकार, S से गुजरने वाला कुल फ्लक्स शून्य है। अतः गाउस प्रमेय के अनुसार S पर परिबद्ध कोई नेट आवेश नहीं है। परंतु पृष्ठ S को आप जितना छोटा चाहे, उतना छोटा बना सकते हैं, अर्थात् आयतन V को अत्यल्प (लोपी बिंदु तक छोटा) बनाया जा सकता है। इसका

अभिप्राय यह हुआ कि चालक के भीतर कोई नेट आवेश नहीं है तथा यदि कोई अतिरिक्त आवेश है तो उसे पृष्ठ पर विद्यमान होना चाहिए।

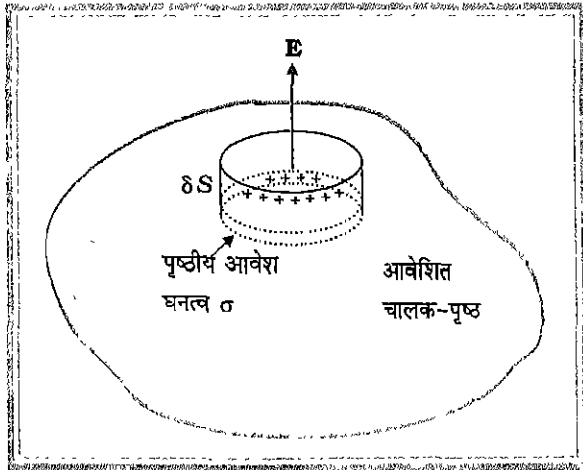
4. *किसी चालक के समस्त आयतन में स्थिरवैद्युत विभव नियत रहता है तथा इसका मान इसके पृष्ठ पर भी समान (भीतर के बराबर) होता है*

यह उपरोक्त परिणाम 1 तथा 2 का अनुवर्ती है। चूंकि किसी चालक के भीतर $\mathbf{E} = 0$ तथा इसका पृष्ठ पर कोई स्पर्श रेखीय घटक नहीं होता अतः इसके भीतर अथवा पृष्ठ पर किसी छोटे परीक्षण आवेश को गति कराने में कोई कार्य नहीं होता। अर्थात्, चालक के भीतर अथवा उसके पृष्ठ पर दो बिंदुओं के बीच कोई विभवांतर नहीं होता। यही वांछित परिणाम है। यदि चालक आवेशित है तो चालक के पृष्ठ के अभिलंबवत् वैद्युत क्षेत्र होता है; इसका यह अभिप्राय है कि चालक के पृष्ठ के किसी बिंदु का विभव चालक से तुरंत बाहर के बिंदु के विभव से भिन्न होगा।

किसी यादृच्छिक आकार, आकृति तथा आवेश विन्यास के चालकों के निकाय में प्रत्येक चालक का अपना एक नियत मान का अभिलाक्षणिक विभव होगा, परंतु यह नियत मान एक चालक से दूसरे चालक का भिन्न हो सकता है।

5. *किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र*

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}} \qquad (2.34)$$

यहाँ σ पृष्ठीय आवेश घनत्व तथा $\hat{\mathbf{n}}$ पृष्ठ के अभिलंबवत् बहिर्मुखी दिशा में एकांक सदिश है।

चित्र 2.14 किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र के लिए, समीकरण (2.34) व्युत्पन्न करने के लिए, चुना गया गाउसीय पृष्ठ (कोई डिबिया)।

इस परिणाम को व्युत्पन्न करने के लिए, कोई डिबिया (एक छोटा बेलनाकार खोखला बर्तन) चित्र 2.14 में दर्शाए अनुसार, पृष्ठ के किसी बिंदु P के परितः गाउसीय पृष्ठ के रूप में चुनिए। इस डिबिया का कुछ भाग चालक के पृष्ठ के बाहर तथा कुछ भाग चालक के पृष्ठ के भीतर है। इसकी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल δS बहुत छोटा तथा इसकी ऊंचाई नगण्य है।

पृष्ठ के तुरंत भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य है; पृष्ठ के तुरंत बाहर वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत् है। अतः डिबिया से गुजरने वाला कुल फ्लक्स केवल डिबिया की बाहरी (वृत्तीय) अनुप्रस्थ काट से आता है। यह $\pm E\,\delta S$ ($\sigma > 0$ के लिए +, $\sigma < 0$ के लिए −) के बराबर है, चूंकि चालक के छोटे क्षेत्र δS पर वैद्युत क्षेत्र **E** को नियत माना जा सकता है तथा **E** और δS समांतर अथवा प्रतिसमांतर हैं। डिबिया द्वारा परिबद्ध, आवेश $\sigma\,\delta S$ है। गाउस प्रमेय के अनुसार

$$E\,\delta S = \frac{|\sigma|\,\delta S}{\varepsilon_0}$$

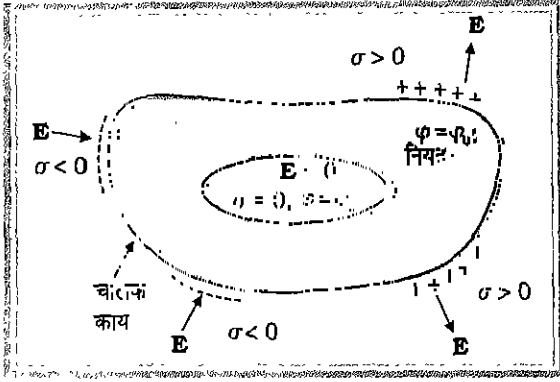
$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} \qquad (2.35)$$

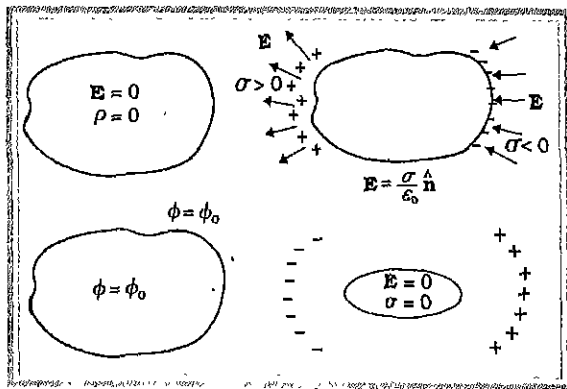
इस तथ्य को सम्मिलित करते हुए कि वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत् है, हम समीकरण (2.34) के रूप में सदिश संबंध पाते हैं। ध्यान दीजिए, समीकरण (2.34) आवेश घनत्व σ के दोनों चिह्नों के लिए सत्य है। $\sigma > 0$ के लिए, वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के बहिर्मुखी अभिलंबवत् है; तथा $\sigma < 0$ के लिए, वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अंतर्मुखी अभिलंबवत् है।

6. *स्थिरवैद्युत परिरक्षण*

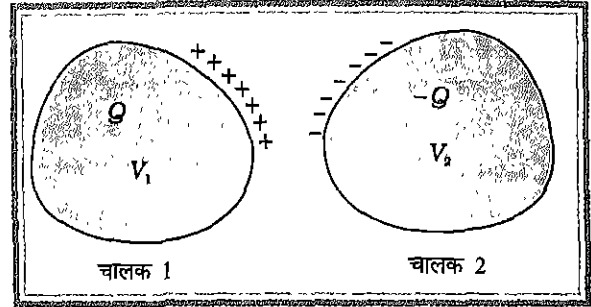
किसी ऐसे चालक के विषय में विचार कीजिए जिसमें कोई कोटर (गुहा) हो तथा उस कोटर के भीतर कोई आवेश न हो। एक विशिष्ट परिणाम ये देखने को मिलेगा कि चाहे कोटर की कोई भी आकृति एवं आकार क्यों न हो, तथा चाहे उस चालक पर कितने भी परिमाण का आवेश हो और कितनी भी तीव्रता के बाह्य क्षेत्र में उसे क्यों न रखा गया हो, कोटर के भीतर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इसी परिणाम के एक सरल प्रकरण को हम पहले भी सिद्ध कर चुके हैं : किसी गोलीय कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। कोश के लिए परिणाम की व्युत्पत्ति में हमने कोश की गोलीय सममिति का उपयोग किया था (अध्याय 1 देखिए)। परंतु किसी चालक का (आवेश मुक्त) कोटर में वैद्युत क्षेत्र का विलोपन, जैसा कि पहले वर्णन किया जा चुका है, एक अत्यधिक व्यापक परिणाम है। इससे संबंधित एक परिणाम यह भी है कि यदि चालक आवेशित भी है, अथवा किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र द्वारा उदासीन

चालक पर आवेश प्रेरित क्यों न किए गए हों, समस्त आवेश केवल चालक पर कोटर सहित उसके बाह्य पृष्ठ पर विद्यमान रहता है।

चित्र 2.15 में दिए गए परिणामों की व्युत्पत्ति को यहाँ हम छोड़ रहे हैं, परंतु हमें इनकी महत्वपूर्ण उलझनों का ध्यान है। बाहर चाहे कितना भी आवेश तथा कैसा भी वैद्युत क्षेत्र

चित्र 2.15 किसी भी चालक की कोटर (गुहा) के भीतर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। चालक का समस्त आवेश कोटर सहित उस चालक के केवल बाह्य पृष्ठ पर ही विद्यमान रहता है (कोटर के भीतर कोई आवेश नहीं रखे गए हैं)।

विन्यास क्यों न हो, उस चालक में कोई भी कोटर बाह्य वैद्युत क्षेत्रों के प्रभाव से सदैव परिरक्षित रहती है; कोटर के भीतर वैद्युत क्षेत्र सदैव ही शून्य होता है। इसे *स्थिरवैद्युत परिरक्षण* कहते हैं। इस प्रभाव का उपयोग संवेदनशील उपकरणों को बाह्य वैद्युत प्रभावों से बचाने में किया जाता है। चित्र 2.16 में किसी चालक के महत्वपूर्ण स्थिरवैद्युत गुणधर्मों का सारांश दिया गया है।

चित्र 2.16 किसी चालक के कुछ महत्वपूर्ण स्थिरवैद्युत गुणधर्म।

2.10 संधारित्र तथा धारिता

कोई संधारित्र विद्युत्‌रोधी द्वारा पृथक दो चालकों का एक निकाय होता है (चित्र 2.17)। चालकों पर आवेश Q_1 तथा Q_2 तथा उनके विभव क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं। प्रायः, व्यवहार में, दो चालकों पर आवेश Q तथा $-Q$ होते हैं तथा उनमें विभवांतर $V = V_1 - V_2$ होता है। हम केवल इसी प्रकार के विन्यास के संधारित्र पर विचार करेंगे। दोनों चालकों को किसी बैटरी के दो टर्मिनलों से संयोजित करके आवेशित कराया जा सकता है। Q को संधारित्र का आवेश कहते है, यद्यपि, वास्तव में यह संधारित्र के एक चालक पर आवेश होता है–संधारित्र का कुल आवेश शून्य होता है।

चित्र 2.17 विद्युत्‌रोधी से पृथक दो चालकों का कोई निकाय संधारित्र का निर्माण करता है।

चालकों के बीच के क्षेत्र में वैद्युत क्षेत्र आवेश Q के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात्, यदि संधारित्र पर आवेश दो गुना कर दिया जाए तो हर बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र दो गुना हो जाएगा। (यह कूलाम के नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा अंतर्निहित वैद्युत क्षेत्र तथा आवेश के बीच अनुक्रमानुपात का अनुगामी है।) अब विभवांतर V किसी लघु परीक्षण आवेश को क्षेत्र के विरुद्ध चालक 2 से 1 तक ले जाने में प्रति एकांक धनावेश किए गए कार्य के बराबर होता है। इसके फलस्वरूप, V भी R के अनुक्रमानुपाती है, तथा अनुपात Q/V एक नियतांक है :

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (2.36)$$

यहाँ C एक नियतांक है जिसे संधारित्र की धारिता कहते है। जैसा कि पहले वर्णन किया जा चुका है धारिता C आवेश Q अथवा विभवांतर V पर निर्भर नहीं करती। धारिता C केवल दो चालकों के निकाय के ज्यामितीय विन्यास (आकार, आकृति, पृथकन) पर निर्भर करती है। [जैसा कि हम आगे देखेंगे, यह दोनों चालकों को पृथक करने वाले माध्यम अर्थात् विद्युत्‌रोधी

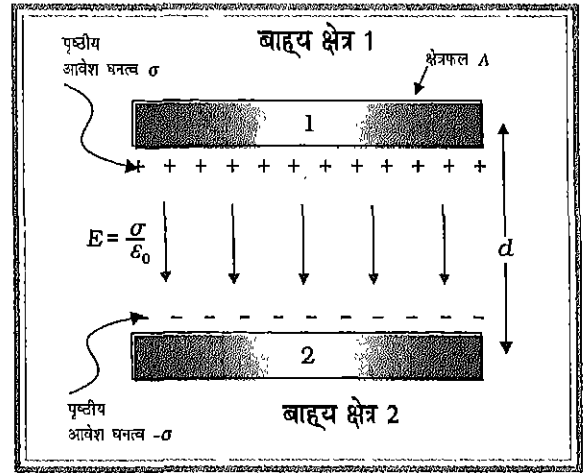
(परावैद्युत) की प्रकृति पर निर्भर करती है]। धारिता का SI एकांक 1 फैरड = 1 कूलॉम प्रति वोल्ट अथवा $1 F = 1 C V^{-1}$ है। नियत धारिता के संधारित्र का प्रतीक ⊣⊢, जबकि परिवर्ती धारिता के संधारित्र का प्रतीक ⊣̸⊢ है।

समीकरण (2.36) यह दर्शाती है कि बड़े C के लिए यदि Q नियत है तो V लघु होता है। इसका अर्थ यह है कि बड़ा संधारित्र लघु विभव V पर अपेक्षाकृत आवेश Q के बड़े परिमाण को परिबद्ध कर सकता है। इसकी व्यावहारिक उपयोगिता है। उच्च विभवांतर में चालक के चारों ओर प्रबल वैद्युत क्षेत्र की उपस्थिति अंतर्निहित है। कोई प्रबल वैद्युत क्षेत्र चारों ओर की वायु को आयनीकृत करके उत्पन्न आवेशों को त्वरित कर सकता है जो विजातीय आवेशित पट्टिकाओं पर पहुँचकर उन्हें आंशिक उदासीन कर सकते हैं। दूसरे शब्दों में, संधारित्र का आवेश दोनों पट्टिकाओं के बीच के माध्यम की विद्युत्रोधी क्षमता में ह्रास के कारण क्षरित हो सकता है।

वह अधिकतम वैद्युत क्षेत्र जिसे कोई परावैद्युत माध्यम बिना भंजन (उसके विद्युत्रोधी गुणधर्म) के सहन कर सकता है, उस माध्यम की परावैद्युत सामर्थ्य कहलाती है। वायु के लिए यह $3 \times 10^6 \text{ V m}^{-1}$ है। दो चालकों के बीच 1 cm कोटि के पृथकन के लिए क्षेत्र चालकों के बीच $3 \times 10^4 \text{V}$ विभवांतर के तदनुरूपी होता है। अत: किसी संधारित्र के लिए बिना किसी क्षरण के अत्यधिक मात्रा में आवेश को संचित करने के लिए उसकी धारिता को इतना अधिक उच्च अवश्य होना चाहिए कि उनके बीच विभवांतर अथवा वैद्युत क्षेत्र उसकी भंजन सीमा से अधिक न हो। इसे भिन्न शब्दों में इस प्रकार भी कह सकते हैं कि, किसी दिए गए संधारित्र की बिना किसी सार्थक क्षरण के आवेश को संचित करने की एक सीमा होती है। व्यवहार में, 1 फैरड धारिता का बहुत बड़ा एकांक है, धारिता के अधिक सामान्य मात्रक, इस मात्रक (अर्थात् फैरड) के अपवर्तक हैं: $1 \mu F = 10^{-6} F$, $1 nF = 10^{-9} F$, $1 pF = 10^{-12} F$ आदि। आवेशों को संचित करने के अतिरिक्त संधारित्र अधिकांश प्रत्यावर्ती धारा परिपथों (ac परिपथों) में प्रमुख अवयवों के रूप में उपयोग होते हैं। अध्याय 8 में ac परिपथों में संधारित्रों के महत्त्वपूर्ण प्रकार्यों का वर्णन किया गया है।

2.11 समांतर पट्टिका संधारित्र

किसी समांतर पट्टिका संधारित्र में दो बड़ी समतल एक-दूसरे के समांतर चालक पट्टिकाएँ होती हैं जिनके बीच पृथकन कम होता है (चित्र 2.18)। हम सर्वप्रथम दो पट्टिकाओं के बीच माध्यम के रूप में निर्वात को लेते हैं। अनुभाग 2.15 में पट्टिकाओं के बीच परावैद्युत माध्यम के प्रभाव का वर्णन किया गया है। मान लीजिए प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल A तथा उनके बीच पृथकन d है। दोनों पट्टिकाओं पर आवेश Q तथा $-Q$ हैं। चूंकि पट्टिकाओं की रैखिक विमाओं की तुलना में d बहुत छोटा है ($d^2 << A$), हम एक समान आवेशित पृष्ठीय घनत्व σ की अनंत समतल चादर के वैद्युत क्षेत्र के परिणाम का उपयोग कर सकते हैं (देखिए अनुभाग 1.15)। पट्टिका 1 का पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma = \dfrac{Q}{A}$ तथा पट्टिका 2 का पृष्ठीय आवेश घनत्व $-\sigma$ है। विभिन्न क्षेत्रों में समीकरण (1.44) का उपयोग करने पर वैद्युत क्षेत्र :

बाह्य क्षेत्र 1 : $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.37)$$

चित्र 2.18 समांतर पट्टिका संधारित्र।

बाह्य क्षेत्र 2 : $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.38)$$

1 तथा 2 के भीतरी क्षेत्र में, दो आवेशित पट्टिकाओं के कारण वैद्युत क्षेत्र जुड़ जाते हैं और हमें प्राप्त होता है:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \qquad (2.39)$$

वैद्युत क्षेत्र की दिशा धनावेशित पट्टिका से ऋणावेशित पट्टिका की ओर है।

इस प्रकार, दो पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र स्थानीकृत हो जाता है तथा यह एक सिरे से दूसरे सिरे तक एकसमान होता है। परिमित क्षेत्रफल की पट्टिकाओं के लिए पट्टिकाओं की बाहरी सीमा के निकट यह लागू नहीं होता। पट्टिकाओं के

किनारों पर क्षेत्र रेखाएँ बाहर की ओर मुड़ जाती है–इस प्रभाव को 'उपांत प्रभाव' कहते हैं। इससे यह संकेत मिलता है कि समस्त पट्टिका पर पृष्ठीय आवेश घनत्व σ यथार्थ रूप से एकसमान नहीं होता [E तथा σ समीकरण (2.34) द्वारा संबंधित है]। तथापि, $d^2 << A$ के लिए ये प्रभाव किनारों से काफी दूर के क्षेत्रों के लिए उपेक्षणीय हैं; तथा वहाँ क्षेत्र समीकरण (2.39) के अनुसार होता है। अब एकसमान वैद्युत क्षेत्रों के लिए विभवांतर, वैद्युत क्षेत्र तथा पट्टिकाओं के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात्

$$V = E\,d = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Qd}{A} \tag{2.40}$$

तब समांतर पट्टिका संधारित्र C की धारिता

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{2.41}$$

जो कि, अपेक्षानुसार, निकाय की ज्यामिति पर निर्भर करता है। प्रारूपी मानों, जैसे $A = 1\ \text{m}^2$, $d = 1$ mm के लिए

$$C = \frac{8.85\times10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2}\times 1\text{m}^2}{10^{-3}\ \text{m}} = 8.85\times10^{-9}\text{F} \tag{2.42}$$

[आप यह जाँच कर सकते हैं कि $1\ \text{F} = 1\ \text{C V}^{-1} = 1\ \text{C}\ (\text{N C}^{-1}\text{m})^{-1} = 1\text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-1}$]। इससे प्रकट होता है कि जैसा पहले वर्णन किया जा चुका है कि 1 F व्यवहार में धारिता का ू्रू बहुत बड़ा एकांक है। 1 F की 'विशालता' को देखने का एक ढंग और भी है कि हम यह ज्ञात करें कि 1F धारिता के समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल, यदि उनके बीच दूरी 1 cm है, कितना होना चाहिए। अब चूंकि

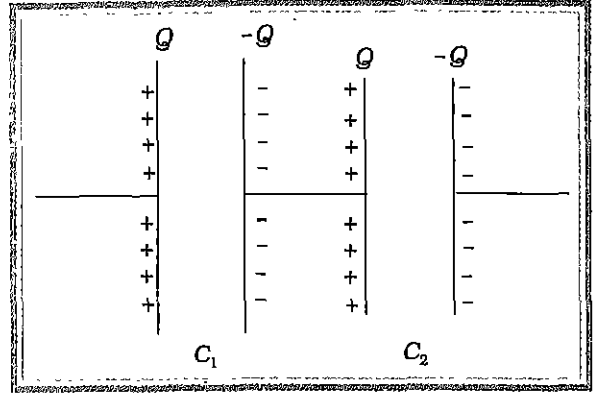
$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{1\text{F}\times10^{-2}\ \text{m}}{8.85\times10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2}} = 10^9\ \text{m}^2 \tag{2.43}$$

अर्थात् पट्टिका की लंबाई व चौड़ाई लगभग 30 km होनी चाहिए।

2.12 संधारित्रों का संयोजन

हम कई संधारित्रों जिनकी धारिताएँ $C_1, C_2, ..., C_n$ है, के संयोजन द्वारा एक प्रभावी धारिता C का निकाय प्राप्त कर सकते हैं। यह प्रभावी धारिता व्यष्टिगत संधारित्रों को संयोजित करने के ढंग पर निर्भर करती है। दो संभावित सरल संयोजन इस प्रकार हैं :

संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन

चित्र 2.19 में दो संधारित्र C_1 तथा C_2 श्रेणीक्रम में संयोजित दर्शाए गए हैं।

चित्र 2.19 दो संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन।

C_1 की बाईं तथा C_2 की दाईं पट्टिका बैटरी के दो टर्मिनलों से संयोजित हैं तथा उन पर क्रमशः Q तथा $-Q$ आवेश है। इसका अर्थ यह है कि C_1 की दाईं पट्टिका पर $-Q$ तथा C_2 की बाईं पट्टिका पर आवेश $+Q$ है। यदि ऐसा नहीं है, तो संधारित्र की दोनों पट्टिकाओं पर नेट आवेश शून्य नहीं होगा। इसके परिणामस्वरूप C_1 तथा C_2 को संयोजित करने वाले चालक में कोई वैद्युत क्षेत्र होगा तथा C_1 एवं C_2 में आवेश उस समय तक प्रवाहित होता रहेगा, जब तक कि प्रत्येक संधारित्र C_1 तथा C_2 पर नेट आवेश शून्य नहीं हो जाता तथा C_1 एवं C_2 को संयोजित करने वाले चालक में वैद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता। अतः श्रेणीक्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र की दोनों पट्टिकाओं पर आवेश ($\pm Q$) समान होता है। संयोजन के सिरों पर विभवपात V संधारित्रों C_1 तथा C_2 के सिरों पर क्रमशः विभवपातों V_1 तथा V_2 का योग होता है:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \tag{2.44}$$

अर्थात् $$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.45}$$

हम इस संयोजन को एक ऐसा प्रभावी संधारित्र मान सकते हैं जिस पर आवेश Q तथा जिसके सिरों के बीच विभवांतर V हो। तब संयोजन की प्रभावी धारिता :

$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.46}$$

समीकरणों (2.45) तथा (2.46) की तुलना करने के लिए पहले हम समीकरण (2.46) को व्युत्क्रमित करते हैं :

$$\frac{V}{Q}=\frac{1}{C} \qquad (2.47)$$

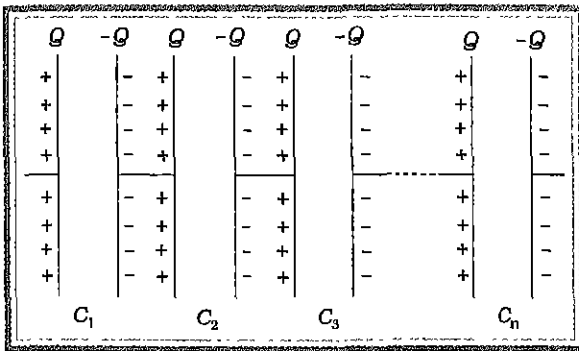
और इस प्रकार हमें प्राप्त होता है:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \qquad (2.48)$$

स्पष्ट है कि इस व्युत्पत्ति को हम कितने भी संधारित्र लेकर, उन्हें इसी प्रकार संयोजित करके n संधारित्रों के लिए समीकरण (2.44) का व्यापकीकरण कर सकते हैं :

$$V=V_1+V_2+\ldots\ldots+V_n=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\ldots\ldots+\frac{Q}{C_n} \qquad (2.49)$$

जिन चरणों का हमने दो संधारित्रों के प्रकरण में उपयोग किया था, उन्हीं चरणों का उपयोग n संधारित्रों के संयोजन के लिए करके, हम n संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के लिए प्रभावी धारिता का व्यापक सूत्र प्राप्त कर सकते हैं :

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{C_n} \qquad (2.50)$$

चित्र 2.20 n संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन।

संधारित्रों का पार्श्वक्रम संयोजन

चित्र 2.21(a) में दो संधारित्र पार्श्वक्रम में संयोजित दर्शाए गए हैं। इस प्रकरण में दोनों संधारित्रों पर समान विभवांतर अनुप्रयुक्त किया गया है। परंतु संधारित्र 1 की पट्टिकाओं पर आवेश ($\pm Q_1$) का संधारित्र 2 की पट्टिकाओं पर आवेश ($\pm Q_2$) के समान होना आवश्यक नहीं है :

$$Q_1=C_1 V, \qquad Q_2=C_2 V \qquad (2.51)$$

यदि इस संयोजन के तुल्य किसी संधारित्र पर आवेश

$$Q=Q_1+Q_2 \qquad (2.52)$$

तथा विभवांतर V है :

$$Q=CV=C_1 V+C_2 V \qquad (2.53)$$

तो समीकरण (2.53) से प्रभावी धारिता C

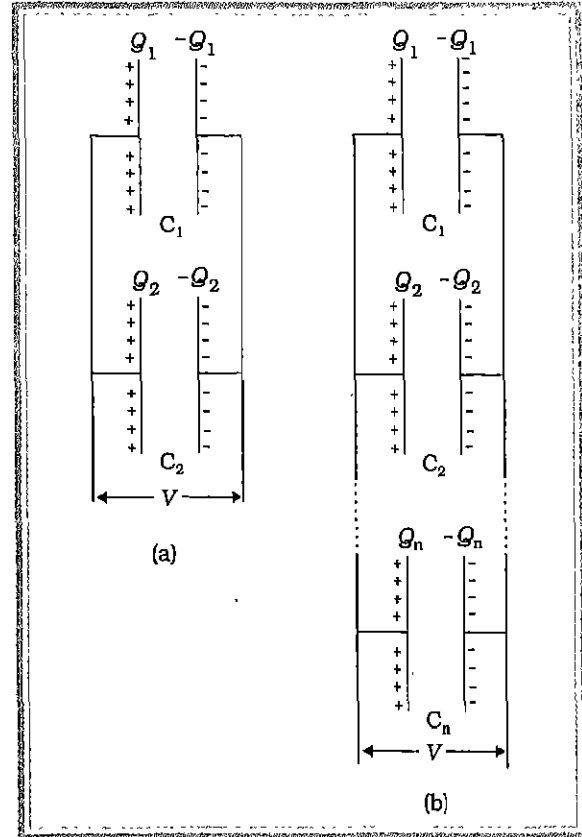
$$C = C_1 + C_2 \qquad (2.54)$$

n संधारित्रों के पार्श्वक्रम संयोजन के लिए प्रभावी धारिता C के लिए व्यापक सूत्र, इसी प्रकार प्राप्त किया जा सकता है [चित्र 2.21(b)] :

$$Q=Q_1+Q_2+\ldots.+Q_n \qquad (2.55)$$

अर्थात् $CV=C_1V+C_2V+\ldots.+C_nV \qquad (2.56)$

इससे प्राप्त होता है,

$$C=C_1+C_2+\ldots.+C_n \qquad (2.57)$$

चित्र 2.21 (a) दो संधारित्रों, (b) n संधारित्रों का पार्श्वक्रम संयोजन।

उदाहरण 2.3 चित्र 2.22 में दर्शाए अनुसार 10 μF के चार संधारित्रों के किसी नेटवर्क को 500 V के स्रोत से संयोजित किया गया है। (a) नेटवर्क की तुल्य धारिता,

तथा (b) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए। (नोटः किसी संधारित्र पर आवेश उसकी उच्च विभव की पट्टिका पर आवेश के बराबर होता है तथा वह आवेश निम्न विभव की पट्टिका पर आवेश के परिमाण में समान, परंतु विजातीय होता है)।

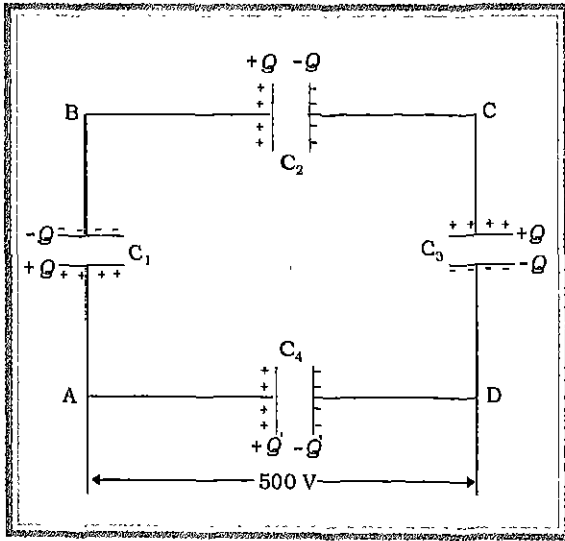
हल

(a) दिए गए नेटवर्क में तीन संधारित्र C_1, C_2 तथा C_3 जो श्रेणीक्रम में संयोजित हैं। इन तीनों संधारित्रों की प्रभावी धारिता C'

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = 10\ \mu F,\ C' = (10/3)\ \mu F$$

नेटवर्क में C_4 को C' के पार्श्वक्रम में संयोजित किया गया है, अतः समस्त नेटवर्क की तुल्य धारिता

$$C = C' + C_4 = (\frac{10}{3} + 10)\ \mu F = 13.3\ \mu F$$

चित्र 2.22 उदाहरण 2.3 में संधारित्रों का नेटवर्क।

(b) चित्र 2.22 से स्पष्ट है कि C_1, C_2 तथा C_3 प्रत्येक पर आवेश समान है, मान लीजिए यह आवेश Q है। मान लीजिए C_4 पर आवेश Q' है। अब चूंकि AB के सिरों के बीच विभवांतर Q/C_1, BC के सिरों पर Q/C_2 तथा CD के सिरों पर Q/C_3 है, अतः

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500V$$

तथा $Q'/C_4 = 500\ V$

इससे हमें संधारित्रों की विभिन्न धारिताओं के दिए गए मानों के लिए

$$Q = 500 \times \frac{10}{3}\ \mu C = 1.7 \times 10^{-3}\ C \quad \text{तथा}$$

$$Q' = 10 \times 500\ \mu C = 5.0 \times 10^{-3}\ C$$

2.13 किसी संधारित्र में संचित ऊर्जा

जैसा कि हमने ऊपर चर्चा में अध्ययन किया, संधारित्र दो चालकों का एक ऐसा निकाय होता है जिस पर आवेश Q तथा $-Q$ होते हैं तथा जिनमें कुछ पृथकन होता है। इस विन्यास में संचित ऊर्जा ज्ञात करने के लिए आरंभ में दो अनावेशित चालकों 1 तथा 2 पर विचार कीजिए। अब चालक 2 से चालक 1 पर आवेश को छोटे-छोटे टुकड़ों में स्थानांतरित करने की किसी प्रक्रिया की कल्पना कीजिए, ताकि अंत में चालक 1 पर Q आवेश आ जाए। आवेश संरक्षण नियम के अनुसार अंत में चालक 2 पर $-Q$ आवेश होता है (चित्र 2.23)।

आवेश को 2 से 1 पर स्थानांतरित करने में बाह्य कार्य करना होता है, चूंकि हर चरण में चालक 2 की तुलना में चालक 1 अधिक विभव पर होता है। किए गए कुल कार्य का परिकलन करने के लिए पहले हम छोटे-छोटे चरणों में आवेश की अत्यल्प (अर्थात् लोप बिंदु तक छोटी) मात्रा को स्थानांतरित करने में किया गया कार्य परिकलित करते हैं। उस माध्य स्थिति पर विचार कीजिए जिसमें चालकों 1 तथा 2 पर क्रमशः आवेश Q' तथा $-Q'$ हैं। इस स्थिति में, चालकों 1 तथा 2 के बीच विभवांतर Q'/C होता है, यहाँ C निकाय की धारिता है। अब यह कल्पना कीजिए कि लघु आवेश $\delta Q'$ चालक 2 से 1 में स्थानांतरित किया जाता है। इस चरण में किया गया कार्य ($\delta W'$), जिसके परिणामस्वरूप चालक 1 पर आवेश Q' से बढ़कर $Q' + \delta Q'$ हो जाता है, इस प्रकार व्यक्त किया जाता है :

$$\delta W' = V'\,\delta Q' = \frac{Q'}{C}\delta Q' \tag{2.58}$$

चूंकि $\delta Q'$ को हम जितना चाहें छोटा बना सकते हैं, समीकरण (2.58) को हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं

$$\delta W' = \frac{1}{2C}[(Q'+\delta Q')^2 - Q'^2] \tag{2.59}$$

समीकरण (2.59) $\delta Q'$ की द्वितीय कोटि के पद अर्थात् $\delta Q'^2/2C$ की $\delta Q'$ के यादृच्छिक छोटे होने के कारण नगण्य

मानकर उपेक्षा की जा सकती है। अतः समीकरण (2.58) तथा (2.59) सर्वसम हैं। कुल किया गया कार्य (W), आवेश Q' को शून्य से Q तक बढ़ाने में अत्यधिक चरणों में किए गए लघु कार्यों ($\delta W'$) का योग होता है :

$$W = \sum_{\text{सभी चरणों का योग}} \delta W'$$

$$= \sum_{\text{सभी चरणों का योग}} \frac{1}{2C}[(Q'+\delta Q')^2 - Q'^2] \qquad (2.60)$$

$$= \frac{1}{2C}[\{\delta Q'^2 - 0\} + \{(2\delta Q')^2 - \delta Q'^2\}$$
$$+ \{(3\delta Q')^2 - (2\delta Q')^2\} + \ldots\ldots\ldots$$
$$+ \{Q^2 - (Q-\delta Q)^2\}] \qquad (2.61)$$

$$= \frac{1}{2C}[Q^2 - 0] = \frac{Q^2}{2C} \qquad (2.62)$$

यही परिणाम सीधे ही, समीकरण (2.58) से समाकलन द्वारा प्राप्त किया जा सकता है:

$$W' = \int_O^Q \frac{Q'}{C}\delta Q' = \frac{1}{C}\frac{Q'^2}{2}\Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

इसमें आश्चर्य की कोई बात नहीं है क्योंकि समाकलन बहुत से छोटे पदों का योग ही होता है।

अंतिम परिणाम, समीकरण (2.62), को हम भिन्न-भिन्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं :

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \qquad (2.63)$$

चूंकि स्थिरवैद्युत बल संरक्षी बल है, यह कार्य निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यही कारण है कि स्थितिज ऊर्जा का अंतिम परिणाम, समीकरण (2.63), किस ढंग से संधारित्र का आवेश विन्यास निर्मित किया गया है, उस ढंग पर निर्भर नहीं करता। जब कोई संधारित्र निरावेशित होता है तो उसमें संचित ऊर्जा मुक्त हो जाती है। संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र में 'संचित' हुई स्थितिज ऊर्जा के रूप में समझना संभव है। इसे देखने के लिए, सरलता की दृष्टि से, किसी समांतर पट्टिका (प्रत्येक का क्षेत्रफल A) संधारित्र जिसकी पट्टिकाओं के बीच पृथकन d है, पर विचार कीजिए।

संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\varepsilon_0 A} \qquad (2.64)$$

पृष्ठीय आवेश घनत्व σ पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र E से संबंधित है:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (2.65)$$

समीकरणों (2.64) तथा (2.65) से प्राप्त होता है :

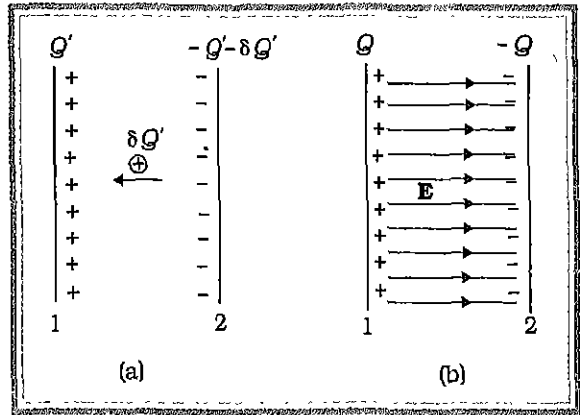
संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$= (1/2)\,\varepsilon_0 E^2 \times A\,d \qquad (2.66)$$

ध्यान दीजिए, $A\,d$ दोनों पट्टिकाओं के बीच के क्षेत्र का आयतन है (इसी क्षेत्र में केवल वैद्युत क्षेत्र होता है)। यदि हम ऊर्जा घनत्व को दिक्स्थान के प्रति एकांक आयतन में संचित ऊर्जा के रूप में परिभाषित करें तो, समीकरण (2.66) के अनुसार

वैद्युत क्षेत्र का ऊर्जा घनत्व

$$= (1/2)\,\varepsilon_0 E^2 \qquad (2.67)$$

यद्यपि हमने समीकरण (2.67) समांतर पट्टिका संधारित्र के प्रकरण में व्युत्पन्न की है, किसी वैद्युत क्षेत्र के ऊर्जा घनत्व से संबंधित परिणाम वास्तव में, अत्यंत व्यापक है तथा यह किसी भी आवेश विन्यास के कारण वैद्युत क्षेत्र पर लागू होता है।

चित्र 2.23 *(a) चालक 1 पर Q' से $Q'+\delta Q'$ तक लघु चरणों में आवेश निर्मित करने में किया गया कार्य। (b) संधारित्र को आवेशित करने में किया गया कुल कार्य का अवलोकन दोनों पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र में संचित ऊर्जा के रूप में किया जा सकता है।*

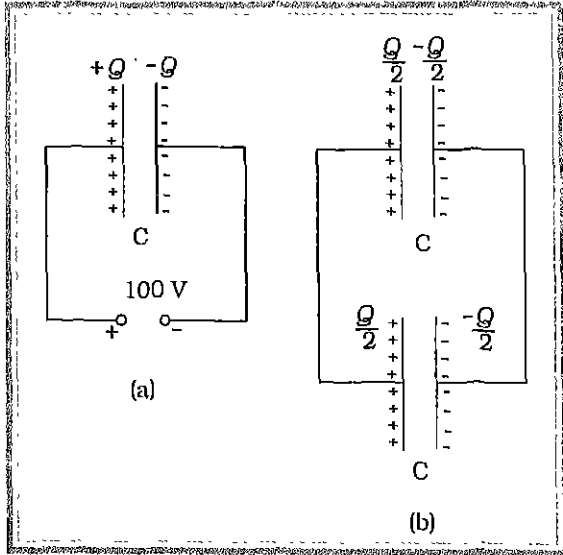
उदाहरण 2.4 (a) 900 pF के किसी संधारित्र को 100 V बैटरी से आवेशित किया गया। संधारित्र में संचित कुल स्थिरवैद्युत ऊर्जा कितनी है? (b) इस संधारित्र को बैटरी से वियोजित करके किसी अन्य 900 pF के संधारित्र से संयोजित किया गया (चित्र 2.24b)। निकाय द्वारा संचित स्थिरवैद्युत ऊर्जा कितनी है?

हल

(a) संधारित्र पर आवेश

$$Q = CV = 900 \times 10^{-12}\ \text{F} \times 100\ \text{V}$$
$$= 9 \times 10^{-8}\ \text{C}$$

संधारित्र द्वारा संचित ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$
$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-8}\ \text{C} \times 100\ \text{V}$$
$$= 4.5 \times 10^{-6}\ \text{J}$$

चित्र 2.24 स्थिरवैद्युत ऊर्जा में परिवर्तन।

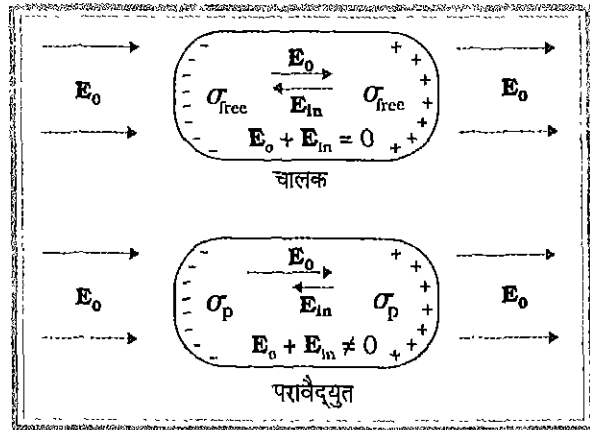
(b) स्थायी स्थिति में, दोनों संधारित्रों की धनात्मक पट्टिकाएं समान विभव पर हैं, तथा उनकी ऋणात्मक पट्टिकाएं समान विभव पर हैं। मान लीजिए उभयनिष्ठ विभवांतर V' है। तब, प्रत्येक संधारित्र पर आवेश $Q' = CV'$। आवेश संरक्षण द्वारा, $Q' = Q/2$, इसमें यह अंतर्निहित है कि, $V' = V/2$। तब निकाय की कुल ऊर्जा

$$= 2 \times \frac{1}{2}Q'V' = \frac{1}{4}QV = 2.25 \times 10^{-6}\ \text{J}$$

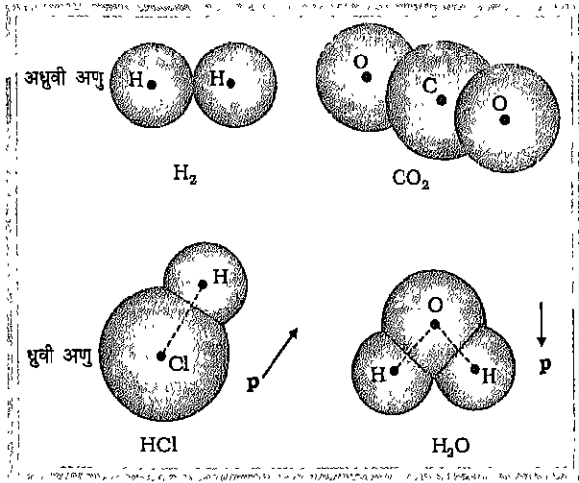
अत: (a) से (b) में जाने पर यद्यपि आवेश की कोई हानि नहीं होती, तथापि अंतिम ऊर्जा आरंभिक ऊर्जा की केवल आधी होती है। तब शेष ऊर्जा कहाँ चली जाती है?

निकाय को स्थिति (b) तक व्यवस्थित होने में कुछ समय लगता है। इस अवधि में पहले संधारित्र से दूसरे संधारित्र में एक अस्थायी विद्युत्धारा प्रवाहित होती है। इस अवधि में ऊष्मा तथा विद्युत् चुंबकीय विकिरणों के रूप में कुछ ऊर्जा-क्षय हो जाता है।

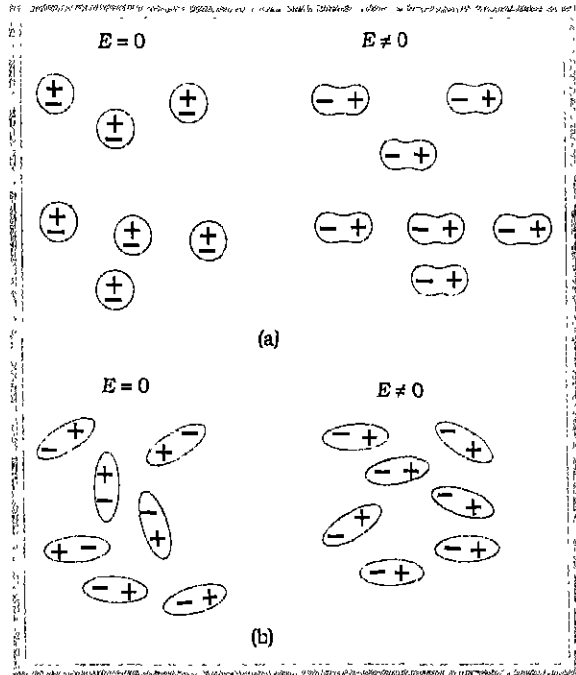
2.14 परावैद्युत तथा ध्रुवण

परावैद्युत अचालक पदार्थ होते हैं। चालकों की तुलना में इनमें कोई आवेश वाहक नहीं (अथवा नगण्य) होता। अनुभाग (2.9) को याद कीजिए, क्या होता है जब किसी चालक को किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखा जाता है? चालक में मुक्त आवेश वाहक गति करके अपने को इस प्रकार समायोजित कर लेते हैं कि प्रेरित आवेशों के कारण वैद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र का विरोध करता है। यह उस समय तक होता रहता है जब तक कि स्थिर स्थिति में दोनों क्षेत्र एक-दूसरे का निरसन कर देते हैं तथा चालक के भीतर नेट स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। किसी परावैद्युत में आवेश की यह मुक्त गति संभव नहीं होती। फिर भी यह पाया जाता है कि बाह्य क्षेत्र परावैद्युत के पृष्ठ पर कुछ आवेश प्रेरित कर देता है जो एक ऐसा क्षेत्र उत्पन्न करता है जो बाह्य क्षेत्र का विरोध करता है। परंतु चालक से भिन्न, इस प्रकार का प्रेरित वैद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र को यथार्थ रूप में निरसित नहीं करता। यह केवल क्षेत्र को घटा देता है। इस प्रभाव

चित्र 2.25 किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र में किसी चालक तथा परावैद्युत के व्यवहारों में अंतर।

की सीमा परावैद्युत की प्रकृति पर निर्भर करती है। इस प्रभाव को समझने के लिए हमें किसी परावैद्युत पदार्थ में आण्विक स्तर पर आवेश वितरण के अध्ययन की आवश्यकता होगी।

किसी पदार्थ के अणु ध्रुवी अथवा अध्रुवी हो सकते हैं। किसी अध्रुवी अणु में धनावेश तथा ऋणावेश के केंद्र संपाती होते हैं। तब अणु का कोई स्थायी (अथवा आंतरिक) द्विध्रुव आघूर्ण नहीं होता। ऑक्सीजन (O_2) तथा हाइड्रोजन (H_2) अणु अध्रुवी अणुओं के उदाहरण हैं जिनमें सममिति के कारण कोई द्विध्रुव आघूर्ण नहीं होता। इसके विपरीत कोई ध्रुवी अणु वह होता है जिसमें धनावेशों तथा ऋणावेशों के केंद्र पृथक-पृथक (उस स्थिति में भी जब कोई बाह्य क्षेत्र नहीं है) होते हैं। ऐसे अणुओं में स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। HCl जैसा आयनी अणु अथवा जल (H_2O) का कोई अणु ध्रुवी अणुओं के उदाहरण हैं।

चित्र 2.26 ध्रुवी तथा अध्रुवी अणुओं के कुछ उदाहरण।

किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र में अध्रुवी अणु के धनावेश तथा ऋणावेश विपरीत दिशाओं में विस्थापित हो जाते हैं। यह विस्थापन तब रुकता है जब अणु के अवयवी आवेशों पर बाह्य बल प्रत्यानयन बल (अणु में आंतरिक क्षेत्रों के कारण) द्वारा संतुलित हो जाता है। अत: अध्रुवी अणु एक प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण विकसित कर लेता है। उस स्थिति में परावैद्युत को बाह्य क्षेत्र द्वारा ध्रुवित कहा जाता है। हम केवल उस सरल स्थिति पर ही विचार करेंगे जिसमें प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण क्षेत्र की दिशा में होता है तथा क्षेत्र की तीव्रता* के अनुक्रमानुपाती होता है। विभिन्न अणुओं के प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण एक-दूसरे से जुड़कर बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में परावैद्युत का नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रदान करते हैं।

ध्रुवी अणुओं का कोई परावैद्युत किसी बाह्य क्षेत्र में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण भी विकसित कर लेता है, परंतु इसका कारण भिन्न होता है। किसी बाह्य क्षेत्र की अनुपस्थिति में, विभिन्न स्थायी द्विध्रुव तापीय विक्षोभ के कारण यादृच्छिक अभिविन्यासित होते है; अतः कुल द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। जब कोई बाह्य क्षेत्र अनुप्रयुक्त किया जाता है तो व्यष्टिगत द्विध्रुव आघूर्ण क्षेत्र के साथ संरेखित होने लगते हैं। जब सब अणुओं पर इसका योग किया जाता है, तो बाह्य क्षेत्र की दिशा में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण पाया जाता है, अर्थात्, परावैद्युत ध्रुवित हो जाता है। ध्रुवण की सीमा दो परस्पर विरोधी कारकों की आपेक्षिक तीव्रता पर निर्भर करती है, जो इस प्रकार हैं : वैद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव स्थितिज ऊर्जा जो द्विध्रुव को क्षेत्र के साथ संरेखित करने का प्रयास करती है, तथा तापीय ऊर्जा जो

चित्र 2.27 किसी बाह्य वैद्युत क्षेत्र में कोई परावैद्युत किस प्रकार एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण विकसित करता है। (a) अध्रुवी अणु (b) ध्रुवी अणु।

* वे पदार्थ जिन पर यह अभिधारणा लागू होती है, रैखिक समदैशिक परावैद्युत कहलाते हैं। किसी असमदैशिक परावैद्युत के लिए, ध्रुवण वैद्युत क्षेत्र की दिशा के अतिरिक्त किसी अन्य दिशा में हो सकता है। उच्च वैद्युत क्षेत्रों के लिए, अरैखिक प्रभाव भी उत्पन्न हो सकता है, अर्थात् ध्रुवण केवल **E** पर ही निर्भर नहीं करता वरन् **E** की उच्च घातों पर भी निर्भर करता है। इन विषयों पर हम यहाँ चर्चा नहीं करेंगे।

संरेखण को बिगाड़ने का प्रयास करती है। इसके अतिरिक्त अध्रुवी अणुओं की भांति यहाँ भी प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण प्रभाव हो सकता है, परंतु व्यापक रूप में संरेखण प्रभाव ध्रुवी अणुओं के लिए अधिक महत्वपूर्ण होता है।

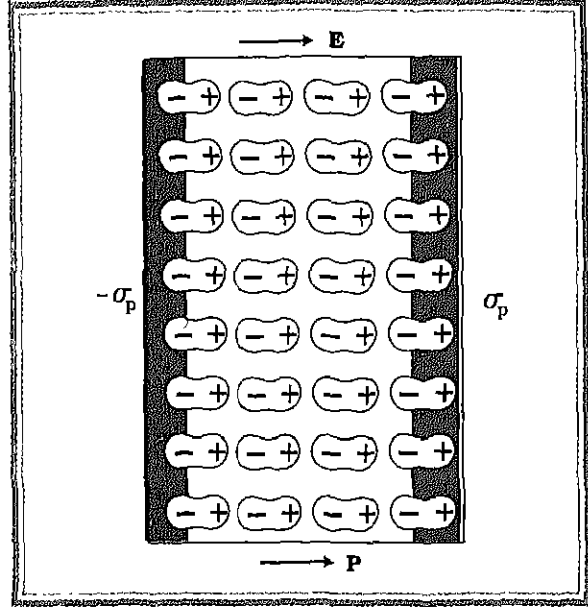
इस प्रकार दोनों ही प्रकरणों में, चाहे ध्रुवी हो अथवा अध्रुवी, परावैद्युत किसी बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण विकसित कर लेते हैं। किसी पदार्थ का प्रति एकांक आयतन द्विध्रुव आघूर्ण उसका ध्रुवण कहलाता है तथा इसे **P** द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। रैखिक समदैशिक परावैद्युतों के लिए

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \qquad (2.68)$$

यहाँ χ_e परावैद्युत का स्थिर अभिलक्षण है जिसे परावैद्युत माध्यम की परावैद्युत प्रवृत्ति कहते हैं।

इसको (χ_e को) पदार्थ के आण्विक गुण से संबंधित करना संभव है, परंतु हम यहाँ इस पर चर्चा नहीं करेंगे।

अब प्रश्न यह है कि कोई ध्रुवित परावैद्युत अपने भीतर किसी मूल बाह्य क्षेत्र को रूपांतरित कैसे करता है? सरलता की दृष्टि से हम किसी ऐसे आयताकार परावैद्युत गुटके पर विचार करते हैं जो किसी ऐसे एकसमान बाह्य क्षेत्र $\mathbf{E}_0$ में रखा है जो गुटके के दो फलकों के समांतर है। क्षेत्र के कारण परावैद्युत में एकसमान ध्रुवण **P** होता है। इस प्रकार गुटके के प्रत्येक आयतन अल्पांश ΔV का क्षेत्र की दिशा में एक द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{P}\,\Delta V$ होता है। स्थूल रूप से आयतन अल्पांश ΔV छोटा होता है परंतु इसमें अत्यधिक संख्या में आण्विक द्विध्रुव होते हैं। परावैद्युत के भीतर किसी भी स्थान पर आयतन अल्पांश ΔV पर कोई नेट आवेश नहीं होता (यद्यपि इसका नेट द्विध्रुव आघूर्ण होता है)। इसका कारण यह है कि एक द्विध्रुव के धनावेश अपने से संलग्न द्विध्रुव के ऋणावेश के निकट होते हैं। परंतु, परावैद्युत के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत् स्पष्ट रूप से एक नेट आवेश घनत्व होता है। जैसा कि चित्र 2.28 में दर्शाया गया है, दाएँ पृष्ठ पर द्विध्रुवों के धनात्मक सिरे तथा बाएँ पृष्ठ पर द्विध्रुवों के ऋणात्मक सिरे अनुदासित रह जाते हैं। असंतुलित आवेश बाह्य क्षेत्र के कारण प्रेरित आवेश होते हैं।

अतः ध्रुवित परावैद्युत दो आवेशित पृष्ठों के तुल्य होता है, जिनके प्रेरित पृष्ठीय आवेश घनत्व, σ_p तथा $-\sigma_p$ हैं। स्पष्ट है कि इन पृष्ठीय आवेशों द्वारा उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र का विरोध करते हैं। इस प्रकार परावैद्युत में कुल क्षेत्र, उस प्रकरण की तुलना में जिसमें कोई परावैद्युत नहीं है, कम हो जाता है। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि, पृष्ठीय आवेश घनत्व $\pm\,\sigma_p$ परावैद्युत में मुक्त आवेशों के कारण नहीं वरन् परिबद्ध आवेशों से उत्पन्न होता है।

चित्र 2.28 कोई एकसमान ध्रुवित परावैद्युत पृष्ठीय आवेश घनत्व के समान होता है, परंतु किसी आयतनी आवेश धनत्व के नहीं।

2.15 धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव

किसी बाह्य क्षेत्र में परावैद्युतों के व्यवहार के बारे में जानकारी के पश्चात् आइए अब हम यह देखें कि किसी समांतर पट्टिका संधारित्र की धारिता किसी परावैद्युत की उपस्थिति द्वारा किस प्रकार रूपांतरित होती है। पहले की ही भांति यहाँ भी हमारे पास दो बड़ी पट्टिकाएँ, जिनमें प्रत्येक का क्षेत्रफल A है, एक-दूसरे से d दूरी द्वारा पृथक हैं। पट्टिकाओं पर आवेश $\pm Q$ है जो कि आवेश घनत्व $\pm\sigma$ (जहाँ $\sigma = Q/A$) के तदनुरूपी है। जब दोनों पट्टिकाओं के बीच निर्वात है, तब

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

तथा विभवांतर V_0 है,

$$V_0 = E_0 d$$

इस प्रकरण में धारिता C_0 है,

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.69)$$

इसके पश्चात् हम उस प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें दोनों पट्टिकाओं के बीच के समस्त क्षेत्र को किसी परावैद्युत द्वारा भर दिया गया है। क्षेत्र द्वारा समस्त परावैद्युत ध्रुवित हो जाता है, तथा जैसा कि ऊपर स्पष्ट किया जा चुका है, यह प्रभाव दो आवेशित चादरों (परावैद्युत के पृष्ठों पर क्षेत्र के अभिलंबवत्) के समतुल्य है जिनके पृष्ठीय आवेश घनत्व σ_p तथा $-\sigma_p$ हैं। इस स्थिति में परावैद्युत में वैद्युत क्षेत्र उस प्रकरण के तद्नुरूपी होता है जिसमें पट्टिकाओं पर नेट आवेश घनत्व $\pm(\sigma - \sigma_p)$ होता है। अर्थात्

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\varepsilon_0} \quad (2.70)$$

अतः पट्टिकाओं के सिरों पर विभवांतर

$$V = E d = \frac{\sigma - \sigma_p}{\varepsilon_0} d \quad (2.71)$$

रैखिक परावैद्युतों के लिए, हम अपेक्षा करते हैं कि σ_p, E_0 अर्थात् σ के अनुक्रमानुपाती हो। इस प्रकार $\sigma - \sigma_p$, σ के अनुक्रमानुपाती है तथा हम लिख सकते हैं कि :

$$\sigma - \sigma_p = \frac{\sigma}{K} \quad (2.72)$$

यहाँ K परावैद्युत एक स्थिर अभिलक्षण है। स्पष्ट है कि $K > 1$, तब

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 K} = \frac{Q d}{A \varepsilon_0 K} \quad (2.73)$$

पट्टिकाओं के बीच परावैद्युत होने पर, धारिता C

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 K A}{d} \quad (2.74)$$

गुणनफल $\varepsilon_0 K$ को माध्यम का परावैद्युतांक कहते हैं तथा इसे ε के द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है।

$$\varepsilon = \varepsilon_0 K \quad (2.75)$$

निर्वात के लिए $K = 1$, तथा $\varepsilon = \varepsilon_0$; ε_0 को निर्वात का परावैद्युतांक कहते हैं। विमाहीन अनुपात

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2.76)$$

को पदार्थ का परावैद्युतांक कहते हैं। जैसा कि पहले टिप्पणी की जा चुकी है, समीकरण (2.72) से, यह स्पष्ट है कि $K > 1$ अर्थात् K का मान 1 से अधिक है। समीकरणों (2.69) तथा (2.74) से

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (2.77)$$

इस प्रकार किसी पदार्थ का परावैद्युतांक एक कारक (> 1) है जिसके द्वारा जब किसी संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच कोई परावैद्युत पदार्थ पूर्णतः भर दिया जाता है, तो उसके धारिता के मान में निर्वात के मान से वृद्धि हो जाती है। यद्यपि हम समांतर पट्टिका संधारित्र के प्रकरण के लिए समीकरण (2.77) पर पहुँचे हैं, तथापि यह हर प्रकार के संधारित्रों पर लागू होता है तथा वास्तव में इसे व्यापक रूप में किसी पदार्थ के परावैद्युतांक की परिभाषा के रूप में देखा जा सकता है।

उदाहरण 2.5 K परावैद्युतांक के पदार्थ को किसी गुटके का क्षेत्रफल समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के क्षेत्रफल के समान है परंतु गुटके की मोटाई $(3/4)d$ है, यहाँ d पट्टिकाओं के बीच पृथकन है। पट्टिकाओं के बीच गुटके को रखने पर संधारित्र की धारिता में क्या परिवर्तन हो जाएगा?

हल

मान लीजिए जब पट्टिकाओं के बीच कोई परावैद्युत नहीं है तो पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र $E_0 = V/d$ है तथा विभवांतर V_0 है। यदि अब कोई परावैद्युत पदार्थ रख दिया जाता है तो परावैद्युत में वैद्युत क्षेत्र $E = E_0 / K$ होगा। तब विभवांतर होगा

$$V = E_0 \left(\frac{1}{4} d\right) + \frac{E_0}{K} \left(\frac{3}{4} d\right)$$

$$= E_0 d \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4K}\right) = V_0 \frac{K + 3}{4K}$$

विभवांतर (K + 3)/4K के गुणज द्वारा कम हो जाता है जबकि पट्टिकाओं पर आवेश Q_0 अपरिवर्तित रहता है। इस प्रकार संधारित्र की धारिता में वृद्धि हो जाती है

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{4K}{K+3} \frac{Q_0}{V_0} = \frac{4K}{K+3} C_0$$

वैद्युत विस्थापन सदिश

हमने परावैद्युतांक की धारणा से आपको परिचित कराया तथा प्रेरित आवेश घनत्व σ_p तथा ध्रुवण **P** में बिना कोई सुस्पष्ट संबंध बताए ही समीकरण (2.77) पर पहुँच गए। हम बिना व्युत्पत्ति के परिणाम को लेते हैं जो इस प्रकार है

$$\sigma_p = \mathbf{P}.\hat{\mathbf{n}} \tag{2.78}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ पृष्ठ के बहिर्मुखी अभिलंबवत् का एकांक सदिश है। समीकरण (2.78) व्यापक है, यह सभी आकृतियों के परावैद्युतों पर लागू होती है। चित्र 2.28 में गुटके के लिए **P** दाहिने पृष्ठ पर $\hat{\mathbf{n}}$ के अनुदिश है तथा बाएं पृष्ठ पर $\hat{\mathbf{n}}$ के विपरीत है। इस प्रकार दाहिने पृष्ठ पर प्रेरित आवेश घनत्व धनात्मक तथा बाएँ पृष्ठ पर यह ऋणात्मक है जैसा कि हम पहले की गुणात्मक चर्चा में अनुमान लगा चुके हैं। वैद्युत क्षेत्र के लिए सदिश रूप में समीकरण लिखने पर

$$\mathbf{E}.\hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma - \mathbf{P}.\hat{\mathbf{n}}}{\varepsilon_0} \tag{2.79}$$

अथवा $(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}).\hat{\mathbf{n}} = \sigma$ (2.80)

राशि $\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ को वैद्युत विस्थापन सदिश कहते हैं तथा इसे **D** द्वारा निर्दिष्ट करते हैं। इस प्रकार

$$\mathbf{D}.\hat{\mathbf{n}} = \sigma, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{2.81}$$

D की सार्थकता यह है कि निर्वात में **E** मुक्त आवेश घनत्व σ से संबंधित है। जब कोई परावैद्युत माध्यम विद्यमान होता है, तो तद्नुरूपी भूमिका **D** द्वारा ग्रहण कर ली जाती है। किसी परावैद्युत माध्यम के लिए जैसा कि हमने समीकरण (2.81) में देखा, मुक्त आवेश घनत्व σ से **D** का प्रत्यक्ष संबंध है, **E** से नहीं। चूंकि **P** तथा **E** की दिशाएं समान हैं, सभी तीनों सदिश **P, E** तथा **D** एक-दूसरे के समांतर हैं।

समीकरणों (2.81) तथा (2.79) से **D** तथा **E** के परिमाणों का अनुपात

$$\frac{D}{E} = \frac{\sigma\, \varepsilon_0}{\sigma - \sigma_p} = \varepsilon_0 K \tag{2.82}$$

इस प्रकार $\mathbf{D} = \varepsilon_0 K\, \mathbf{E}$ (2.83)

तथा $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 (K - 1)\, \mathbf{E}$ (2.84)

यह समीकरण (2.68) में परिभाषित वैद्युत प्रवृत्ति χ_e के लिए देती है

$$\chi_e = \varepsilon_0 (K - 1) \tag{2.85}$$

2.16 वान डे ग्राफ जनित्र

यह एक ऐसी मशीन है जो कुछ मिलियन वोल्ट की कोटि की वोल्टता निर्मित कर सकती है। इन वोल्टताओं के फलस्वरूप प्राप्त विशाल वैद्युत क्षेत्रों का उपयोग आवेशित कणों (इलेक्ट्रॉन प्रोटॉन, आयन) को त्वरित करके उनकी ऊर्जाओं में वृद्धि करने में किया जाता है। अत्यधिक उच्च ऊर्जा युक्त आवेशित

कणों की आवश्यकता लघुस्तरीय द्रव्य की संरचना के परीक्षण के लिए किए जाने वाले प्रयोगों में होती है। इस मशीन के कार्य करने के सिद्धांत निम्न प्रकार हैं :

एक बड़े आकार के R त्रिज्या तथा एक समान आवेश घनत्व के गोलीय चालक कोश पर विचार कीजिए। कोश पर कुल आवेश Q है। अध्याय 1 से हम यह जानते हैं कि इसके कारण $r \geq R$ दूरी पर उत्पन्न क्षेत्र इस प्रकार है जैसे कि कोश के केंद्र पर रखे आवेश Q द्वारा क्षेत्र उत्पन्न किया गया हो। तदनरूपी वैद्युत विभव को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$\phi_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad r \geq R \tag{2.86}$$

चूंकि कोश के भीतर क्षेत्र शून्य है, इसके भीतर विभव स्थिर है, तथा यह पृष्ठ पर विभव के मान के बराबर है

$$\phi_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} \qquad r \leq R \tag{2.87}$$

अब यह कल्पना कीजिए कि r_o ($r_o < R$) त्रिज्या का कोई गोला, जिस पर कुल आवेश q (जो इसके पृष्ठ पर एक समान रूप से वितरित है) है, इस बड़े गोलीय कोश के भीतर इसके केंद्र पर रखा जाता है। इस भीतरी गोले के कारण विभव

$$\phi_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad r \geq r_0 \tag{2.88}$$

अध्यारोपण-सिद्धांत का उपयोग करने पर, निकाय (कोश के भीतर गोला) के कारण $r = R$ तथा $r = r_o$ पर समीकरणों (2.87) तथा (2.88) द्वारा विभव ज्ञात किया जा सकता है :

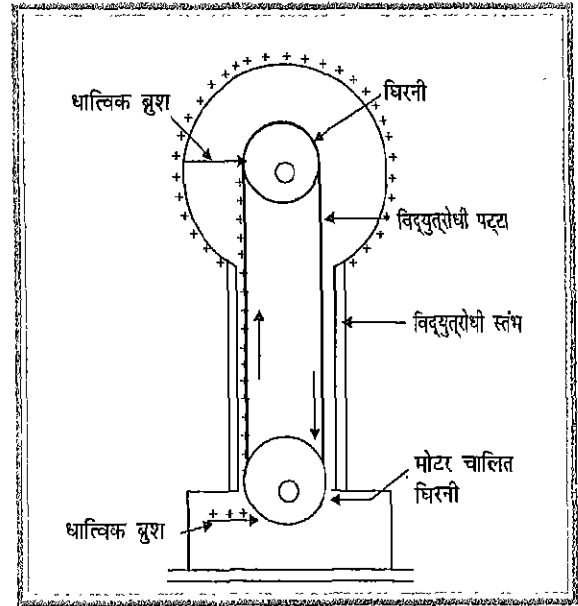
$$\phi(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{R}\right) \tag{2.89a}$$

$$\phi(r_o) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r_o}\right) \tag{2.89b}$$

समीकरण (2.89) से बिंदुओं $r = r_o$ तथा $r = R$ के बीच विभवांतर है

$$\phi(r_0) - \phi(R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}\right) \tag{2.90}$$

इस प्रकार धनात्मक q के लिए, Q का कोई भी परिमाण अथवा चिह्न हो, छोटा गोला कोश की तुलना में उच्च विभव पर होता है। यदि कोई वैद्युत संपर्क प्रदान कर दिया जाए, तो आवेश छोटे गोले से कोश में प्रभावित होगा। इस प्रक्रिया को बार-बार दोहराने पर कोश पर विशाल मात्रा में आवेश का अंबार लगाया जा सकता है। इस आवेश के कारण उच्च विभव तथा प्रबल वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न किया जा सकता है।

चित्र 2.29 में इस सिद्धांत को व्यवहार में कार्यान्वित करने के ढंग का व्यवस्था आरेख दर्शाया गया है। कई मीटर ऊँचा विद्युतरोधी स्तंभ एक विशाल गोलीय चालक कोश को जिसकी त्रिज्या कुछ मीटरों में होती है, को ऊर्ध्वाधर सँभाले रखता है। इसमें दो घिरनियाँ होती हैं जिनमें एक कोश के केंद्र पर तथा दूसरी नीचे फर्श के पास होती है। इन दोनों घिरनियों से एक पतला पट्टा, जो विद्युतरोधी पदार्थ का बना होता है, गुजरता है। नीचे की घिरनी के पट्टे पर, किसी उच्च वोल्टता के स्रोत से जुड़े धातु के ब्रुश (जिसके सिरे नुकीले होते हैं) से विसर्जन द्वारा आवेश का छिड़काव किया जाता है। किसी मोटर द्वारा निचली घिरनी को तीव्र गति से घुमाया जाता है। इस प्रकार धनावेश निरंतर ऊपर की ओर स्थानांतरित होता है जिसे कोश से जुड़े धात्विक ब्रुश द्वारा पट्टे से हटा दिया जाता है। इस प्रकार से कोश पर अति उच्च वोल्टता निर्मित हो जाती है। यह मशीन 10 MeV जैसी उच्च ऊर्जा के परिसर के ऊर्जा पुंज उत्पन्न कर सकती है।

चित्र ***2.29*** *वान डे ग्राफ जनित्र का व्यवस्था आरेख।*

सारांश

1. किसी बाह्य बल (स्थिरवैद्युत बल के समान एवं विपरीत) द्वारा आवेश q को बिंदु R से बिंदु P तक लाने में किया गया कार्य $V_P - V_R$ होता है जो कि अंतिम बिंदु तथा प्रारंभिक बिंदु के बीच आवेश की स्थितिज ऊर्जाओं का अंतर होता है।

2. किसी बिंदु पर विभव (किसी बाह्य ऐजेंसी) प्रति एकांक धनावेश पर किया गया वह कार्य होता है जो उस आवेश को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया जाता है। किसी बिंदु पर विभव किसी योज्यता स्थिरांक के अंतर्गत यादृच्छिक होता है, चूंकि जो राशि भौतिक रूप से महत्त्वपूर्ण है वह दो बिंदुओं के बीच विभवांतर है। यदि अनंत पर किसी आवेश के कारण विभव को शून्य चुनें (अथवा मानें) तो मूल बिंदु पर रखे किसी आवेश Q के कारण स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ वाले बिंदु पर वैद्युत विभव

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

3. मूलबिंदु पर स्थित $\mathbf{p}$ द्विध्रुव आघूर्ण के बिंदु द्विध्रुव के कारण स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ के किसी बिंदु पर स्थिरवैद्युत विभव

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{p}.\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

यह परिणाम किसी द्विध्रुव (जिस पर आवेश $-q$ तथा q एक-दूसरे से $2a$ दूरी पर हों) के लिए $r >> a$ शर्त के साथ लागू होता है।

4. स्थिति सदिश $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ के आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के आवेश विन्यास का अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा किसी बिंदु P पर विभव

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + ... + \frac{q_n}{r_{nP}}\right)$$

यहाँ पर r_{1P} आवेश q_1 तथा P के बीच, r_{2P} आवेश q_2 तथा P के बीच, की दूरी है, तथा अन्य दूरियाँ इसी प्रकार हैं।

5. समविभव पृष्ठ एक ऐसा पृष्ठ होता है जिसके सभी बिंदुओं पर विभव का समान मान होता है। किसी बिंदु आवेश के लिए, उस आवेश को केंद्र मानकर खींचे गए संकेंद्री गोले समविभव पृष्ठ होते हैं। समविभव पृष्ठ के किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ उस बिंदु से गुजरने वाले अभिलंब के अनुदिश होता है। $\mathbf{E}$ की दिशा वही होती है जिस दिशा में वैद्युत विभव तीव्रता से घटता है।

6. किसी आवेशों के निकाय में संचित स्थितिज ऊर्जा (किसी बाह्य बल द्वारा) आवेशों को उनकी स्थितियों पर लाकर एकत्र करने में किए जाने वाले कार्य के बराबर होती है। दो आवेशों q_1 तथा q_2 की $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर स्थितिज ऊर्जा

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

यहाँ r_{12} दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच की दूरी है।

7. किसी बाह्य विभव $\phi(\mathbf{r})$ में आवेश q की स्थितिज ऊर्जा $q\,\phi(\mathbf{r})$ होती है। एक समान वैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ में किसी द्विध्रुव $\mathbf{p}$ की स्थितिज ऊर्जा $-\mathbf{p}.\mathbf{E}$ होती है।

8. किसी चालक के अभ्यंतर में स्थिरवैद्युत क्षेत्र **E** शून्य होता है। किसी आवेशित चालक के पृष्ठ के तुरंत बाहर **E** पृष्ठ के अभिलंबवत् होता है।

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ बहिर्मुखी अभिलंब के अनुदिश एकांक सदिश तथा σ पृष्ठीय आवेश घनत्व है। किसी चालक के आवेश केवल उसके पृष्ठ पर ही विद्यमान रह सकते हैं। किसी चालक के अंतर्गत (भीतर) तथा उसके पृष्ठ पर विभव हर बिंदु पर नियत रहता है। चालक के भीतर किसी कोटर (गुहा) में वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

9. संधारित्र दो ऐसे चालकों का निकाय होता है जो किसी विद्युत्रोधी द्वारा एक-दूसरे से पृथक रहते हैं। इसकी धारिता C को $C = Q/V$ द्वारा परिभाषित किया जाता है, यहाँ Q तथा $-Q$ इसके दो चालकों के आवेश हैं तथा V इन दोनों के बीच विभवांतर है। C का निर्धारण पूर्णतया संधारित्र की ज्यामितीय आकृति, आकार, दो चालकों की आपेक्षिक स्थितियों द्वारा किया जाता है। धारिता का एकांक फैरड है: $1\text{ F} = 1\text{ C V}^{-1}$

किसी समांतर पट्टिका संधारित्र (पट्टिकाओं के बीच निर्वात) के लिए

$$C = \varepsilon_0 A/d$$

यहाँ A प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल तथा d इनके बीच का पृथकन है।

10. संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के लिए, कुल धारिता C निम्नलिखित संबंध द्वारा दर्शायी जाती है

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots\ldots\ldots$$

पार्श्वक्रम संयोजन के लिए कुल धारिता C होती है

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

जहाँ C_1, C_2, C_3 ...... व्यष्टिगत धारिताएँ हैं।

11. आवेश Q, वोल्टता V तथा धारिता C के किसी संधारित्र में संचित ऊर्जा E निम्नलिखित संबंधों द्वारा व्यक्त की जाती है:

$$E = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

किसी वैद्युत क्षेत्र के स्थान में वैद्युत आवेश घनत्व (प्रति एकांक आयतन ऊर्जा) $(1/2)\ \varepsilon_0 E^2$ होता है।

12. यदि किसी संधारित्र की दो पट्टिकाओं के बीच कोई विद्युत्रोधी पदार्थ (परावैद्युत) भरा है, तो आवेशित पट्टिकाओं के वैद्युत क्षेत्र के कारण परावैद्युत में नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाता है। इस प्रभाव, जिसे ध्रुवण कहते हैं, के कारण विपरीत दिशा में एक वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न होता है। इससे परावैद्युत के भीतर नेट वैद्युत क्षेत्र, तथा इसीलिए पट्टिकाओं के बीच विभवांतर घट जाता है। परिणामस्वरूप संधारित्र की धारिता C, C_0 (जबकि पट्टिकाओं के बीच कोई माध्यम नहीं अर्थात् निर्वात है) से बढ़ जाती है। $C = K C_0$

जहाँ K विद्युत्रोधी पदार्थ का परावैद्युतांक है।

13. वान डे ग्राफ जनित्र में एक विशाल गोलीय चालक कोश (कुछ मीटर व्यास) होता है। एक गतिशील विद्युत्रोधी पट्टी तथा उचित ब्रुशों के द्वारा कोश को निरंतर आवेश द्वारा स्थानांतरित किया जाता है। इसके परिणामस्वरूप कई मिलियम वोल्ट की कोटि का विभवांतर निर्मित हो जाता है जिसका उपयोग आवेशित कणों को त्वरित करने में किया जा सकता है।

विभव	ϕ अथवा V	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	*विभवांतर* भौतिक दृष्टि से महत्त्वपूर्ण होता है।
धारिता	C	$[M^{-1} L^{-2} T^4 A^2]$	F	
ध्रुवण	**P**	$[L^{-2} AT]$	C m^{-2}	द्विध्रुव आघूर्ण प्रति एकांक आयतन
परावैद्युतांक	K	[विमाहीन]		

विचारणीय विषय

1. स्थिरवैद्युतिकी में स्थिर आवेशों के बीच लगने वाले बलों का अध्ययन किया जाता है। परंतु जब किसी आवेश पर बल आरोपित है तो वह विराम में कैसे हो सकता है? अत: जब दो आवेशों के बीच लगने वाले स्थिरवैद्युत बल के विषय में चर्चा करते हैं, तो यह समझा जाना चाहिए कि प्रत्येक आवेश कुछ अनिर्दिष्ट बलों, जो उस आवेश पर लगे नेट कूलॉम बल का विरोध करते हैं, के प्रभाव में विराम में हैं।

2. कोई संधारित्र इस प्रकार विन्यासित होता है कि वह वैद्युत क्षेत्र रेखाओं को एक छोटे क्षेत्र तक ही सीमित किए रखता है। इस प्रकार, यद्यपि वैद्युत क्षेत्र काफी प्रबल हो सकता है परंतु संधारित्र की दो पट्टिकाओं के बीच विभवांतर कम होता है।

3. किसी गोलीय आवेशित कोश के पृष्ठ के आरपार वैद्युत क्षेत्र संतत नहीं होता। गोले के भीतर यह शून्य तथा बाहर यह $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$ होता है। परंतु वैद्युत विभव पृष्ठ के आरपार संतत होता है, इसका मान पृष्ठ पर $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ होता है।

4. किसी द्विध्रुव पर लगा बल आघूर्ण $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$ इसमें $\mathbf{E}$ के परित: दोलन उत्पन्न करता है। केवल तभी जब प्रक्रिया क्षयकारी है तो दोलन अवमंदित होते हैं तथा द्विध्रुव अंतत: $\mathbf{E}$ के संरेखित हो जाता है।

5. किसी आवेश q के कारण अपनी स्थिति पर विभव अपरिभाषित है–यह अनंत होता है।

6. किसी आवेश q की स्थितिज ऊर्जा के व्यंजक $q\,\phi(\mathbf{r})$ में, $\phi(\mathbf{r})$ बाह्य आवेशों के कारण विभव है तथा q के कारण विभव नहीं है। जैसा कि बिंदु 5 में देखा, यह व्यंजक उस स्थिति में, जबकि स्वयं आवेश q के कारण विभव $\phi(\mathbf{r})$ में सम्मिलित कर लें, सही रूप में परिभाषित नहीं होगा।

7. किसी चालक के भीतर कोटर (गुहा) बाह्य वैद्युत प्रभावों से परिरक्षित रहता है। यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि स्थिरवैद्युत परिरक्षण उस परिस्थिति में प्रभावी नहीं रहता जिसमें आप कोटर में भीतर आवेश रख दें तो चालक का बहिर्भाग भीतर के आवेशों के विद्युत् क्षेत्रों से परिरक्षित नहीं रहता।

अभ्यास

2.1 5×10^{-8} C तथा -3×10^{-8} C के दो आवेश 16 cm दूरी पर स्थित हैं। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिंदु पर वैद्युत विभव शून्य होगा? अनंत पर विभव शून्य लें।

2.2 10 cm भुजा वाले एक सम-षट्भुज के प्रत्येक शीर्ष पर 5 μC का आवेश है। षट्भुज के केंद्र पर विभव ज्ञात कीजिए।

2.3 (a) आवेश 4×10^{-7} C के कारण 9 cm दूर अवस्थित किसी बिंदु P पर विभव की गणना कीजिए।

(b) आवेश 2×10^{-9} C को अनंत से बिंदु P पर लाने के लिए किए गए कार्य को ज्ञात कीजिए। क्या उत्तर उस मार्ग पर निर्भर है जिससे आवेश को लाया जाता है?

2.4 (a) 18 cm दूरी पर अवस्थित दो आवेशों 7 μC तथा −2 μC के एक निकाय की स्थिरवैद्युत विभव ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

(b) दोनों आवेशों को अनंत दूरी तक एक-दूसरे से अलग करने में कितने कार्य की आवश्यकता होगी?

2.5 6 cm की दूरी पर अवस्थित दो बिंदुओं A एवं B पर दो आवेश 2 μC तथा −2 μC रखे हैं।

(a) निकाय के समविभव पृष्ठ का निर्धारण कीजिए।

(b) इस पृष्ठ (सतह) के प्रत्येक बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की दिशा क्या है?

2.6 12 cm त्रिज्या वाले एक गोलीय चालक की सतह पर 1.6×10^{-7}C का आवेश समान रूप से वितरित है।

(a) गोले के अंदर

(b) गोले के ठीक बाहर

(c) गोले के केंद्र से 18 cm पर अवस्थित, किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र क्या होगा?

2.7 एक समांतर पट्टिका संधारित्र, जिसकी पट्टिकाओं के बीच वायु है, की धारिता 8pF (1pF = 10^{-12} F) है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी को आधा कर दिया जाए, और इनके बीच के स्थान में 6 परावैद्युतांक का एक पदार्थ भर दिया जाए तो इसकी धारिता क्या होगी?

2.8 प्रत्येक 9 pF धारिता वाले तीन संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 120 V के संभरण (सप्लाई) से जोड़ दिया जाए तो प्रत्येक संधारित्र पर क्या विभवांतर होगा?

2.9 2 pF, 3 pF और 4 pF धारिता वाले तीन संधारित्र पार्श्वक्रम में जोड़े गए हैं।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या होगी?

(b) यदि संयोजन को 100 V के संभरण से जोड़ दें तो प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए।

2.10 पट्टिकाओं के बीच वायु वाले एक समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 6×10^{-3} m^2 तथा उनके बीच की दूरी 3 mm है। संधारित्र की धारिता का परिकलन कीजिए। यदि इस संधारित्र को 100 V के संभरण से जोड़ दिया जाए, तो संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर कितना आवेश होगा?

2.11 अभ्यास 2.10 में दिए गए संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच यदि 3 mm मोटी अभ्रक की एक शीट (पत्तर) (परावैद्युतांक = 6) रख दी जाए तो समझाइए क्या होगा जबकि

(a) विभव (वोल्टेज) संभरण जुड़ा है।

(b) संभरण को हटा लिया जाता है।

2.12 12 pF का एक संधारित्र 50 V की बैटरी से जुड़ा है। संधारित्र में कितनी स्थिरवैद्युत ऊर्जा संचित होगी?

2.13 200 V संभरण (सप्लाई) से एक 600 pF के संधारित्र को आवेशित किया जाता है। फिर इसको संभरण से वियोजित कर देते हैं तथा एक अन्य 600 pF वाले अनावेशित संधारित्र से जोड़ देते हैं। इस प्रक्रिया में कितना ऊर्जा-ह्रास होगा?

अतिरिक्त अभ्यास

2.14 मूल बिंदु पर एक 8 mC का आवेश अवस्थित है। -2×10^{-9} C के एक छोटे से आवेश को बिंदु P (0, 0, 3 cm) से, बिंदु R (0, 6 cm, 9 cm) से होकर, बिंदु Q (0, 4 cm, 0) तक ले जाने में किए गए कार्य की गणना कीजिए।

2.15 b भुजा वाले एक घन के प्रत्येक शीर्ष पर q आवेश है। इस आवेश विन्यास के कारण घन के केंद्र पर विद्युत् विभव तथा विद्युत् क्षेत्र निकालिए।

2.16 1.5 μC और 2.5 μC आवेश वाले दो सूक्ष्म गोले 30 cm दूर स्थित है।

(a) दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिंदु पर, और

(b) मध्य बिंदु से होकर जाने वाली रेखा के अभिलंब तल में मध्य बिंदु से 10 cm दूर स्थित किसी बिंदु पर विभव और वैद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

2.17 आंतरिक त्रिज्या r_1 तथा बाह्य त्रिज्या r_2 वाले एक गोलीय चालक खोल (कोश) पर Q आवेश है।

(a) खोल के केंद्र पर एक आवेश q रखा जाता है। खोल के भीतरी और बाहरी पृष्ठों पर पृष्ठ आवेश घनत्व क्या है?

(b) क्या कोटर (आवेश विहीन) में वैद्युत क्षेत्र शून्य होगा, चाहे खोल गोलीय न होकर किसी अनियमित आकार का हो? समझाइए।

2.18 (a) दर्शाइए कि आवेशित पृष्ठ के एक पार्श्व से दूसरे पार्श्व पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र के अभिलंब घटक में असांतत्य (discontinuity) है जिसे

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

द्वारा दिया जाता है। जहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ एक बिंदु पर पृष्ठ के अभिलंब एकांक सदिश है तथा σ उस बिंदु पर पृष्ठ आवेश घनत्व है ($\hat{\mathbf{n}}$ की दिशा पार्श्व 1 से पार्श्व 2 की ओर है।)। अतः दर्शाइए कि चालक के ठीक बाहर वैद्युत क्षेत्र $\sigma \hat{\mathbf{n}} / \varepsilon_0$ है।

(b) दर्शाइए कि आवेशित पृष्ठ के एक पार्श्व से दूसरे पार्श्व पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र का स्पर्शीय घटक संतत है।

[संकेतः (a) के लिए गाउस के नियम का उपयोग कीजिए। (b) के लिए इस सत्य का उपयोग करें कि संवृत पाश पर एक स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है)।

2.19 रैखिक आवेश घनत्व वाला एक लंबा आवेशित बेलन एक खोखले समाक्षीय चालक बेलन द्वारा घिरा है। दोनों बेलनों के बीच के स्थान में वैद्युत क्षेत्र कितना है?

2.20 एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन लगभग 0.53 Å दूरी पर परिबद्ध हैं :

(a) निकाय की स्थितिज ऊर्जा का eV में परिकलन कीजिए, जबकि प्रोट्रॉन से इलेक्ट्रान के मध्य की अनंत दूरी पर स्थितिज ऊर्जा को शून्य माना जाए।

(b) इलेक्ट्रॉन को स्वतंत्र करने में कितना न्यूनतम कार्य करना पड़ेगा, यदि इसकी कक्षा में गतिज ऊर्जा (a) में प्राप्त स्थितिज ऊर्जा के परिमाण की आधी हो।

(c) यदि स्थितिज ऊर्जा को 1.06 Å पृथक्करण पर शून्य ले लिया जाए तो उपर्युक्त (a) और (b) के उत्तर क्या होंगे?

2.21 यदि H_2 अणु के दो में से एक इलेक्ट्रॉन को हटा दिया जाए तो हमें हाइड्रोजन आण्विक आयन (H_2^+) प्राप्त होगा। (H_2^+) की निम्नतम (ग्राउंड) अवस्था (स्टेट) में दो प्रोटॉन के बीच दूरी लगभग1.5Å है और इलेक्ट्रॉन प्रत्येक प्रोटॉन से लगभग 1 Å की दूरी पर है। निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए। स्थितिज ऊर्जा की शून्य स्थिति के चयन का उल्लेख कीजिए।

2.22 a और b त्रिज्याओं वाले दो आवेशित चालक गोले एक तार द्वारा एक-दूसरे से जोड़े गए हैं। दोनों गोलों के पृष्ठों पर वैद्युत क्षेत्रों में क्या अनुपात है? प्राप्त परिणाम को, एक चालक के तीक्ष्ण और नुकीले सिरों पर आवेश घनत्व, चपटे भागों की अपेक्षा अधिक क्यों होता है, समझाने में प्रयुक्त कीजिए।

2.23 सावधानीपूर्वक उत्तर दीजिए:

(a) सूखे बालों में कंघा घुमाने के बाद वह कागज के टुकड़ों को आकर्षित कर लेता है, क्यों? यदि बाल भीगे हों या वर्षा का दिन हो तो क्या होता है? [ध्यान रहे कि कागज विद्युत् चालक नहीं है।]

(b) साधारण रबर विद्युत्रोधी है। परंतु वायुयान के विशेष रबर के पहिए हल्के चालक बनाए जाते हैं। यह क्यों आवश्यक है?

(c) जो वाहन ज्वलनशील पदार्थ ले जाते हैं उनकी धातु की रस्सियां (जंजीरें) वाहन के गतिमय होने पर धरती को छूती रहती हैं, क्यों?

(d) एक चिड़िया एक उच्च शक्ति के खुले (अरक्षित) बिजली के तार पर बैठी है, और उसको कुछ नहीं होता। धरती पर खड़ा एक व्यक्ति उसी तार को छूता है और उसे सांघातिक (घातक) धक्का लगता है, क्यों?

2.24 बिंदु $(0, 0, -a)$ तथा $(0, 0, a)$ पर दो आवेश क्रमशः $-q$ और $+q$ स्थित हैं।

(a) बिंदुओं $(0, 0, z)$ और $(x, y, 0)$ पर स्थिरवैद्युत विभव क्या है?

(b) मूल बिंदु से किसी बिंदु की दूरी r पर विभव की निर्भरता ज्ञात कीजिए, जबकि $r/a >> 1$

(c) x-अक्ष पर बिंदु (5, 0, 0) से बिंदु (–7, 0,0) तक एक परीक्षण आवेश को ले जाने में कितना कार्य करना होगा? यदि परीक्षण आवेश के उन्हीं बिंदुओं के बीच x-अक्ष पर न होकर ले जाएँ तो क्या उत्तर बदल जाएगा?

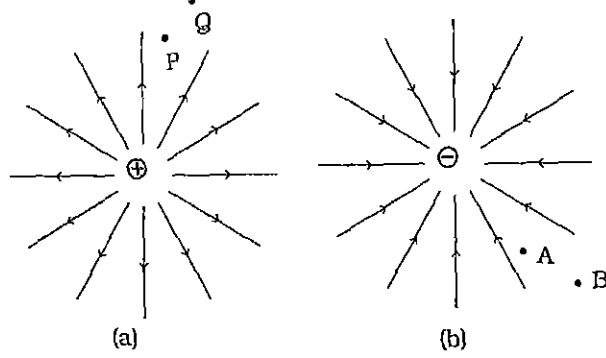
2.25 चित्र 2.30 (a) तथा (b) में क्रमशः एकल धन तथा ऋण आवेशों की क्षेत्र रेखाएं दर्शाई गई हैं

(a) विभवांतर $V_P - V_Q$; $V_B - V_A$ के चिह्न बताइए।

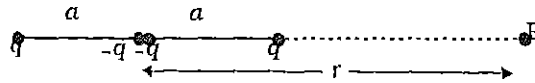
(b) बिंदु Q और P; A और B के बीच एक छोटे से ऋण आवेश की स्थितिज ऊर्जा के अंतर का चिह्न बताइए।

(c) Q से P तक एक छोटे धनावेश को ले जाने में क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य का चिह्न बताइए।

(d) B से A तक एक छोटे से ऋण आवेश को ले जाने के लिए बाह्य साधन द्वारा किए गए कार्य का चिह्न बताइए।

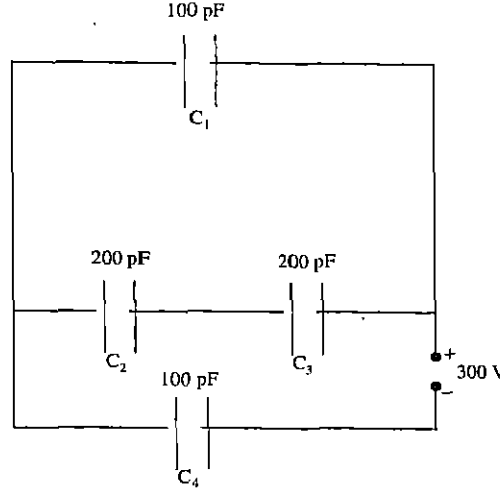
(e) B से A तक जाने में क्या एक छोटे से ऋणावेश की गतिज ऊर्जा बढ़ेगी या घटेगी?

चित्र 2.30

2.26 एक पदार्थ के अणु में 10^{-29} C m का स्थायी वैद्युत् द्विध्रुव आघूर्ण है। 10^6 V m^{-1} परिमाण के एक शक्तिशाली स्थिरवैद्युत क्षेत्र को लगा कर इस पदार्थ के एक मोल (mole) को ध्रुवित किया गया है। अचानक क्षेत्र की दिशा 60° कोण से बदल दी जाती है। क्षेत्र की नई दिशा में द्विध्रुवों को पंक्तिबद्ध करने में उन्मुक्त ऊष्मा ऊर्जा का आकलन कीजिए। सुविधा के लिए नमूने का ध्रुवण 100% माना जा सकता है।

2.27 नीचे दिए गए चित्र 2.31 में एक आवेश विन्यास जिसे 'वैद्युत चतुर्ध्रुवी' कहा जाता है, दर्शाया गया है। चतुर्ध्रुवी के अक्ष पर एक बिंदु के लिए r पर विभव की निर्भरता प्राप्त कीजिए जहाँ $r/a >> 1$ और अपने परिणाम की तुलना एक वैद्युत द्विध्रुव व वैद्युत एकल ध्रुव (अर्थात् एक अकेला आवेश) के परिणाम से कीजिए।

चित्र 2.31

2.28 एक वैद्युत टेक्नीशियन को 1 kV विभवांतर के संपर्क में एक परिपथ में 2 µF संधारित्र की आवश्यकता है। 1 µF के संधारित्र उसे प्रचुर संख्या में उपलब्ध हैं जो 400 V से अधिक का विभवांतर वहन नहीं कर सकते। कोई संभव विन्यास सुझाइए जिसमें न्यूनतम संधारित्रों की आवश्यकता हो।

2.29 2 F वाले एक समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिका का क्षेत्रफल क्या है, जबकि पट्टिकाओं का पृथकन 0.5 cm है? [अपने उत्तर से आपको ज्ञात होगा कि सामान्य संधारित्र µF या कम कोटि (परास) के क्यों होते हैं? तथापि विद्युत्-अपघटन संधारित्रों (Electrolytic capacitors) की धारिता कहीं अधिक (0.1 F) होती है क्योंकि चालकों के बीच अति सूक्ष्म पृथकन होता है]।

2.30 चित्र 2.32 के नेटवर्क (जाल) की तुल्य धारिता प्राप्त कीजिए। एक 300 V संभरण (सप्लाई) के साथ प्रत्येक संधारित्र का आवेश व उसकी वोल्टता प्राप्त कीजिए।

चित्र 2.32

2.31 एक समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 90 cm^2 है और उनका पृथकन 2.5 mm है। 400 V संभरण से संधारित्र को आवेशित किया गया है।

(a) संधारित्र कितना स्थिरवैद्युत ऊर्जा संचित करता है?

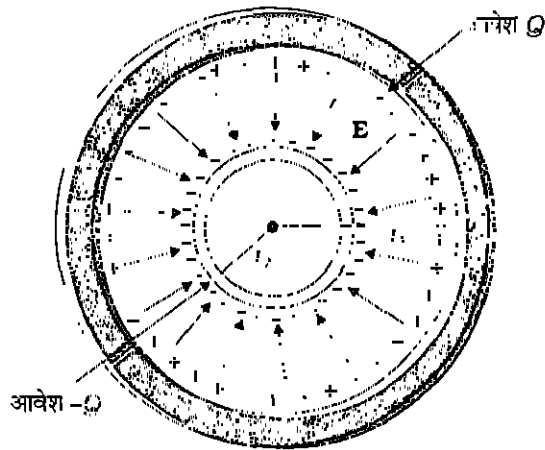
(b) इस ऊर्जा को पट्टिकाओं के बीच स्थिरवैद्युत क्षेत्र में संचित समझकर प्रति इकाई आयतन u में ऊर्जा प्राप्त कीजिए। अतः पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र E के परिमाण और u में संबंध निकालिए।

2.32 एक 4 μF के संधारित्र को 200 V संभरण (सप्लाई) से आवेशित किया गया है। फिर संभरण से हटाकर इसे एक अन्य अनावेशित 2 μF संधारित्र से जोड़ देते हैं। पहले संधारित्र की कितनी स्थिरवैद्युत ऊर्जा का ऊष्मा और वैद्युत-चुंबकीय विकिरण के रूप में ह्रास होता है?

2.33 दर्शाइए कि एक समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर बल का परिमाण (½) QE है, जहाँ Q संधारित्र पर आवेश है और E पट्टिकाओं के बीच वैद्युत क्षेत्र का परिमाण है। घटक ½ के मूल को समझाइए।

2.34 दो संकेंद्री गोलीय चालकों से एक गोलीय संधारित्र बना है जिनको उपयुक्त वैद्युतरोधी आलंबों से उनकी स्थिति में रोका गया है। दर्शाइए कि गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$

द्वारा दी जाती है। जहाँ r_1 और r_2 बाहरी तथा भीतरी गोलों की त्रिज्याएँ हैं।

चित्र 2.33

2.35 एक गोलीय संधारित्र के भीतरी गोले की त्रिज्या 12 cm तथा बाहरी गोले की त्रिज्या 13 cm है। बाहरी गोला भू-संपर्कित (earthed) है तथा भीतरी गोले पर 2.5 μC का आवेश दिया गया है। संकेंद्री गोलों के बीच के स्थान में 32 परावैद्युतांक का द्रव भरा है।

(a) संधारित्र की धारिता का निर्धारण कीजिए।

(b) भीतरी गोले का विभव क्या है?

(c) इस संधारित्र की धारिता की तुलना एक 12 cm त्रिज्या वाले पृथक गोले की धारिता से कीजिए। व्याख्या कीजिए कि दूसरी धारिता इतनी कम क्यों है।

2.36 सावधानीपूर्वक उत्तर दीजिए:

(a) दो बड़े चालक गोले जिन पर आवेश Q_1 और Q_2 हैं एक-दूसरे के समीप लाए जाते हैं। क्या इनके बीच स्थिरवैद्युत बल का परिमाण निश्चित रूप से

$$Q_1Q_2/4\pi\varepsilon_0 r^2$$

द्वारा दर्शाया जाता है, जहाँ r इनके केंद्रों के बीच की दूरी है।

(b) यदि कूलॉम के नियम में निर्भरता में $1/r^3$ का समावेश ($1/r^2$ के स्थान पर) हो तो क्या गाउस का नियम अभी भी सत्य होगा?

(c) स्थिरवैद्युत क्षेत्र विन्यास में एक छोटा परीक्षण आवेश किसी बिंदु पर विराम में छोड़ा जाता है। क्या यह उस बिंदु से होकर जाने वाली क्षेत्र रेखा के अनुदिश चलेगा?

(d) इलेक्ट्रॉन की पूर्ण वृत्तीय कक्षा में नाभिक के क्षेत्र द्वारा कितना कार्य किया जाता है? यदि कक्षा दीर्घवृत्ताकार हो तो क्या होगा?

(e) हमें ज्ञात है कि एक आवेशित चालक के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र असतत होता है। क्या वहाँ वैद्युत विभव भी असंतत होगा?

(f) किसी एकल चालक की धारिता से आपका क्या अभिप्राय है?

(g) एक संभावित उत्तर की कल्पना कीजिए कि पानी का परावैद्युतांक (= 80), अभ्रक के परावैद्युतांक (≈6) से अधिक क्यों होता है?

2.37 एक बेलनाकार संधारित्र में 15 cm लंबाई एवं त्रिज्याएँ 1.5 cm तथा 1.4 cm के दो समाक्ष बेलन हैं। बाहरी बेलन भू-संपर्कित है और भीतरी बेलन को 3.5 μC का आवेश दिया गया है। निकाय की धारिता और भीतरी बेलन का विभव ज्ञात कीजिए। अंत्य प्रभाव की उपेक्षा कर सकते हैं (अर्थात् सिरों पर क्षेत्र रेखाओं का मुड़ना)।

2.38 3 परावैद्युतांक तथा $10^7\ \mathrm{V\,m^{-1}}$ की परावैद्युत सामर्थ्य [परावैद्युत सामर्थ्य अधिकतम वैद्युत क्षेत्र है जिसे कोई पदार्थ बिना भंग हुए सहन कर सकता है अर्थात् आंशिक आयनन द्वारा बिना वैद्युत संचरण आरंभ किए] वाले एक पदार्थ से 1 kV वोल्टता अनुमतांक (Voltage rating) के समांतर पट्टिका संधारित्र की अभिकल्पना (design) करनी है। सुरक्षा की दृष्टि से क्षेत्र को कभी भी परावैद्युत सामर्थ्य के 10% से अधिक नहीं होना चाहिए। 50 pF धारिता के लिए पट्टिकाओं का कितना न्यूनतम क्षेत्रफल होना चाहिए?

2.39 व्यवस्थात्मकत: निम्नलिखित में संगत समविभव पृष्ठ का वर्णन कीजिए:

(a) z-दिशा में अचर वैद्युत क्षेत्र

(b) एक क्षेत्र जो समान रूप से बढ़ता है परंतु एक ही दिशा (मान लीजिए z-दिशा) में रहता है।

(c) मूल बिंदु पर कोई एकल धनावेश, और

(d) एक समतल में समान दूरी पर समांतर लंबे आवेशित तारों से बने एकसमान जाल।

2.40 किसी वान डे ग्राफ के प्रकार के जनित्र में एक गोलीय धातु कोश (shell) 15×10^6 V का एक इलेक्ट्रोड बनाना है। इलेक्ट्रोड के परिवेश की गैस की परावैद्युत सामर्थ्य 5×10^7 V m^{-1} है। गोलीय कोश की आवश्यक न्यूनतम त्रिज्या क्या है? (इस अभ्यास से आपको ज्ञान होगा कि एक छोटे गोलीय कोश से आप स्थिरवैद्युत जनित्र, जिसमें उच्च विभव प्राप्त करने के लिए कम आवेश की आवश्यकता है, नहीं बना सकते)।

2.41 r_1 त्रिज्या तथा q_1 आवेश वाला एक छोटा गोला, r_2 त्रिज्या और q_2 आवेश के गोलीय खोल (कोश) से घिरा है। दर्शाइए यदि q_1 धनात्मक है तो आवश्यक रूप से आवेश, गोले से खोल की तरफ प्रवाहित होगा (जब दोनों को एक तार द्वारा जोड़ दिया जाता है) चाहे कोश पर आवेश q_2 कुछ भी हो।

2.42 निम्न का उत्तर दीजिए :

(a) पृथ्वी की सतह की अपेक्षा वायुमंडल की ऊपरी परत लगभग 400 kV पर है, जिसके संगत वैद्युत क्षेत्र ऊंचाई बढ़ने के साथ कम होता है। पृथ्वी की सतह के समीप क्षेत्र लगभग 100 V m^{-1} है। जब हम घर से बाहर खुले में जाते हैं तो हमें विद्युत्-आघात क्यों नहीं लगता? (घर को लोहे का पिंजरा मानें जिससे उसके अंदर कोई वैद्युत क्षेत्र नहीं है !)

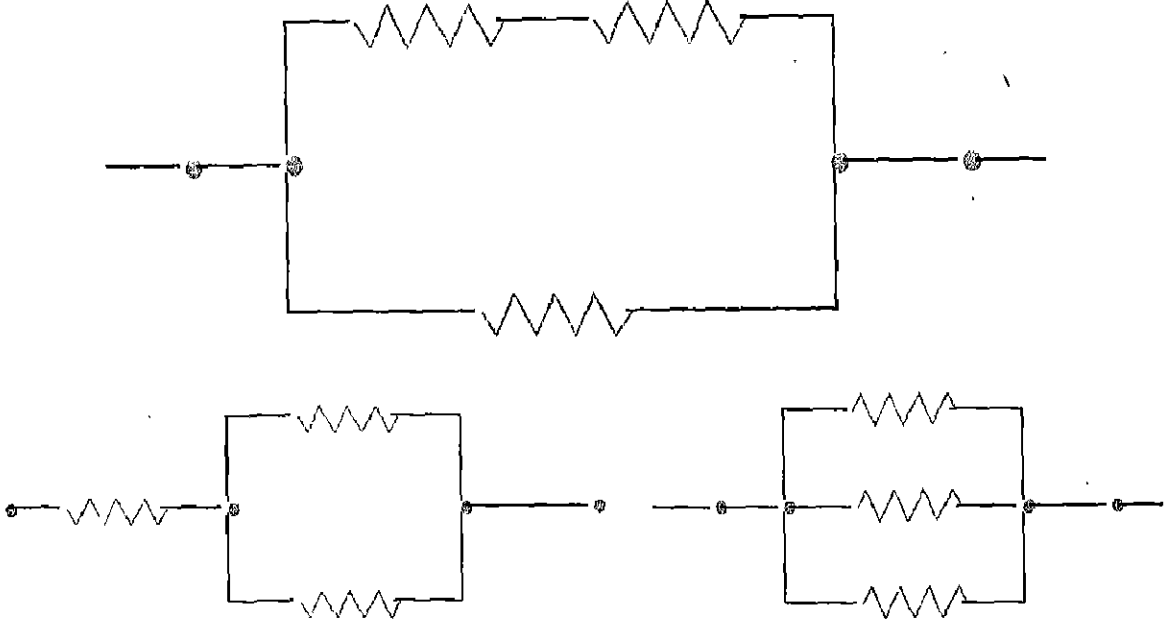
(b) एक व्यक्ति शाम के समय अपने घर के बाहर 2 m ऊँचा अवरोधी पट्ट रखता है जिसके शिखर पर एक 1 m^2 क्षेत्रफल की बड़ी ऐलुमिनियम की चादर है। अगली सुबह वह यदि धातु की चादर को छूता है तो क्या उसे वैद्युत आघात लगेगा?

(c) वायु की थोड़ी सी चालकता के कारण सारे संसार में औसतन वायुमंडल में विसर्जन धारा 1800 A मानी जाती है। तब यथासमय वातावरण स्वयं पूर्णतः विसर्जन द्वारा वैद्युत उदासीन क्यों नहीं हो जाता? दूसरे शब्दों में, वातावरण को कौन आवेशित रखता है?

(d) तड़ित के दौरान वातावरण की वैद्युत ऊर्जा किन ऊर्जाओं के रूप में क्षयित होती है?

[संकेतः पृष्ठ आवेश घनत्व $= 10^{-9}$ C m^{-2} के अनुरूप पृथ्वी की सतह (पृष्ठ) पर नीचे की दिशा में लगभग 100 V m^{-1} का वैद्युत क्षेत्र होता है। लगभग 50 km ऊँचाई तक (जिसके बाहर यह अच्छा चालक है) वातावरण की थोड़ी सी चालकता के कारण लगभग +1800 C का आवेश प्रति सेकंड समग्र रूप से पृथ्वी में पंप होता रहता है। तथापि पृथ्वी का आवेश विसर्जन नहीं होता क्योंकि संसार में हर समय लगातार तड़ित तथा तड़ित-झंझा होती रहती हैं जो समान मात्रा में ऋणावेश पृथ्वी में पंप कर देती है?]

अध्याय 3

धारा विद्युत्

3.1 भूमिका

जिस प्रकार नदी में जल-प्रवाह जल की धारा का निर्माण करता है, उसी प्रकार आवेश-प्रवाह (गतिमान आवेश) एक विद्युत् धारा का निर्माण करता है। हमने अध्याय 1 में देखा है कि जब एक पृथक चालक को विद्युत् क्षेत्र में रखा जाता है, तो चालक के आवेश आपस में पुनर्व्यवस्थित हो जाते हैं ताकि चालक के अंदर कोई प्रभावकारी विद्युत् क्षेत्र न रहे। आवेशों की पुनर्व्यवस्था अल्प अवधि के लिए धारा का निर्माण करती है, जिसे **क्षणिक धारा** कहते हैं। जैसे ही चालक में नेट विद्युत् धारा क्षेत्र होता है, क्षणिक धारा का प्रवाह रुक जाता है। क्षणिक धारा का दूसरा उदाहरण हमें तड़ित में देखने को मिलता है जो दो बादलों के बीच या एक बादल से पृथ्वी के मध्य विद्युत् आवेश का प्रवाह है। किंतु हम सतत् अपरिवर्ती धाराओं से भी परिचित हैं; जैसे–कि एक बैटरी टॉर्च में। जब तक टार्च चालू है और इसकी बैटरी समाप्त नहीं हुई है तब तक धारा बहती रहती है, जो बल्ब में ऊष्मा पैदा करती है और प्रकाश दीप्त होता है।

इस अपरिवर्ती धारा को किस प्रकार से पोषित करते हैं? इस अध्याय में हम इस अपरिवर्ती धारा (तथाकथित विद्युत् वाहक बल) के स्रोत को पोषित रखने की मूल आवश्यकताओं पर विचार करेंगे। यहाँ हम प्रतिरोध की अवधारणा का भी परिचय देंगे तथा इसके गुणात्मक सूक्ष्म स्वरूप को समझने का प्रयास करेंगे। अंत में हम विद्युत् धाराओं एवं उनके उपयोगों से संबंधित मौलिक नियमों (किरखोफ के नियम) का उल्लेख करेंगे।

जॉर्ज साइमन ओम
(1787-1854)

जर्मन भौतिकविद्, म्यूनिख में प्रोफ़ेसर थे। ओम ने अपने नियम की खोज ऊष्मा-चालन से सादृश्य के आधार पर की: विद्युत् क्षेत्र, ताप-प्रवणता के तुल्य है और विद्युत् धारा, ऊष्मा-प्रवाह के।

गुस्ताव रॉबर्ट किरखोफ
(1824-1887)

जर्मन भौतिकविद्, हीडलबर्ग एवं बर्लिन में प्रोफ़ेसर रहे। मुख्यत: वर्णक्रम मापन के विकास के लिए प्रसिद्ध, उन्होंने गणितीय भौतिकी में काफी महत्त्वपूर्ण योगदान किया जिसमें परिपथ संबंधी प्रथम एवं द्वितीय नियम शामिल हैं।

3.2 विद्युत् धारा

आपने हरिद्वार जैसे स्थान पर गंगा की प्रबल जल-धारा का अनुभव किया होगा। अन्य स्थान पर संभव है कि जल-धारा इतनी प्रबल न हो। नदी की जल-धारा का परिमाण कैसे निर्धारित किया जाए? हम जल प्रवाह के लंबवत् एक वलय (रिंग) रख सकते हैं तथा वलय से प्रति सेकंड प्रवाहित होने वाली जल की राशि को माप सकते हैं। चालक में विद्युत् धारा को परिभाषित करने के लिए इसी विचार का उपयोग किया जाता है। आवेश प्रवाह की दिशा के लंबवत् किसी क्षेत्रफल से होकर बहने वाली विद्युत् धारा को एकांक समय में किसी क्षेत्रफल से प्रवाहित होने वाले आवेश के परिमाण के रूप में परिभाषित करते हैं। यदि t से $t+\Delta t$ के मध्य की अवधि में इस क्षेत्रफल से आवेश ΔQ गुजरता है तो समय t पर प्रवाहित होने वाली धारा निम्नलिखित व्यंजक द्वारा परिभाषित होती है

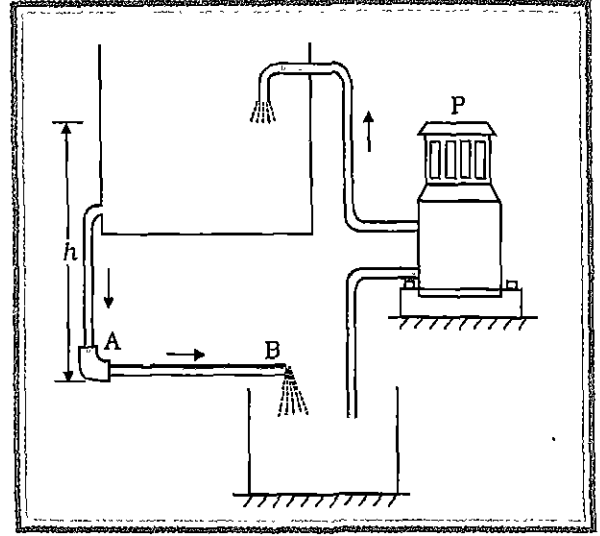
$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.1}$$

यदि धारा अपरिवर्ती है अर्थात् यह समय के साथ नहीं बदलती तो समीकरण (3.1) को निम्न प्रकार से लिख सकते हैं :

$$I = \frac{Q}{t} \tag{3.2}$$

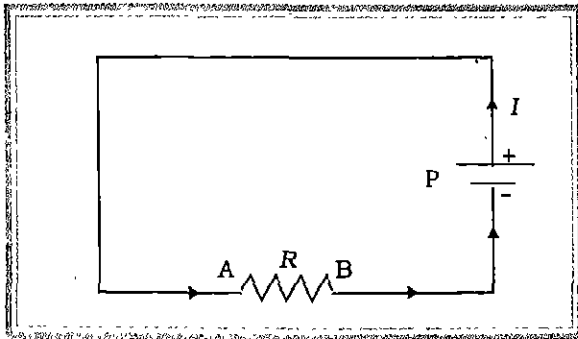
यहाँ Q, t समय में दिए हुए क्षेत्रफल से होकर प्रवाहित होने वाला आवेश है। धारा का मात्रक ऐंपियर (A) होता है। ऐंपियर धारा का SI मात्रक है, जिसे हम चुंबकीय प्रभाव के रूप में परिभाषित करते हैं (अध्याय 5 देखिए)। अपेक्षाकृत कम परिमाण की विद्युत् धाराएँ मिली ऐंपियर ($1\text{mA} = 10^{-3}$ A) अथवा माइक्रो ऐंपियर ($1\mu\text{A} = 10^{-6}$A) में व्यक्त की जाती हैं।

3.3 विद्युत् वाहक बल (EMF) तथा वोल्टता

किसी चालक में अपरिवर्ती धारा कैसे बनाई रखी जाए? हम जल प्रवाह के उदाहरण का पुनः स्मरण करें। कल्पना कीजिए कि हम एक क्षैतिज नली में A से B के मध्य स्थाई जल प्रवाह बनाए रखना चाहते हैं (चित्र 3.1)। इसके लिए हमें A व B के मध्य स्थिर दाबांतर बनाए रखने की आवश्यकता है। स्पष्ट है कि स्थाई प्रवाह बनाए रखने के लिए B से निकलने वाले जल को वापस किसी ऊँचाई पर रखे कुंड में पंप करने तथा पुनः A पर वापस गिराने की आवश्यकता है। इस प्रकार, एक क्षैतिज नली में स्थाई प्रवाह बनाए रखने के लिए ऊर्जा के बाह्य स्रोत (पंप P) की आवश्यकता है। एक पृथक क्षैतिज नली इस उद्देश्य की पूर्ति नहीं करेगी। इसे उस बंद परिपथ का एक हिस्सा होना होगा जिसमें बाहरी माध्यम (पंप) विद्यमान है। जल स्वतः उच्च से निम्न दाब की ओर प्रवाहित होता है। पंप इस प्रक्रिया को विपरीत करने का साधन है। यह जल को निम्न दाब से उच्च दाब की ओर ले जाता है। इसके लिए पंप को स्थिर दर पर कार्य करने की आवश्यकता होगी।

चित्र 3.1 *उच्च दाब (A) से निम्न दाब (B) की ओर अपरिवर्ती जल प्रवाह बनाए रखने के लिए एक बाह्य युक्ति को अपरिवर्ती दर से कार्य करना चाहिए जिससे कि जल B से वापस A को पंप हो सके। जल एक क्षैतिज नली AB से स्थाई दर से निरंतर प्रवाहित होता है यदि एक दाब शीर्ष (उसके दोनों सिरों के बीच दाबांतर) को h ऊँचाई के एक कुंड द्वारा पोषित किया जाए तथा एक पंप P कुंड तक जल को वापस उसी दर से पहुँचाए जिस दर से वह B से बाहर निकलता है।*

एक चालक में अपरिवर्ती विद्युत् धारा सदृश तरीके से पोषित करते हैं। एक चालक में धन आवेश उच्च विभव (A) से निम्न विभव (B) को अर्थात् विद्युत् क्षेत्र की दिशा में प्रवाहित होगा। अपरिवर्ती विद्युत् धारा बनाए रखने के लिए चालक को पृथक नहीं किया जा सकता, यह उस बंद परिपथ का अंग होता है जिसमें एक बाहरी माध्यम या युक्ति विद्यमान होती है (चित्र 3.2 देखिए)। धन आवेश को B से वापस A अर्थात् निम्न से उच्च विभव तक लाने में इस युक्ति की

आवश्यकता होती है जो A व B के मध्य विभवांतर पोषित करती है। इस युक्ति को हम **विद्युत् वाहक बल (emf) का स्रोत** कहते हैं। जल प्रवाह परिपथ में यह पंप के सदृश है। विद्युत् रासायनिक सेल तथा ताप वैद्युत युग्म (अध्याय 4) एवं विद्युत् जनित्र (जेनरेटर) (अध्याय 7), विद्युत् वाहक बल के स्रोतों के उदाहरण हैं।

उपरोक्त चर्चा के अनुसार, बाह्य स्रोत एक धनावेश को निम्न विभव से उच्च विभव तक ले जाने में कार्य करता है। यह किसी विद्युत् क्षेत्र द्वारा की गई क्रिया के विपरीत है (याद रखिए, विद्युत् क्षेत्र किसी धनावेश को उच्च विभव से निम्न विभव की ओर ले जाता है)। ऊर्जा के बाह्य स्रोत का स्वाभाविक रूप से जो लक्षण वर्णन किया जाता है, वह उस कार्य के पद में होता है जिसे एकांक धनावेश को निम्न विभव से उच्च विभव तक स्थानांतरित करने में प्रयुक्त होता है। इसे युक्ति का विद्युत् वाहक बल (emf) कहते हैं तथा इसे ε से निर्दिष्ट करते हैं। शब्द **विद्युत् वाहक बल** एक मिथ्या नाम है क्योंकि यह कोई बल नहीं है बल्कि यह कार्य प्रति एकांक आवेश है। शायद यही कारण है कि सामान्यत: आजकल विद्युत् वाहक बल (electro motive force) के स्थान पर इसके संक्षेप (emf) रूप का अधिक उपयोग करते हैं।

चित्र 3.2 एक विद्युत् परिपथ में अपरिवर्ती धारा पोषित करने के लिए (धन आवेश उच्च विभव A से निम्न विभव B की ओर प्रवाहित हो रहा है) किसी युक्ति (विद्युत् वाहक बल का स्रोत) को स्थाई दर से काम करना चाहिए जिससे धनावेश निम्न विभव से उच्च विभव में पहुँच जाए। आवेश प्रवाह परिपथ चित्र 3.1 के जल प्रवाह परिपथ के सदृश है। यदि विद्युत् वाहक बल के स्रोत P को एक प्रतिरोधक के साथ परिपथ में संलग्न करें तो प्रतिरोधक में एक स्थाई धारा प्रवाहित होती है।

एक बंद परिपथ में जिसमें अपरिवर्ती धारा I प्रवाहित हो रही है, विद्युत् वाहक बल के स्रोत द्वारा प्रति एकांक आवेश पर किया गया कार्य दो प्रकार से व्यय होता है : (i) आवेश का विद्युत् क्षेत्र के अंतर्गत उच्च विभव से निम्न विभव (चित्र 3.2 में A से B) की ओर 'पतन' होता है। विद्युत् क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य प्रति एकांक आवेश V है। यहाँ V चालक के दोनों सिरों AB के बीच विभवांतर है, (ii) कुछ कार्य W' का स्रोत में स्वयं आवेश के वहन में व्यय होता है। परिणामस्वरूप, ऊर्जा संरक्षण द्वारा,

$$\varepsilon = V + W' \tag{3.3}$$

ध्यान देने योग्य महत्त्वपूर्ण बात यह है कि समीकरण (3.3) में V बाह्य परिपथ के सिरों के बीच अथवा एक बंद परिपथ में बैटरी के धनात्मक तथा ऋणात्मक सिरों के बीच विभवांतर है। एक खुले परिपथ में अर्थात् जब बैटरी के धनात्मक व ऋणात्मक सिरे एक बाह्य चालक द्वारा नहीं जुड़े हैं, विद्युत् वाहक बल (emf) का स्रोत विभवांतर पोषित करने में, प्रति एकांक आवेश कुछ कार्य करता है। इस उदाहरण में क्योंकि परिपथ में कोई धारा नहीं है इसलिए स्रोत में कोई कार्य व्यय नहीं होता, अर्थात् खुले परिपथ में $W' = 0$, अत:

$$\varepsilon = V_{खुला} \tag{3.4}$$

इस प्रकार खुले परिपथ में स्रोत का विद्युत् वाहक बल (emf) उसके सिरों के बीच विभवांतर है।

उपर्युक्त विद्युत् वाहक बल की धारणा का परिचय देने में हमने धारा को धनात्मक आवेश के प्रवाह के रूप में माना है। यह धारा की पारंपरिक परिभाषा है। परंतु वास्तव में हम जानते हैं कि एक धात्विक चालक में ऋण आवेश (इलेक्ट्रॉन) प्रवाहित होता है (जबकि एक विद्युत् अपघट्य में धन व ऋण दोनों आयन गति करते हैं)। उपर्युक्त विवेचन को वास्तविक इलेक्ट्रॉनिक प्रवाह निमित्त संशोधित करने के लिए ध्यान दें कि बाह्य परिपथ में इलेक्ट्रॉन निम्न विभव से उच्च विभव की ओर (विद्युत् क्षेत्र की दिशा के विपरीत) प्रवाहित होते हैं तथा विद्युत् वाहक बल के स्रोत की ऋण आवेश को उच्च विभव से निम्न विभव की ओर अथवा धन आवेश को निम्न विभव से उच्च विभव की ओर ले जाने में कार्य करने की आवश्यकता पड़ती है।

3.4 प्रतिरोध तथा प्रतिरोधकता

3.4.1 ओम का नियम

एक बंद परिपथ पर विचार कीजिए, जिसमें विद्युत् वाहक

बल का एक स्रोत तथा बाह्य परिपथ में एक चालक है। मान लीजिए कि चालक के सिरों के मध्य वोल्टता पतन V है तथा चालक से होकर प्रवाहित होने वाली अपरिवर्ती धारा I है। राशि V/I चालक द्वारा अपने में से गुजरने वाले आवेश के स्थायी प्रवाह के रास्ते में आने वाले प्रतिरोध का माप है। दिए गए विभवांतर V के लिए प्रतिरोध जितना अधिक होता है, धारा I उतनी ही कम होती है।

प्रयोगों द्वारा यह देखा गया है कि अनेक पदार्थों के लिए अनुपात V/I अचर है तथा यह V या I से स्वतंत्र है। अनुपातिकता स्थिरांक को पदार्थ का प्रतिरोध कहते हैं तथा इसे R से प्रदर्शित करते हैं।

$$\frac{V}{I} = R \text{ अथवा } V = IR \tag{3.5}$$

समीकरण (3.5) ओम के नियम को व्यक्त करती है जिसे सर्वप्रथम जी.एस. ओम ने 1828 में खोजा था। R की नियतता में यह समाहित है कि V तथा I रैखिक रूप से जुड़े हैं – मापे गए V तथा I के मानों के बीच ग्राफ एक सीधी रेखा है। प्रतिरोध का मात्रक ओम ($1\ \Omega = 1\ \text{VA}^{-1}$) है। ओम का नियम केवल एक आनुभविक नियम है जो V तथा I के कुछ परिसरों में अनेक पदार्थों के लिए सन्निकट रूप में लागू होता है। ओम के नियम से विचलन पर हम आगे के अनुभाग में विचार करेंगे।

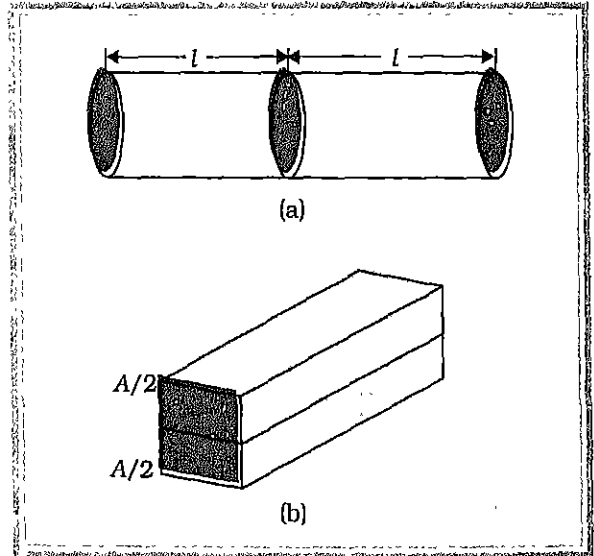
3.4.2 प्रतिरोधकता

एक प्रतिरोधक (परिपथ में किसी R प्रतिरोध का अवयव) का प्रतिरोध उसके ज्यामितीय कारकों (लंबाई, अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल) तथा जिस पदार्थ का प्रतिरोधक निर्मित है, उसकी प्रकृति पर निर्भर करता है। 'आमाप' संबंधी कारकों को प्रतिरोध R से अलग करना सुविधाजनक है, जिससे हम ऐसी राशि को परिभाषित कर सकें जो पदार्थ का विशिष्ट लक्षण है और जो आमाप या आकार पर निर्भर नहीं करता। लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A की किसी आयताकार पट्ट पर विचार करें। स्थिर धारा I के लिए यदि पट्ट की लंबाई को दोगुना कर दिया जाए तो पट्ट के बीच विभवपात भी दोगुना हो जाएगा (विद्युत् क्षेत्र ही ऐसा है जो चालक में धारा परिचालित करता है तथा विभवांतर, विद्युत् क्षेत्र तथा दूरी के गुणनफल के बराबर होता है)। इसका आशय यह है कि पट्टी का प्रतिरोध लंबाई दोगुनी करने से दोगुना हो जाता है, अर्थात् $R \propto l$। अब कल्पना कीजिए कि एक पट्ट दो समांतर पट्टों (प्रत्येक का क्षेत्रफल $\frac{A}{2}$) से निर्मित है। यदि दी गयी वोल्टता V के लिए पूरे पट्ट से धारा I प्रवाहित होती है तो स्पष्ट है कि प्रत्येक आधे पट्ट से प्रवाहित होने वाली धारा $\frac{I}{2}$ है। इसलिए प्रत्येक आधे पट्ट का प्रतिरोध पूरे पट्ट के प्रतिरोध से दुगुना है, अर्थात् $R \propto \frac{1}{A}$।

दोनों निर्भरताओं के संयोजन से

$$R \propto \frac{l}{A} \tag{3.6}$$

अथवा $$R = \frac{\rho l}{A} \tag{3.7}$$

ρ अनुपातिकता स्थिरांक है, जिसे प्रतिरोधकता कहते हैं। यह केवल प्रतिरोधक के पदार्थ की प्रकृति तथा उसकी भौतिक अवस्थाओं; जैसे–ताप व दाब पर निर्भर करता है। प्रतिरोधकता का मात्रक ओम मीटर (Ω m) है। ρ के व्युत्क्रम को *चालकता* कहते हैं तथा इसे σ से निर्दिष्ट किया जाता है। σ का मात्रक $(\Omega\,\text{m})^{-1}$ अथवा mho m^{-1} या siemen m^{-1} होता है।

चित्र 3.3 *लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A के एक आयताकार पट्ट के लिए संबंध $R = \frac{\rho l}{A}$ का निदर्श चित्र।*

एक आदर्श चालक की प्रतिरोधकता शून्य होती है तथा एक आदर्श विद्युत्रोधी की प्रतिरोधकता अनंत होती है। यद्यपि ये आदर्श सीमाएँ हैं, पदार्थों की वैद्युत प्रतिरोधकता का परिसर बड़ा विस्तृत होता है (सारणी 3.1)। धातुओं की

सारणी 3.1 कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
A चालक			
चांदी	1.6×10^{-8}	0.0041	1
तांबा	1.7×10^{-8}	0.0068	1
ऐलुमिनियम	2.7×10^{-8}	0.0043	3
टंगस्टन	5.6×10^{-8}	0.0045	6
लोहा	10×10^{-8}	0.0065	8
प्लेटिनम	11×10^{-8}	0.0039	10
पारा	98×10^{-8}	0.0009	2
नाइक्रोम (Ni, Fe तथा Cr की मिश्र धातु)	$\sim 100 \times 10^{-8}$	0.0004	2
मैंगनिन (Cu, Mn तथा Ni की मिश्र धातु)	48×10^{-8}	0.002×10^{-3}	
B अर्धचालक			
कार्बन (ग्रेफाइट)	3.5×10^{-5}	-0.0005	4
जर्मेनियम	0.46	-0.05	4
सिलिकॉन	2300	-0.07	4
C विद्युत्रोधी			
शुद्ध जल	2.5×10^{5}		
काँच	$10^{10} - 10^{14}$		
कठोर रबर	$10^{13} - 10^{16}$		
सोडियम क्लोराइड	$\sim 10^{14}$		8
फ्यूज क्वार्ट्ज	$\sim 10^{16}$		

प्रतिरोधकता $10^{-8}\,\Omega\text{m}$ से $10^{-6}\,\Omega\text{m}$ के परिसर में होती है, जो कम है जबकि काँच व रबर जैसे विद्युत्रोधियों की प्रतिरोधकता लगभग 10^{18} गुना (या इससे भी अधिक) होती है। सामान्यतया धातुओं; जैसे–विद्युत् के अच्छे चालक ऊष्मा के भी अच्छे चालक हैं जबकि मृत्तिका (सिरेमिक) अथवा प्लास्टिक पदार्थ; जैसे–विद्युत्रोधी ऊष्मा के भी खराब चालक होते हैं।

अर्ध चालक चालकों व विद्युत्रोधी के बीच एक वर्ग का निर्माण करते हैं। ये मुख्यत: अपनी प्रतिरोधकता के कारण ही महत्त्वपूर्ण नहीं हैं बल्कि इस बात के लिए अधिक महत्त्वपूर्ण हैं कि वे ताप तथा अशुद्धियों की अल्प मात्रा से किस प्रकार से प्रभावित होते हैं।

आवश्यकतानुसार हमें विभिन्न प्रकार के प्रतिरोधकों एवं पदार्थों की आवश्यकता पड़ती है। बिना किसी विचारणीय क्षय के विद्युत् शक्ति के संप्रेषण के लिए कम प्रतिरोध के चालकों; जैसे–ऐलुमिनियम अथवा ताँबे के तारों की आवश्यकता होती है। यदि दो बिंदुओं के मध्य विद्युत् धारा अवरुद्ध करनी है तो अभ्रक, बैकेलाइट आदि जैसे विद्युत्रोधी पदार्थ का उपयोग किया जाना चाहिए। $k\Omega$ परिसर में मध्यम परिमाण के ऊँचे प्रतिरोधों के लिए प्राय: कार्बन अथवा कुछ अर्द्धचालक पदार्थों का उपयोग किया जाता है।

व्यापारिक दृष्टिकोण से बनाए जाने वाले प्रतिरोधक मुख्यतय: दो प्रकार के होते हैं : तार आबद्ध प्रतिरोधक तथा कार्बन प्रतिरोधक। तार आबद्ध प्रतिरोधक किसी मिश्र धातु; जैसे–

मैंगनिन, कांसटेंटन, नाइक्रोम के तारों को किसी समुचित आधार पर लपेट कर बनाए जाते हैं। कार्बन प्रतिरोधकों का प्रमुख लाभ उनकी संहतता तथा कम लागत है।

3.4.3 प्रतिरोधकों के लिए वर्ण कोड

प्रतिरोध के मान तथा उसकी प्रतिशत यथार्थता के लिए वर्ण कोड का उपयोग किया जाता है।

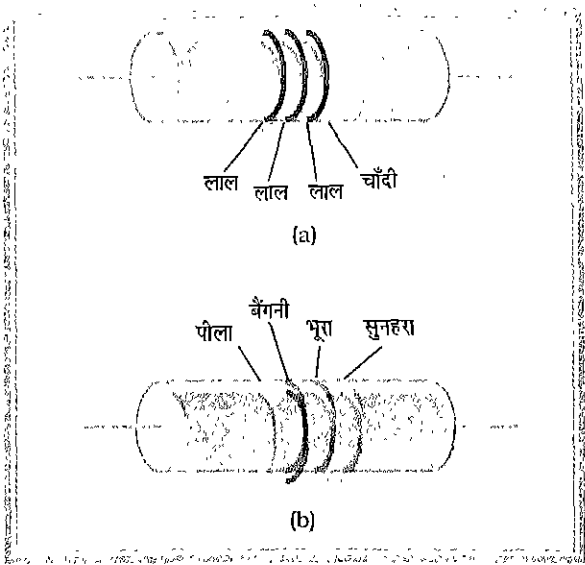
जैसा कि सारणी 3.2 में इंगित किया गया है, प्रतिरोधक पर अपनी सार्थकता के साथ समाक्ष रंगीन वलयों का समूह होता है।

सारणी 3.2 प्रतिरोधक वर्ण कोड

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	0	1	
भूरा	1	10^1	
लाल	2	10^2	
नारंगी	3	10^3	
पीला	4	10^4	
हरा	5	10^5	
नीला	6	10^6	
बैंगनी	7	10^7	
धूसर (ग्रे)	8	10^8	
सफेद	9	10^9	
सुनहरा		10^{-1}	5
चाँदी रंग का		10^{-2}	10
रंगविहीन			20

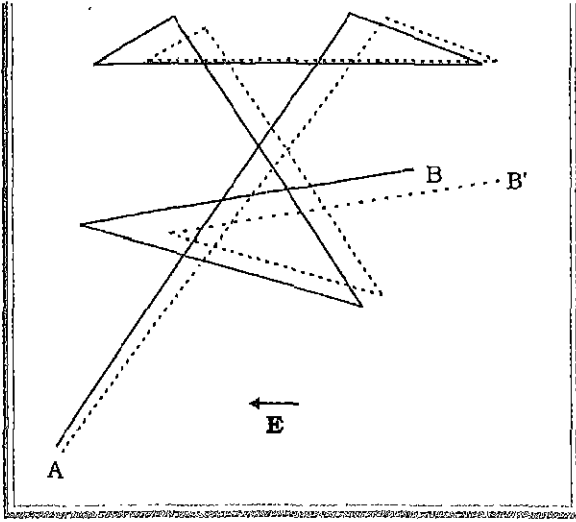
सिरे से पहली दो धारियाँ ओम में प्रतिरोध के पहले दो सार्थक अंकों को निर्देशित करती हैं। तीसरी धारी दशमलव गुणक को निर्देशित करती है तथा अंतिम धारी सह्यता अथवा निर्देशित मान के प्रतिशत में संभावित विचरण को व्यक्त करती है। यदि चौथी धारी नहीं है तो इसका आशय यह है कि सह्यता ± 20% है (चित्र 3.4 देखिए)।

3.5 प्रतिरोधकता का उद्गम

एक चालक में आवेश संवाहकों (इलेक्ट्रॉनों) की गति रिक्त समष्टि में आवेशों की गति से अलग होती है। रिक्त समष्टि में एक बाह्य विद्युत् क्षेत्र के प्रभाव में आवेश वाहक त्वरित होते हैं। जबकि दूसरी ओर एक चालक में जब धारा अपरिवर्ती होती है तो आवेश वाहक एक निश्चित मध्य अपवाह वेग से गति करते हैं अर्थात् कुल मिलाकर नेट त्वरण शून्य होता है। ऐसा कैसे होता है? इसमें विस्तृत सूक्ष्म सिद्धांत निहित है किंतु मोटे तौर पर इसका चित्रण निम्नवत् है।

चित्र 3.4 वर्ण कोडयुक्त प्रतिरोधक
(a) $22 \times 10^2 \Omega + 10\%$ (b) $(47 \times 10 \Omega) + 5\%$

किसी ताप पर धातु में इलेक्ट्रॉन के वेग का एक निश्चित वितरण होता है। जब कोई बाह्य क्षेत्र नहीं होता है तो सभी दिशाएँ समान रूप से संभावित होती हैं तथा कुल मिलाकर कोई अपवाह नहीं होती। बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में क्षेत्र की दिशा के विपरीत प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पर $\frac{eE}{m}$ त्वरण का आभास होता है। किंतु यह त्वरण क्षणिक होता है क्योंकि इलेक्ट्रॉन परमाणुओं अथवा आयनों अथवा धातु के दूसरे इलेक्ट्रॉनों के साथ निरंतर अनियमित (यादृच्छिक) ढंग से टकराते रहते हैं। एक टक्कर के बाद प्रत्येक इलेक्ट्रॉन नए सिरे से चलना प्रारंभ करता है तथा पुनः मात्र अनियमित (यादृच्छिक) ढंग से मुड़ने के लिए त्वरित होता है (चित्र 3.5 देखिए)। यदि दो टक्करों के बीच का औसत समय* τ (जिसे विश्रांति काल भी कहते हैं) हो तो इलेक्ट्रॉन की माध्य अपवाह चाल निम्नलिखित व्यंजक से व्यक्त होती है

$$v_d = \frac{|e|E}{m}\tau \qquad (3.8)$$

* टक्करों के बीच औसत समय τ को विश्रांति काल कहते हैं। यह समय निकाय में टक्करों के द्वारा तापीय संतुलन में वापस आने के लिए विश्रांति के समय की माप है।

चित्र 3.5 किसी बिंदु A से दूसरे बिंदु B तक पुनरावृत्त टक्करों के द्वारा इलेक्ट्रॉन की गति तथा टक्करों के बीच रैखिक गति का आरेखीय चित्रण (सतत रेखाएँ)। जैसा कि दिखलाया गया है, यदि विद्युत् क्षेत्र लगाया जाता है तो इलेक्ट्रॉन B' पर रुकता है (बिंदुकृत रेखाएँ)। विद्युत् क्षेत्र के विपरीत मामूली अपवाह दिखलाई दे रहा है।

अब हम $\mathbf{j}$ से निर्दिष्ट एक भौतिक राशि को, जिसे धारा घनत्व सदिश कहते हैं, परिभाषित करते हैं। $\mathbf{j}$ की दिशा धन आवेश के प्रवाह की दिशा (अथवा धातु में इलेक्ट्रॉन के अपवाह के विपरीत) होती है। $\mathbf{j}$ का परिमाण प्रति एकांक अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से प्रति सेकंड प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा के बराबर होता है। अतः यदि $\delta\mathbf{S}$ एक क्षेत्र अवयव हो तो प्रति सेकंड इससे होकर प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा $\mathbf{j}.\delta\mathbf{S}$ होगी। यदि A को तार का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल मान लिया जाए ($\mathbf{A}$ की दिशा पारंपरिक धारा की दिशा के अनुदिश है), तो $\mathbf{j}.\mathbf{A}$ अन्य कुछ नहीं वरन् तार से प्रवाहित होने वाली धारा है। इस उदाहरण में $\mathbf{j}$, $\mathbf{A}$ के समांतर है। इसलिए

$$I = jA \tag{3.9}$$

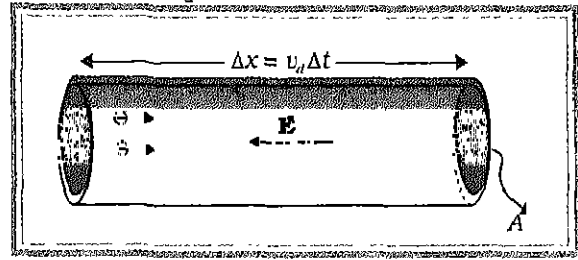
यदि इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल v_d हो तो एकांक अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से एकांक समय में प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा एकांक क्षेत्रफल आधार तथा v_d ऊँचाई के एक बेलन में अर्थात् आयतन $1 \times v_d = v_d$ में समाहित होगी (चित्र 3.6 देखिए)। यदि n धातु में इलेक्ट्रॉन की संख्या घनत्व अर्थात् एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या है तो v_d आयतन के बेलन में समाहित आवेश की कुल मात्रा nev_d होगी। इसलिए,

$$j = nev_d \tag{3.10}$$

तथा
$$I = n\,e\,v_d\,A \tag{3.11}$$

यहाँ e इलेक्ट्रॉन के आवेश का परिमाण है।

ध्यान दीजिए कि समीकरण (3.10) को सदिश के रूप में निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{j} = nq\,\mathbf{v}_d \tag{3.12}$$

चित्र 3.6 एक धात्विक चालक में धारा। धातु में धारा घनत्व का परिमाण एकांक क्षेत्रफल तथा v_d ऊँचाई के बेलन में समाहित आवेश के परिमाण के बराबर है।

यहाँ q आवेश वाहक का आवेश है तथा $\mathbf{v}_d$ माध्य अपवाह वेग है। समीकरण (3.12) q के दोनों प्रकार के चिह्नों के लिए सही है। यदि $q > 0$ तो $\mathbf{v}_d$ विद्युत् क्षेत्र की दिशा में तथा $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$ की दिशा में है। यदि $q < 0$ ($q = -e$ इलेक्ट्रॉनों के लिए) जैसा धात्विक चालक में होता है, $\mathbf{v}_d$ की दिशा $\mathbf{E}$ के विपरीत होती है तथा $\mathbf{j} = -n\,e\,\mathbf{v}_d$, $\mathbf{E}$ की ही दिशा में बना रहता है। इलेक्ट्रॉन के लिए समीकरण (3.8) के सदिश मान

$$\mathbf{v}_d = -\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau$$

को समीकरण (3.12) में रखने पर हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$$\mathbf{j} = (-ne) \times \left(-\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau\right)$$

अर्थात्,
$$\mathbf{j} = \frac{ne^2}{m}\tau\mathbf{E} \tag{3.13}$$

समीकरण (3.9) के उपयोग से हम लिख सकते हैं

$$I = \frac{ne^2}{m}\tau\,EA$$

अब यदि चालक जिसकी लंबाई l है तथा उसके सिरों के बीच विभवांतर V हो तो

$$E=\frac{V}{l} \tag{3.14}$$

इसलिए,

$$I=\frac{ne^2}{m}\tau\frac{A}{l}V \tag{3.15}$$

अथवा $$V=\frac{m}{ne^2\tau}\frac{l}{A}I=RI \tag{3.16}$$

इस प्रकार हमने एक सरल सूक्ष्म चित्रण के द्वारा ओम के नियम को प्राप्त किया है। समीकरण (3.16) से प्रतिरोध R के लिए निम्नलिखित संबंध स्थापित होता है

$$R=\frac{m}{ne^2\tau}\frac{l}{A} \tag{3.17}$$

समीकरण (3.7) के उपयोग से पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त होगी

$$\rho=\frac{m}{ne^2\tau} \tag{3.18}$$

इस प्रकार हम समीकरण (3.13) को पुन: लिख सकते हैं

$$\mathbf{j}=\frac{\mathbf{E}}{\rho}=\sigma\mathbf{E} \tag{3.19}$$

ऊपर हमने देखा है कि समीकरण (3.19) तथा (3.16) बिल्कुल समतुल्य हैं। यही कारण है कि दोनों समीकरण ओम के नियम को व्यक्त करती हैं। अधिक परिचित रूप $V=IR$ सीधे मापने योग्य राशियों जैसे V तथा I के पदों में है, जबकि समस्या से संबंधित मौलिक राशियाँ जैसे धारा घनत्व सदिश तथा विद्युत् क्षेत्र सदिश, रूप $\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}$ द्वारा आपस में संबंधित हैं।

किसी धातु को प्रतिरोधकता के प्रेक्षित मान द्वारा समीकरण (3.18) का उपयोग कर हम धातु के विश्रांति काल τ का आकलन कर सकते हैं। ताँबे के लिए कमरे के ताप पर $\rho = 1.7 \times 10^2\ \mu\Omega$ m। ताँबे के घनत्व से इलेक्ट्रॉनों के संख्या घनत्व का आकलन किया जा सकता है, जो $8.5 \times 10^{22}\,\mathrm{m}^{-3}$ के बराबर आता है। e तथा m के ज्ञात मानों का उपयोग करके हमें $\tau = 2 \times 10^{-7}$s प्राप्त होता है जो अन्य विधियों द्वारा τ के आंकलित मान के बराबर है। उदाहरण (3.1) में 1.5 A की धारा का संवहन कर रहे एक विशेष प्रकार के ताँबे के तार के लिए इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग की गणना की गई है। अपवाह चाल का परिमाण ~1 mm s^{-1} आपको आश्चर्यचकित कर सकता है। यदि अपवाह चाल इतनी कम है तो यह कैसे होता है कि जैसे ही आप स्विच 'ऑन' करें विद्युत् बल्ब प्रकाश देने लगता है? हमें इस गलत धारणा से सावधान रहना चाहिए कि जब एक इलेक्ट्रॉन बैटरी के एक सिरे से दूसरे सिरे तक पहुंचता है तो धारा बहने लगती है। आवश्यकता इस बात की है कि चालक के हर भाग में विद्युत् क्षेत्र की स्थापना होनी चाहिए जो इलेक्ट्रॉनों को उस भाग में अपवाहित कर सके। अर्थात् धारा तब प्रारंभ होती है जब तार के विभिन्न भागों के इलेक्ट्रॉन विद्युत् क्षेत्र का अनुभव कर अपवाह प्रारंभ कर दें। विद्युत् क्षेत्र लगभग प्रकाश की चाल से स्थापित होता है। यही कारण है कि स्विच 'ऑन' करने का प्रभाव धारा पर लगभग तात्क्षणिक होता है।

उदाहरण 3.1 (a) $1.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^2$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले ताँबे के तार में 1.5 A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें चालक इलेक्ट्रॉनों के माध्य अपवाह चाल का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि ताँबे का प्रत्येक परमाणु धारा के प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है। ताँबे का घनत्व $9.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ तथा इसका परमाणु द्रव्यमान 63.5 u है। (b) ऊपर निकाली गई अपवाह चाल की निम्नलिखित उदाहरणों से तुलना कीजिए। (i) सामान्य तापों पर ताँबे के परमाणुओं की ऊष्मीय चाल (ii) धारा संवहन करने वाले इलेक्ट्रॉनों की चाल (iii) चालक के अनुदिश विद्युत् क्षेत्र की संचरण चाल जो वाहक गति उत्पन्न करती है।

हल

(a) चालक इलेक्ट्रॉन के अपवाह वेग की दिशा विद्युत् क्षेत्र की दिशा के विपरीत है अर्थात् इलेक्ट्रॉन बढ़ते हुए विभव की दिशा से अपवाह करते हैं। अपवाह चाल v_d निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त होगी,

$v_d = (I/neA)$

अब $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $A = 1.0 \times 10^{-7}\mathrm{m}^2$, $I = 1.5$ A। चालक इलेक्ट्रॉनों का घनत्व, n प्रति घन मीटर में परमाणुओं की संख्या के बराबर है (मान लीजिए कि प्रति ताँबे के परमाणु में एक चालक इलेक्ट्रॉन है जो संयोजकता इलेक्ट्रॉन की संख्या 1 के अनुसार यथोचित है)। एक घन मीटर ताँबे का द्रव्यमान 9.0×10^3 kg है। चूँकि 6.0×10^{23} ताँबे के परमाणुओं का द्रव्यमान 63.5 g है, अत:

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^{6} = 8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$$

जिससे हमें अपवाह चाल का निम्न मान प्राप्त होता है:

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-3}\ m\ s^{-1}$$

(b) (i) ताप T पर M द्रव्यमान के ताँबे के एक परमाणु की ऊष्मीय चाल विशिष्ट रूप से $\sqrt{k_B T/M}$ की कोटि की है। k_B बोल्ट्ज़मैन नियतांक है। 300 K पर ताँबे के लिए यह लगभग 4×10^4 m/s है। यह एक चालक में ताँबे के परमाणुओं की अनियमित कंपन चालों को निर्दिष्ट करता है। ध्यान दीजिए कि इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल बहुत कम है। साधारण ताप पर यह विशिष्ट ऊष्मीय चाल की लगभग 10^{-7} गुनी है।

(ii) ताँबे में इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा $(1/2)\ mv_F^2$ ताप $T_0 \approx 10^5$ K के तद्नुरूप है (यहाँ v_F इलेक्ट्रॉन की चाल है)। $(1/2)\ mv_F^2 = k_B T_0$ जहाँ $T_0 \approx 10^5$ K ठोस अवस्था भौतिकी (solid state physics) की एक पुस्तक से यह सूचना ली गई है। इससे हम $v_F = 1.4 \times 10^6$ m/s का आकलन करते हैं। इस प्रकार अपवाह वेग विशिष्ट इलेक्ट्रॉन चालों का 10^{-9} गुना है।

(iii) चालक के अनुदिश गतिशील विद्युत् क्षेत्र की चाल किसी विद्युत् चुंबकीय तरंग की चाल के बराबर है, अर्थात् $3.0 \times 10^8\ m\ s^{-1}$। इसकी तुलना में अपवाह चाल बहुत ही कम है, 10^{-11} गुणक द्वारा कम।

उदाहरण 3.2 1 मीटर लंबे ताँबे के तार के सिरों के बीच 100 V विभवांतर लगाया गया है। इलेक्ट्रॉनों के माध्य अपवाह वेग की गणना कीजिए। 27 °C पर ऊष्मीय वेग से इसकी तुलना कीजिए (उदाहरण 3.1 के परिणाम का उपयोग कीजिए)।

हल

चूंकि $\Delta V = 100$ V, $l = 1$ m,

विद्युत् क्षेत्र $= \frac{\Delta V}{l} = \frac{100}{1} = 100\ Vm^{-1}$

तथा चालकता $\sigma = 5.81 \times 10^7\ \Omega^{-1}m^{-1}$

$$n = 8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$$

$$\therefore \quad v = \frac{\sigma}{en} E = \frac{5.81 \times 10^7 \times 100}{1.6 \times 10^{-19} \times 8.5 \times 10^{28}}$$

$$= 0.43\ m\ s^{-1}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}) \times 300\ K}{9.1 \times 10^{-31}\ kg}}$$

$$= 1.17 \times 10^5\ m\ s^{-1}$$

3.5.1 गतिशीलता

जैसा कि हम देख चुके हैं चालकता गतिमान आवेश वाहकों का परिणाम है। धातुओं में यह गतिमान आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन हैं, आयनित गैस में ये इलेक्ट्रॉन तथा धन आवेशित आयन हैं, विद्युत् अपघट्य में ये धन तथा ऋण दोनों आयन हो सकते हैं। अर्द्धचालक पदार्थों में जैसे जर्मेनियम या सिलिकॉन, चालन आंशिक रूप से इलेक्ट्रॉनों तथा आंशिक रूप से इलेक्ट्रॉन रिक्तियों जिन्हें कोटर (होल) कहते हैं, के द्वारा संपन्न होता है। कोटर (होल) लुप्त हुए इलेक्ट्रॉनों के स्थान हैं जो धन आवेश की तरह कार्य करते हैं (अध्याय 15 देखिए)।

एक महत्त्वपूर्ण राशि गतिशलता μ है जिसे प्रति एकांक विद्युत् क्षेत्र के अपवाह वेग के परिमाण के रूप में परिभाषित करते हैं।

$$\mu = \frac{|v_d|}{E} \qquad (3.20)$$

गतिशीलता इलेक्ट्रॉनों व कोटरों (होलों) दोनों के लिए धनात्मक होती है यद्यपि उनके अपवाह वेग परस्पर एक-दूसरे के विपरीत होते हैं। आवेश वाहक के रूप में इलेक्ट्रॉनों एवं कोटरों (होलों) से युक्त अर्द्धचालक की चालकता इस प्रकार व्यक्त की जाती है :

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h \qquad (3.21)$$

यहाँ μ_e तथा μ_h इलेक्ट्रॉनों व कोटर (होल) की गतिशीलता में है तथा n व p इलेक्ट्रॉन एवं कोटर (होल) की सांद्रताएं हैं। चूंकि

$$v_d = \frac{q\tau E}{m} \qquad (3.22)$$

तथा $\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{q\tau}{m}$

इसलिए

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e} \qquad (3.23)$$

तथा

$$\mu_h = \frac{e\tau_h}{m_h} \qquad (3.24)$$

τ_e तथा τ_h क्रमशः इलेक्ट्रॉनों व कोटरों (होलों) के विश्रांति काल हैं। m_e तथा m_h क्रमशः इलेक्ट्रॉनों व कोटरों (होलों) के द्रव्यमान हैं। प्रत्येक वाहक का आवेश e है।

सारणी 3.3
कमरे के ताप पर कुछ पदार्थों की गतिशीलताएँ, cm^2/Vs में

पदार्थ	इलेक्ट्रॉन	कोटर (होल)
हीरा (Diamond)	1800	1200
सिलिकॉन (Silicon)	1350	480
जर्मेनियम (Germanium)	3600	1800
इंडियम एंटीमोनाइड (InSb)	800	450
गैलियम आर्सेनाइड (GaAs)	8000	300

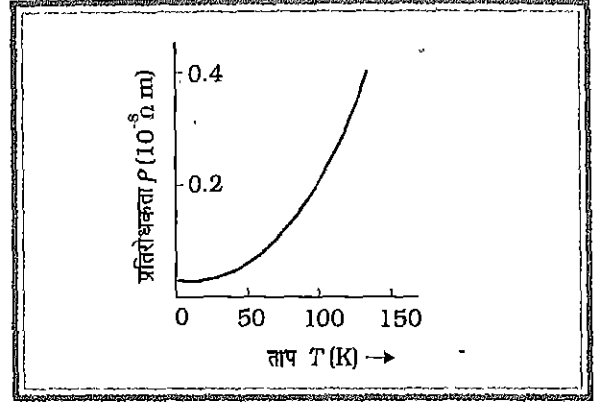
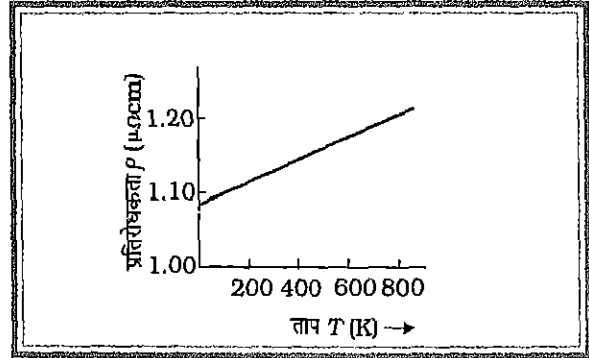
गतिशीलता का SI मात्रक m^2/Vs है तथा यह व्यावहारिक मात्रक में (cm^2/Vs) गतिशीलता की 10^4 गुना है।

3.6 प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता

सभी धात्विक चालकों की प्रतिरोधकता ताप के साथ बढ़ती है। एक सीमित ताप परिसर में यह बहुत ज्यादा नहीं होती। प्रायः किसी धात्विक चालक की प्रतिरोधकता को लगभग एक रैखिक संबंध द्वारा निरूपित करते हैं:

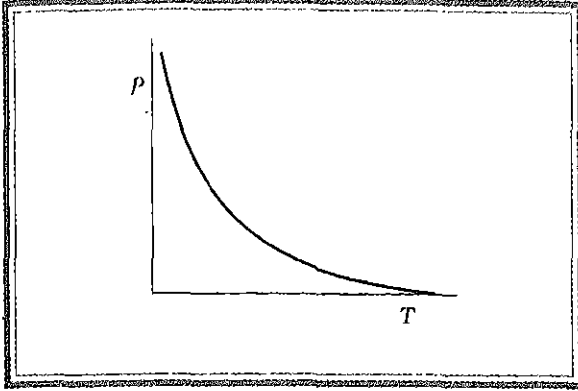
$$\rho_T = \rho_0 \, [1 + \alpha(T - T_0)] \, . \qquad (3.25)$$

जहाँ ρ_0 संदर्भ ताप T_0 पर प्रतिरोधकता है जबकि T ताप पर इसका माप ρ_T है। गुणांक α को प्रतिरोधकता ताप-गुणांक कहते हैं। इसकी विमा प्रति डिग्री सेल्सियस है। कुछ पदार्थों के लिए ρ व α के विशिष्ट मान सारणी 3.1 में दिए गए हैं। यह देखा जा सकता है कि तात्विक धातुओं के लिए $\alpha \sim 4 \times 10^{-3}$ प्रति °C होता है। यद्यपि इन चालकों के लिए निम्न ताप पर ρ की ताप पर निर्भरता चित्र 3.7(a) में दिखलाए गए अनुसार अरैखिक होती है। यद्यपि निम्न तापों पर प्रतिरोधकता ताप के उच्च घात के अनुसार बढ़ती है [चित्र 3.7(a)]।

अन्य अनेक धात्विक चालकों में, उदाहरणस्वरूप नाइक्रोम (निकिल व क्रोमियम की मिश्र धातु) की प्रतिरोधकता बहुत अधिक होती है किंतु ताप पर निर्भरता दुर्बल होती है [चित्र 3.7(b)]। इसी प्रकार, मैंगेनिन (कॉपर, मैंगनीज तथा निकिल की मिश्र धातु) की प्रतिरोधकता लगभग ताप पर निर्भर नहीं करती। नाइक्रोम में परम शून्य पर भी अवशिष्ट प्रतिरोधकता होती है जबकि एक विशुद्ध धातु की प्रतिरोधकता परम शून्य पर प्रायः लुप्त (या बहुत ही कम) होती है। यह एक तथ्य है जिसका उपयोग तात्विक धातुओं की शुद्धता को नापने में किया जा सकता है।

चित्र 3.7 (a) ताप T के फलन के रूप में ताँबे की प्रतिरोधकता ρ_T

चित्र 3.7 (b) परम ताप T के फलन के रूप में नाइक्रोम की प्रतिरोधकता 10^{-8} Ωm अथवा μΩ cm के मात्रकों में तथा ताप केल्विन (Kelvin) में व्यक्त होता है।

कार्बन की प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर घटती है तथा इसका प्रतिरोधकता ताप गुणांक ऋणात्मक होता है। अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर तेजी से घटती है (चित्र 3.8)।

प्रतिरोधकता के समीकरण (3.18) के उपयोग द्वारा इन प्रेक्षणों को गुणात्मक ढंग से समझा जा सकता है :

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

चित्र 3.8 एक विशिष्ट अर्द्धचालक के लिए प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता।

1. किसी धातु के लिए इलेक्ट्रॉनों की संख्या निश्चित है। जैसे-जैसे ताप बढ़ता है परमाणुओं/आयनों के कंपन का आयाम भी बढ़ता है तथा इनके साथ इलेक्ट्रॉनों की टक्कर अधिक प्रभावशाली व बारंबार होती है। इसके परिणाम से τ घटता है और जिससे ρ बढ़ता जाता है। इस प्रकार धातुओं के लिए उनकी प्रतिरोधकता (ρ) ताप के साथ बढ़ती है।

2. विद्युत्रोधी तथा अर्द्धचालकों के लिए विश्रांति काल τ नहीं वरन् मुक्त आवेश वाहकों का संख्या घनत्व ताप के साथ बदलता है। यह दिखलाया जा सकता है कि T ताप पर आवेश वाहकों की संख्या निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त होती है,

$$n(T) = n_0\, e^{-E_g/k_B T} \qquad (3.26)$$

E_g वह ऊर्जा अंतराल है जिससे कि किसी ठोस में संयोजक तथा चालन बैंड पृथक होते हैं (अध्याय 15)। कमरे के ताप पर $k_B T \approx 0.03$ eV। धातुओं के लिए $E_g \approx 0$, इसलिए आवेश वाहकों की संख्या निश्चित होती है जो लगभग $n_0 \approx 10^{28}\ \text{m}^{-3}$ के बराबर होती है। अर्द्धचालकों के लिए E_g लगभग 1 eV अथवा इससे कुछ कम होता है।

विद्युत्रोधी के लिए E_g का मान 1 eV से काफी अधिक होता है। तदनुसार कमरे के ताप पर विद्युत्रोधी पदार्थों की प्रतिरोधकता बहुत अधिक होती है जबकि अर्द्धचालकों की प्रतिरोधकता अपेक्षाकृत कम होती है। समीकरणों (3.18) तथा (3.26) को मिलाने पर हमें प्राप्त होता है

$$\rho_T = \rho_0\, e^{E_g/k_B T} \qquad (3.27)$$

जिससे पता चलता है कि अर्द्धचालकों व विद्युत्रोधी पदार्थों की प्रतिरोधकता ताप घटने से बढ़ती है।

उदाहरण 3.3 एक बिजली के टोस्टर में नाइक्रोम (निकिल व क्रोमियम की मिश्र धातु) को तापन-अवयव के रूप में उपयोग में लाते हैं। जब इसमें नगण्य रूप से कम धारा प्रवाहित की जाती है तो कमरे के ताप (27.0 °C) पर इसका प्रतिरोध 75.3 Ω पाया गया। जब टोस्टर को 230 V आपूर्ति से जोड़ा जाता है तो कुछ सेकंड में धारा का अपरिवर्ती मान 2.68 A हो जाता है। नाइक्रोम तार का स्थायी ताप क्या है? नाइक्रोम का प्रतिरोध ताप गुणांक, जिसका सम्मिलित ताप परिसर में औसत लिया गया है, $1.70 \times 10^{-4}\ °\text{C}^{-1}$ है।

हल

जब अवयव में धारा बहुत कम है तो ऊष्मीय प्रभावों को छोड़ा जा सकता है तब अवयव का ताप T_1 कमरे के ताप के बराबर हो जाता है। जब टोस्टर को आपूर्ति से जोड़ा जाता है तो प्रारंभिक धारा स्थायी मान 2.68 A से कुछ अधिक हो जाएगी। किंतु धारा के ऊष्मीय प्रभाव के कारण ताप बढ़ेगा। यह प्रतिरोध को बढ़ाएगा तथा धारा में कुछ कमी पैदा करेगा। कुछ सेकंडों में स्थायी अवस्था प्राप्त हो जाएगी तथा ताप और नहीं बढ़ेगा। अवयव का प्रतिरोध तथा ली गई धारा दोनों स्थायी मान प्राप्त कर लेंगे।

स्थायी ताप T_2 पर प्रतिरोध R_2 होगा

$$R_2 = \frac{230\ \text{V}}{2.68\ \text{A}} = 85.8\ \Omega$$

संबंध

$$R_2 = R_1\,[1 + \alpha\,(T_2 - T_1)]$$

तथा $\alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ °\text{C}^{-1}$ का उपयोग करने पर

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{75.3 \times 1.70 \times 10^{-4}} = 820\ °\text{C}$$

अर्थात्, $T_2 = (820 + 27.0)\ °\text{C} = 847\ °\text{C}$

इस प्रकार, तापन अवयव का ताप (जब धारा के कारण ऊष्मीय प्रभाव प्रतिवेश के प्रति ऊष्मा क्षय के बराबर होता है) 847 °C है।

उदाहरण 3.4 प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी के प्लेटिनम के तार का प्रतिरोध हिमांक पर 5 Ω तथा भाप बिंदु पर 5.39 Ω है। जब तापमापी को किसी ऊष्मक टब में प्रविष्ट कराया जाता है तो प्लेटिनम के तार का प्रतिरोध 5.795 Ω हो जाता है। टब के ताप की गणना कीजिए।

हल $R_0 = 5\ \Omega$, $R_{100} = 5.23\ \Omega$ तथा $R_t = 5.795\ \Omega$

अब, $t = \dfrac{R_t - R_o}{R_{100} - R_o} \times 100, \qquad R_t = R_o(1+\alpha\, t)$

$$= \frac{5.795-5}{5.23-5}\times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23}\times 100 = 345.65\ ^\circ\text{C}$$

3.7 ओम-नियम की सीमाएँ

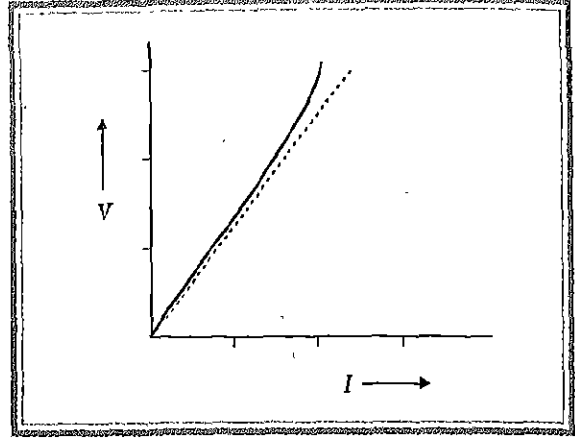
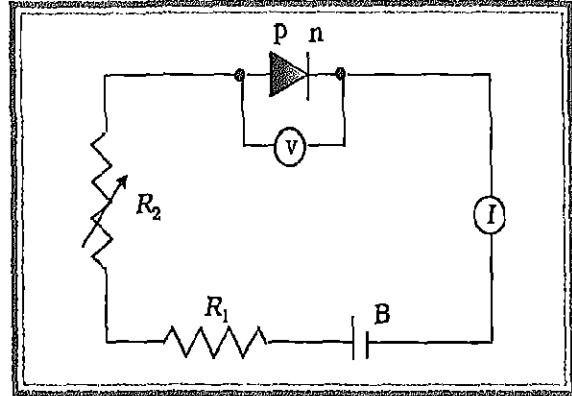
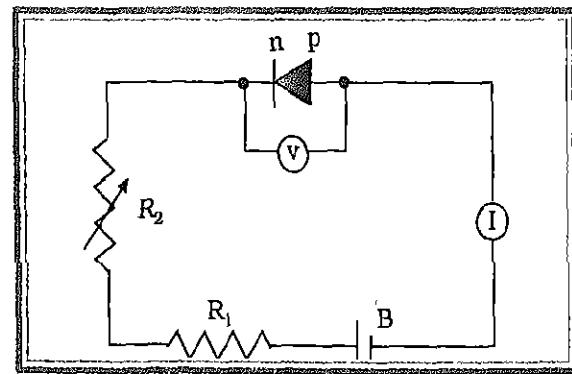
ओम-नियम प्रकृति का मौलिक नियम नहीं है वरन् कुछ निश्चित दशाओं में अनेक पदार्थों में देखा गया एक समान्य गुणधर्म है। इसलिए अनेक उदाहरणों में वोल्टता तथा धारा के मध्य संबंध समीकरण (3.5) से अलग होता है। इनमें से कुछ यहाँ विशेष रूप से उल्लेखनीय हैं।

ऐसे अनेक सामान्य उपयोग के परिपथ के अवयव हैं जिनमें निम्नांकित में से एक या अधिक गुण हो सकते हैं :

(a) V, I पर अरैखिक रूप से निर्भर करता है।

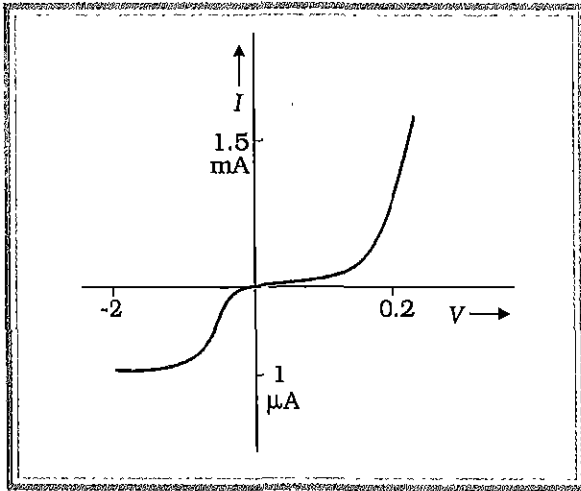
(b) V के उसी परम मान के लिए V तथा I के मध्य संबंध V के चिह्न पर निर्भर करता है।

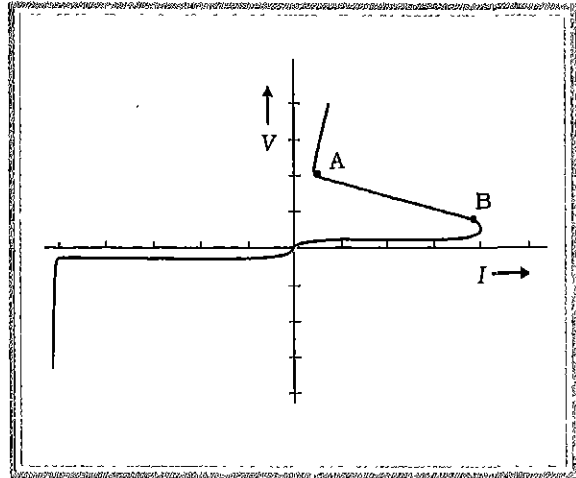
(c) V तथा I के मध्य संबंध एकमात्र संबंध नहीं है अर्थात् उसी धारा I के लिए V के एक से अधिक मान हो सकते हैं।

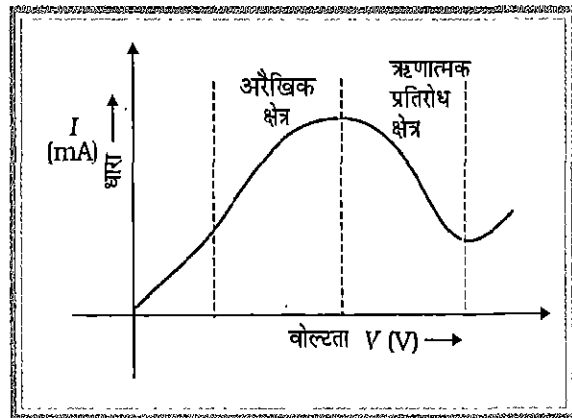
अब हम उदाहरण सहित इसे स्पष्ट करेंगे। चालक से प्रवाहित धारा का मान बढ़ाया जाता है तो चालक और अधिक गर्म हो जाता है और उसका प्रतिरोध बढ़ जाता है। किंतु यदि ताप स्थिर भी रखा जाए तो भी कुछ चालक धारा बढ़ाने के साथ प्रतिरोधकता में वृद्धि प्रदर्शित करते हैं (चित्र 3.9)। यह विश्वसनीय अरैखिक व्यवहार है जिसे, संक्षेप में नीचे दिए गए विवरण के अनुसार p-n संधियों में देखा जा सकता है। उनकी प्रकृति तथा अभिलक्षणों का विस्तृत विवरण अध्याय 15 में दिया गया है।

चित्र 3.9 बिंदुकित रेखा रैखिक ओम-नियम को निरूपित करती है। सतत रेखा चालक के लिए V तथा I के संबंध को दर्शाती है।

चित्र 3.10 (a) एक p-n संधि डायोड दिष्टकारी। अग्रदिशिक बायस में डायोड।

चित्र 3.10 (b) एक p-n संधि डायोड दिष्टकारी। पश्चदिशिक बायस में डायोड।

एक p-n संधि डायोड दिष्टकारी उपरोक्त (a) तथा (b) गुणों को सम्मिलित करता है। उदाहरण के लिए, यह दो प्रकार

के अर्द्धचालकों p तथा n प्रकार के जर्मेनियम की संधि से बनता है (चित्र 3.10)। संधि के बीच एक वोल्टता V को लगाते हैं। परिणामस्वरूप प्राप्त धारा को चित्र (3.11a) में दिखलाया गया है। हम गौर करते हैं कि V, I के समानुपाती नहीं है। इसके अतिरिक्त जब तक पर्याप्त ऋणात्मक वोल्टता V (जिसे ऋण या पश्चदिशिक बायस कहते हैं) न लगाया जाए तब तक बहुत ही कम धारा प्रवाहित होती है जबकि काफी कम वोल्टता की धनात्मक या अग्रदिशिक बायस लगाने पर अधिक मात्रा में धारा प्रवाहित होती है। यह गुण परिपथ अवयव के रूप में इसे उपयोगी बनाती है जो धारा को केवल एक ही दिशा में बहने देता है। इस प्रकार की युक्ति को **दिष्टकारी** कहते हैं।

चित्र 3.11(b) में एक युक्ति जिसे **थाइरिस्टर** कहते हैं, के अभिलाक्षणिक दिए गए हैं जो p- व n-प्रकार के अर्द्धचालकों की चार क्रमागत परतों से निर्मित है। पुनः ध्यान दीजिए कि V, I के समानुपाती नहीं है। (a), (b) तथा (c) सभी गुणों को ग्राफ में देखा जा सकता है। भाग AB दिलचस्प है क्योंकि यहाँ युक्ति द्वारा संचालित धारा वोल्टता बढ़ने के साथ घटती है।

चित्र 3.11 (a) डायोड के अभिलाक्षणिक वक्र। वोल्टता तथा धारा के ऋण व धन मानों के लिए विभिन्न पैमानों को नोट कीजिए।

ओम-नियम की अधिक जटिल तथा मौलिक अथवा अधिक सही तरीके से कहें तो समीकरणों (3.7) तथा (3.18) की भंगता कुछ मिश्र धातुओं में निम्न तापों 4 K या कम पर घटित होती है। उदाहरण के तौर पर, यह पाया गया है कि स्थिर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा उसी पदार्थ के $2l$ लंबाई के तार का प्रतिरोध l लंबाई के तार के प्रतिरोध के दुगने से अधिक होता है। हमने इलेक्ट्रॉन प्रवाह को दाब प्रवणता के अंतर्गत एक नली से होकर प्रवाहित होने वाले श्यान द्रव के समान माना है (कक्षा XI की पाठ्यपुस्तक के अध्याय 9 में प्वाज़यन प्रयोग)। परंतु इलेक्ट्रॉनों में तरंग प्रकृति होती है (अध्याय 12)। यह व्यतिकरण प्रभाव का मार्गदर्शन करता है तथा प्रतिरोध को उस मान की अपेक्षा बढ़ाता है जो तब होता यदि इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह जल के समान होता।

चित्र 3.11 (b) थाइरिस्टर के लिए अभिलाक्षणिक।

GaAs एक ऐसा पदार्थ है जिसमें अरैखिकता अधिक स्पष्ट होती है। वास्तव में यह उतनी होती है जितनी एक निश्चित वोल्टता के बाद चित्र 3.12 में दर्शाया गया है। वोल्टता बढ़ाने के साथ धारा घटती है जैसा कि इसका आशय यह है कि यदि ΔV धनात्मक है तो ΔI ऋणात्मक होता है तथा इस प्रकार प्रभावकारी प्रतिरोध ऋणात्मक प्रतिरोध का "संकल्पनात्मक अर्थ" रखता है। इसका कारण विशिष्ट प्रकार

चित्र 3.12 GaAs में वोल्टता के सापेक्ष धारा में परिवर्तन।

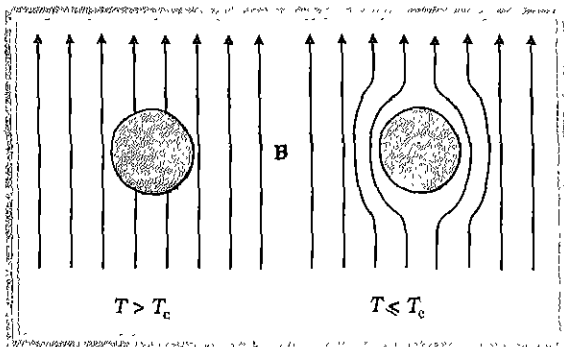
के बैंड-अंतरालों (प्रत्यक्ष तथा अप्रत्यक्ष दोनों बैंड अंतरालों) में निहित होता है, जो इस पदार्थ में विद्यमान होता है। आप अध्याय 15 में अर्द्धचालकों के बैंड अंतराल के विषय में जानेंगे।

3.8 अतिचालकता

अनेक धातुओं एवं मिश्र धातुओं के नमूनों को अत्यधिक कम ताप (जिसे क्रांतिक ताप कहते हैं।) तक ठंडा किया जाता है तो उनकी वैद्युत प्रतिरोधकता अचानक शून्य तक पहुंच जाती है। इस ताप को क्रांतिक ताप (T_C) कहते हैं। इस परिघटना को अतिचालकता तथा ऐसा व्यवहार प्रदर्शित करने वाले पदार्थो को अतिचालक कहते हैं। इस घटना को सबसे पहले 1911 में एच. कामर्लिंग-ऑनेस ने पारे में खोजा जिसका क्रांतिक ताप 4.2 K पाया गया। अतिचालक में स्थापित की गई विद्युत् धारा बहुत अधिक समय तक बनी रहती है। एक अतिचालक माइस्नर-प्रभाव को प्रदर्शित करता है जिसका विवरण नीचे दिया गया है।

3.8.1 माइस्नर-प्रभाव

1933 में माइस्नर तथा ओसेनफेल्ड ने पाया कि यदि किसी चुंबकीय क्षेत्र में एक अतिचालक को उसके क्रांतिक-ताप के नीचे ठंडा किया जाए तो प्रेरण रेखाएँ चित्र 3.13 में दिखलाए अनुसार अतिचालक के बाहर से निकल जाती हैं।

माइस्नर प्रभाव दर्शाता है कि एक स्थूल अतिचालक का व्यवहार ऐसा होता है मानो अतिचालक नमूने के अंदर, $B = 0$।

चित्र 3.13 एक अतिचालक में माइस्नर प्रभाव।

3.8.2 उच्च T_c अतिचालकता

अतिचालकता कुछ पदार्थो, मुख्यतया ऑक्साइडों में काफी उच्च ताप (सारणी 3.4 देखें) तक प्रकट होती है। सन् 1988 में अंतराधातुक यौगिकों में 23 K क्रांतिक ताप को स्थूल अति चालकीय ऑक्साइडों में 1.25 K तक बढ़ा लिया गया। इन अतिचालक ऑक्साइडों के गुण माइस्नर प्रभाव, दीर्घस्थायी धारा तथा लगभग पूर्ण शून्य dc प्रतिरोधकता के सदृश हैं। सन् 1994 तक इन पदार्थों ने पतली परत-युक्ति, उत्थापित वाहनों (लेविटेटिड - वाहनों) तथा अधिक दूर शक्ति संचारण में अपनी व्यापारिक उपयोगिता के प्रति आशा जगाई। अभी तक इस दिशा में उल्लेखनीय सफलता नहीं मिल पायी है।

सारणी 3.4

कुछ अतिचालक पदार्थों का क्रांतिक-ताप T_c(K)

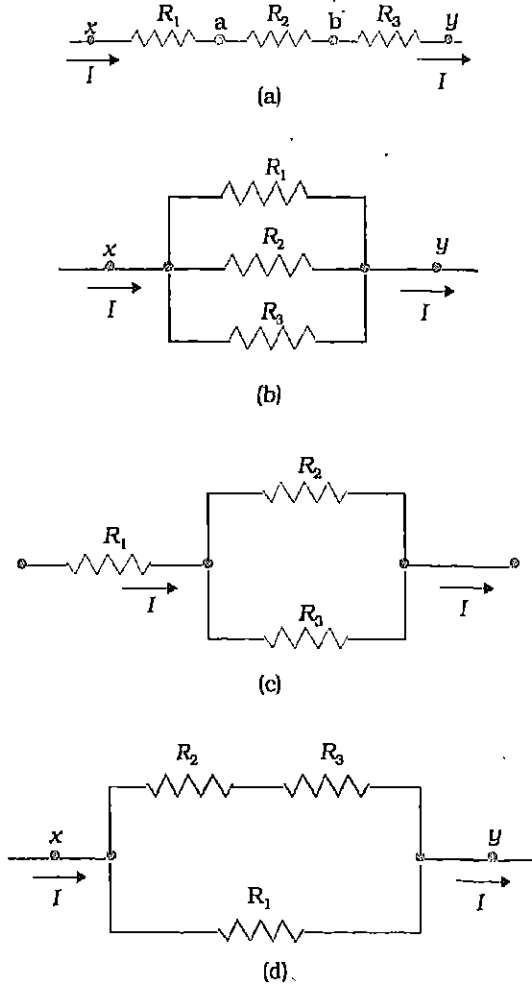
Hg	4.2
Au_2Bi	1.7
Pb_2Au	7.0
$YBa_2Cu_3O_7$	90
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	120

3.9 श्रेणी एवं समांतर क्रम में प्रतिरोधक

चित्र 3.14 में चार विभिन्न तरीकों को स्पष्ट किया गया है जिनमें R_1, R_2 व R_3 प्रतिरोधों के तीन प्रतिरोधकों को x तथा y बिंदुओं के मध्य जोड़ा गया है। समान चित्र 3.14(a) में प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में संयोजित हैं। प्रत्येक अवयव में धारा समान है।

चित्र 3.14(b) में x तथा y बिंदुओं के मध्य जुड़े प्रतिरोधक समांतर क्रम में संयोजित हैं। प्रत्येक प्रतिरोधक इन बिंदुओं के मध्य एक वैकल्पिक मार्ग प्रदान करता है। प्रत्येक अवयव के सिरों पर विभवांतर एकसमान है।

चित्र 3.14(c) में गतिरोधक R_2 व R_3 परस्पर एक-दूसरे के समांतर हैं तथा यह संयोजन प्रतिरोधक R_1 के श्रेणीक्रम में संयोजित है। चित्र 3.14(d) में R_2 व R_3 श्रेणी में हैं तथा यह संयोजन प्रतिरोधक R_1 के साथ समांतर में है। एक ऐसे प्रतिरोध का पाना सदैव संभव होता है जो दिए विद्युत् परिपथ में प्रतिरोधकों के संयोजन को विस्थापित कर सके तथा संयोजन के सिरों पर विभवांतर एवं शेष परिपथ में धारा को अपवर्तित रखे। इस एक प्रतिरोधक के प्रतिरोध को संयोजन का तुल्य प्रतिरोध कहते हैं। यदि परिपथ जालों (नेटवर्कों) में से किसी को तुल्य प्रतिरोध R से विस्थापित करे, तो हम लिख सकते हैं

$$V_{xy} = IR \text{ अथवा } R = \frac{V_{xy}}{I}$$

चित्र 3.14 प्रतिरोधकों के कुछ संयोजन।

यहाँ V_{xy} नेटवर्क के x तथा y सिरों के मध्य विभवांतर है तथा I बिंदु x अथवा y पर धारा है। इसलिए तुल्य प्रतिरोध की गणना की विधि में यह मानते हैं कि वास्तविक परिपथ जाल (नेटवर्क) के मध्य विभवांतर V_{xy} है। तदनुसार धारा I की गणना करते हैं और V_{xy}/I का अनुपात निकाल लेते हैं।

चित्र 3.14(a) के अनुसार यदि प्रतिरोधक श्रेणीक्रम में हैं, प्रत्येक में धारा समान होगी जो मूल-धारा I के बराबर है। इसलिए

$$V_{xa} = IR_1,\ V_{ab} = IR_2 \text{ तथा } V_{by} = IR_3$$

$$V_{xy} = V_{xa} + V_{ab} + V_{by}$$

$$= I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\frac{V_{xy}}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

किंतु $\frac{V_{xy}}{I}$ परिभाषा के द्वारा तुल्य प्रतिरोध है। इसलिए

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \tag{3.28}$$

श्रेणीक्रम में संयोजित अनेक प्रतिरोधकों का तुल्य प्रतिरोध उनके व्यक्तिगत प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।

यदि प्रतिरोधक समांतरक्रम में हैं, जैसा कि चित्र 3.14(b) में दर्शाया गया है तो प्रत्येक के सिरों के मध्य विभवांतर वही होना चाहिए अर्थात् यह V_{xy} के बराबर है। यदि प्रत्येक में धारा क्रमशः I_1, I_2 तथा I_3 द्वारा व्यक्त होती है, तो

$$I_1 = \frac{V_{xy}}{R_1},\ I_2 = \frac{V_{xy}}{R_2},\ I_3 = \frac{V_{xy}}{R_3}$$

चूंकि आवेश x पर संचित नहीं है, इसलिए

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{xy}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

अथवा $$\frac{I}{V_{xy}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

किंतु $\frac{I}{V_{xy}} = \frac{1}{R}$, इसलिए

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.29}$$

समांतरक्रम में, अनेक प्रतिरोधों के लिए तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम उनके व्यक्तिगत प्रतिरोधों के व्युत्क्रम के योग के बराबर होता है। समांतरक्रम में संयोजित दो प्रतिरोधों के विशेष उदाहरण के लिए,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

तथा $$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

चूंकि, $V_{xy} = I_1R_1 = I_2R_2$ अतः

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

तथा समांतरक्रम में दो प्रतिरोधों द्वारा ले जाने वाली धाराएं अपने प्रतिरोधों की व्युत्क्रमानुपाती होती हैं।

चित्र 3.14(c) तथा चित्र 3.14(d) में दर्शाए गए परिपथों का तुल्य प्रतिरोध उसी सामान्य विधि द्वारा निकाला जा सकता है किंतु उन्हें श्रेणीक्रम तथा समांतरक्रम के विन्यास के रूप में लेना अधिक सुविधाजनक है। अत: चित्र 3.14(c) में, R_2 व R_3 के समांतरक्रम में संयोजन को पहले उसके तुल्य प्रतिरोध से स्थानापन्न करते हैं जो R_1 के साथ श्रेणीक्रम में एक सरल संयोजन बनाता है। चित्र 3.14(d) में, R_2 व R_3 का श्रेणी संयोजन प्रतिरोधक R_1 के साथ एक समांतर संयोजन बनाता है। हालांकि, सभी परिपथ नेटवर्कों को श्रेणी या समांतर संयोजन के सरल परिपथों द्वारा प्रदर्शित नहीं किया जा सकता। ऐसे परिपथ नेटवर्कों के लिए विशेष विधियों का उपयोग करते हैं।

3.10 विद्युत् परिपथ तथा किरखोफ के नियम

अधिकांश विद्युत् परिपथ केवल एक ही स्रोत तथा एक ही बाह्य प्रतिरोधक से निर्मित नहीं होते वरन् अनेक स्रोतों, प्रतिरोधकों अथवा अन्य अवयवों जैसे संधारित्रों, मोटरों आदि से निर्मित होते हैं। ये एक जटिल तरीके से परस्पर जुड़े रहते हैं। इस प्रकार के परिपथ के लिए *'परिपथ जाल' (नेटवर्क)* पारिभाषिक शब्द का उपयोग करते हैं।

यहाँ हम विद्युत् परिपथों के आंतरिक प्रतिरोध से विवेचना का प्रारंभ करेंगे तथा श्रेणी व समांतरक्रम में जुड़े प्रतिरोधों की जटिलताओं के अनुभव के बाद हम देखेंगे कि किस प्रकार एक धातु में आवेश की उदासीनता पर आधारित किरखोफ के नियम किस प्रकार विद्युत् गुणों की गणना में हमारी बड़ी सहायता करते हैं।

3.10.1 आंतरिक प्रतिरोध

हम समीकरण (3.3) की ओर वापस लौटते हैं

$$\varepsilon = V + W'$$

विद्युत् वाहक बल स्रोत द्वारा प्रति एकांक आवेश पर किए गए संपूर्ण कार्य ε के कुछ अंश का स्वयं स्रोत में ही उपयोग हो जाता है (W')। ऐसा एक सेल में होता है क्योंकि धन आयनों को निम्न विभव से उच्च विभव की ओर (अथवा ऋण आयनों को उच्च से निम्न विभव की ओर) संचालित करने में विद्युत् अपघट्य के आयन तथा परमाणु प्रतिरोध उत्पन्न करते हैं। अब ओम के नियम से $V = IR$। कल्पना कीजिए कि ओम का नियम स्रोत में भी धारा के प्रवाह के लिए सत्य है। ऐसी स्थिति में हम स्रोत के लिए एक आंतरिक प्रतिरोध निश्चित कर सकते हैं तथा $W' = Ir$ लिख सकते हैं इसलिए समीकरण (3.3) को निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है

$$\varepsilon = V + Ir = IR + Ir = I(R + r)$$

इसे हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं

$$V = \varepsilon - Ir$$

यह इस बात को दर्शाता है कि बाह्य वोल्टता स्रोत के विद्युत् वाहक बल में Ir की मात्रा से छोटा है। ऐसा प्रतीत होता है मानो किसी दिए गए विद्युत् वाहक बल के स्रोत के लिए परिपथ में धारा मालूम करने के निमित्त एक आंतरिक प्रतिरोध r को श्रेणीक्रम में एक बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ दिया गया हो। स्पष्टतया यदि $I = 0$, अर्थात् परिपथ खुला है, $V = V_{\text{खुला}}$ तथा इस स्थित में हमें समीकरण (3.4) प्राप्त होता है।

3.10.2 किरखोफ के नियम

हम ध्यान देते हैं कि समीकरण (3.29)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

इस तथ्य का उपयोग करता है कि संधि x पर कोई भी परिणामी धारा नहीं है अर्थात् प्रवेश करने वाली धारा बाहर निकलने वाली धारा के बराबर है [चित्र 3.14(b) देखिए]। इसके अतिरिक्त किसी प्रतिरोधक के सिरों के बीच में विभवांतर वही है अथवा यदि हम परिपथ $xy \rightarrow yx$ को किन्हीं दो प्रतिरोधकों को समाहित करने वाले पथ द्वारा पूरा करें, तो विभव में कुल परिवर्तन शून्य होगा। ये तथ्य जिन्हें किरखोफ का नियम कहा जाता है अनेक वैद्युत् परिपथ की समस्याओं के लिए लाभप्रद हैं। इनका विस्तृत विवेचन नीचे दिया गया है :

(a) ***प्रथम या संधि का नियम :*** यह नियम इस तथ्य पर आधारित है कि स्थिर अवस्था में चालक के किसी बिंदु पर आवेश संचित नहीं हो सकता। यह अभिव्यक्त करता है कि *अनेक परिपथ अवयवों की किसी संधि पर प्रवेश करने वाली धाराओं का योग उससे निकलने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।* जब तक ऐसा नहीं होता,

परिणामी धन या ऋण आवेश संधि पर परिणामी विद्युत् धारा के बराबर की दर से संचित होता रहेगा। उदाहरण के लिए, चित्र 3.15 के परिपथ पर विचार कीजिए। संधि a पर धारा I_3 अंदर की ओर तथा धाराएं I_1 व I_2 बाहर की ओर प्रवाहित होती हैं। ऐसी अवस्था में,

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (3.30)$$

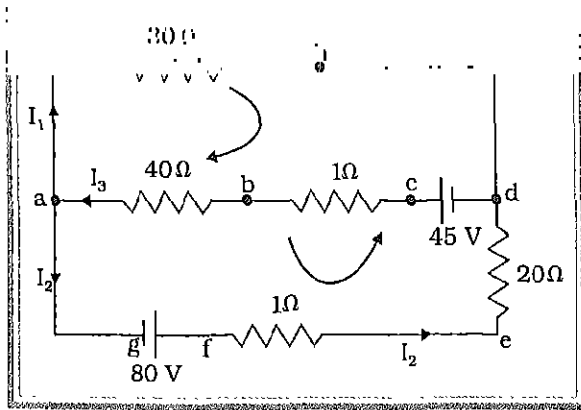
इस परिपथ की किसी अन्य संधि पर इस नियम को यदि लगाएं तो हमें कुछ भी नया नहीं मिलेगा। इस परिपथ के विश्लेषण में आगे प्रगति के लिए हमें नीचे दिए गए दूसरे नियम की आवश्यकता है।

(b) ***द्वितीय या पाश (लूप) का नियम :*** *किसी बंद प्रतिरोधक परिपथ के चारों ओर विभव में परिवर्तनों का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए।* अन्यथा एक बंद पाश (लूप) के चारों ओर किसी विशिष्ट दिशा में परिसंचरण कर रहे आवेश के द्वारा निरंतर ऊर्जा प्राप्त होती रहती है। अत: यह नियम ऊर्जा के संरक्षण पर आधारित है। अब चित्र 3.15 के पाश 'ahdcba' पर विचार करें :

किरखोफ के द्वितीय नियम से हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होता है,

$$-30I_1 - 41I_3 + 45 = 0 \quad [3.31(a)]$$

दूसरे पाश के लिए परिपथ 'ahdefga' लिया गया है। हमें निम्नांकित संबंध उपलब्ध है

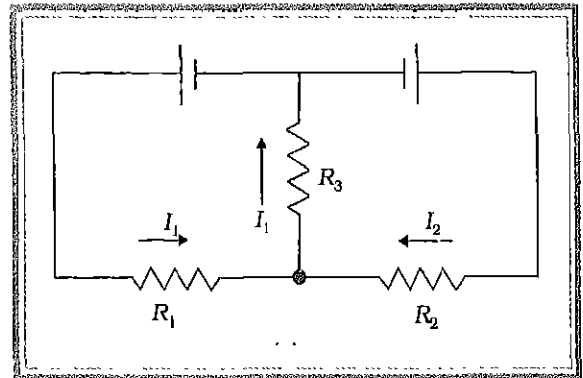
$$-30I_1 + 21I_2 - 80 = 0 \quad [3.31(b)]$$

चित्र 3.15 एक विद्युत् परिपथ

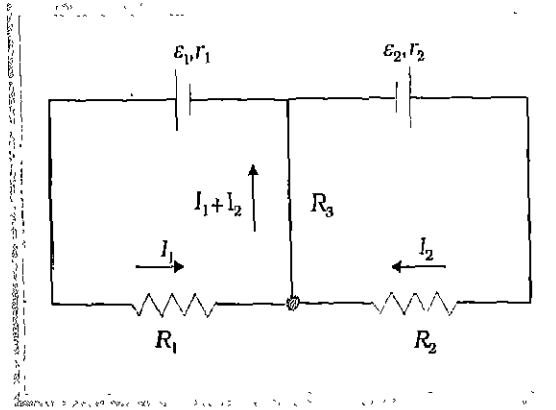
इन तीनों संबंधों [समीकरणों (3.30) से (3.31) तक] का उपयोग धाराओं I_1, I_2 तथा I_3 की गणना के लिए करते हैं। इनके मान क्रमश: 0.86 A, 2.59 A तथा 1.73 A हैं।

इस प्रकार किरखोफ नियम के द्वारा किसी विद्युत् परिपथ के विभिन्न भागों में धारा व वोल्टता का मान ज्ञात किया जा सकता है।

3.10.3 किरखोफ नियम के उपयोग की चिह्न परिपाटी

किरखोफ के नियमों को प्रयुक्त करते समय प्रमुख कठिनाई बीजगणितीय चिह्नों को दृष्टिगत करने में है न कि मूल विचारों को समझाने में। इस कठिनाई से बचने के लिए निम्नलिखित विधि का अनुसरण करना चाहिए।

प्रत्येक अज्ञात धारा या विद्युत् वाहक बल की दिशाओं के काल्पनिक ज्ञान को सम्मिलित करते हुए सभी ज्ञात तथा अज्ञात राशियों को सावधानीपूर्वक चिह्नित करना चाहिए, परंतु इससे कोई अंतर नहीं पड़ता। आश्वासित दिशाओं का उपयोग करके हल निकाला जाता है। किंतु यदि किसी एक विशिष्ट राशि की वास्तविक दिशा काल्पनिक दिशा के विपरीत है तो विश्लेषण द्वारा राशि ऋण चिह्न सहित प्राप्त होगी। इस प्रकार किरखोफ के नियमों के सही उपयोग से अज्ञात धाराओं तथा विद्युत् वाहक बल के परिमाण प्राप्त होते हैं। प्राय: धाराओं को चिह्नित करने के लिए धाराओं को जितना कम से कम हो सके उतनी कम राशियों के पद में व्यक्त करने के लिए बिंदु (संधि) के नियम का उपयोग तत्काल करना लाभप्रद होता है। उदाहरण के लिए, चित्र 3.16(a) सही रूप में चिह्नित परिपथ दर्शाता है तथा चित्र 3.16(b) में वही परिपथ पुन: चिह्नित करके दिखलाया गया है जिसमें I_3 को विलुप्त करने के लिए बिंदु a पर बिंदु (संधि) के नियम का उपयोग हुआ है।

चित्र 3.16(a)

चिह्नों की समस्या के संबंध में अग्रलिखित दिशा निर्देशन पद्धति सहायक होती है :

चित्र 3.16(b)

1. नेटवर्क में किसी बंद पाश (लूप) को चुनिए। पाश में चक्र लगाने के लिए पाश के नियम का उपयोग करते हैं जिसके लिए दिशा (दक्षिणावर्त या वामावर्त) निर्दिष्ट करें।

2. निर्दिष्ट दिशा में पाश (लूप) के चारों ओर बढ़ते हुए विद्युत् वाहक बलों व विभवांतरों को जोड़ते जाइए। यदि (-) से (+) की ओर जाते हैं तो विद्युत् वाहक बल धनात्मक मानते हैं और यदि (+) से (-) की ओर जाते हैं तो उसे ऋणात्मक मानते हैं।

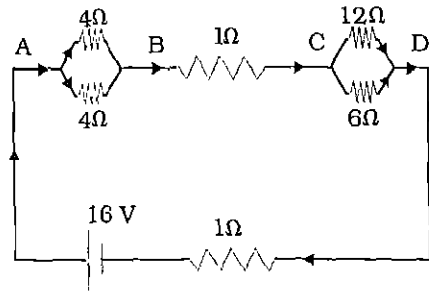
   किसी IR पद को ऋणात्मक मानते है यदि प्रतिरोधक को कल्पित धारा की दिशा में पार करते हैं तथा यदि प्रतिरोध को विपरीत दिशा में पार करें तो IR पद को ऋणात्मक मानते हैं।

3. चरण (2) के योग को शून्य के बराबर कर दीजिए।

4. यदि आवश्यक हो तो अज्ञात राशियों के मध्य एक अन्य संबंध प्राप्त करने के लिए एक-दूसरे पाश (लूप) को चुनिए। जितने समीकरण तथा अज्ञात हों तब तक ऐसा करते जाइए अथवा जब तक चुने गए पाशों में कम से कम एक में परिपथ का प्रत्येक अवयव सम्मिलित न हो गया हो।

उदाहरण 3.5 चित्र 3.17 में दिखाए गए अनुसार 1 Ω आंतरिक प्रतिरोध तक 16 V की एक बैटरी से प्रतिरोधों के एक नेटवर्क को जोड़ा गया है। (a) नेटवर्क के तुल्य प्रतिरोध की गणना कीजिए। (b) प्रत्येक प्रतिरोधक में धारा की गणना कीजिए तथा (c) वोल्टता पतन V_{AB}, V_{BC} तथा V_{CD} ज्ञात कीजिए।

चित्र 3.17

हल

(a) नेटवर्क श्रेणी तथा समांतरक्रम में जुड़े प्रतिरोधों का एक सरल संयोजन है। पहले 4Ω के समांतरक्रम में दो प्रतिरोध एक समतुल्य प्रतिरोध = [(4 × 4)/(4 + 4)] Ω = 2 Ω।

इसी प्रकार, 12 Ω तथा 6 Ω के समांतरक्रम में जुड़े प्रतिरोध एक समतुल्य प्रतिरोध के बराबर हैं जो

[(12 × 6)/(12 + 6)] Ω = 4 Ω होता है।

इन दोनों प्रतिरोधों (2 Ω तथा 4 Ω) को 1 Ω प्रतिरोध के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित करके नेटवर्क का समतुल्य प्रतिरोध R निकाल लेते हैं, अर्थात्

$$R = 2\,\Omega + 4\,\Omega + 1\,\Omega = 7\,\Omega$$

(b) परिपथ में कुल धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16V}{(7+1)\Omega} = 2A$$

A व B के मध्य प्रतिरोधकों पर विचार कीजिए। यदि 4 Ω प्रतिरोधकों में से किसी एक में धारा I_1 है तथा दूसरे में I_2 है तो

$$I_1 \times 4 = I_2 \times 4$$

अर्थात् $I_1 = I_2$ जो भुजाओं की सममिति से भी स्पष्ट है। किंतु $I_1 + I_2 = I = 2$ A। इसलिए $I_1 = I_2 = 1$ A अर्थात् प्रत्येक 4 Ω प्रतिरोधक में धारा 1 A है। बिंदुओं B तथा C के बीच लगे 1 Ω के प्रतिरोधक से प्रवाहित होने वाली धारा का मान 2A है।

पुन: C व D के मध्य प्रतिरोधकों पर विचार कीजिए। यदि 12 Ω प्रतिरोधक में धारा I_3 तथा 6 Ω प्रतिरोधक में धारा I_4 हो, तो

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6, \text{ अर्थात् } I_4 = 2I_3$$

किंतु $I_3 + I_4 = I = 2\,A$

इस प्रकार $I_3 = \left(\frac{2}{3}\right) A,\ I_4 = \left(\frac{4}{3}\right) A$

अर्थात् 12 Ω प्रतिरोधक में धारा (2/3) A जबकि 6 Ω प्रतिरोधक में धारा (4/3) A है।

(c) AB के मध्य विभवपात

$$V_{AB} = I_1 \times 4\,\Omega = 1\,A \times 4\,\Omega = 4\,V$$

जिसे A व B के मध्य संपूर्ण धारा को A व B के मध्य समतुल्य प्रतिरोध के गुणनफल से भी प्राप्त कर सकते हैं। अर्थात्

$$V_{AB} = 2\,A \times 2\,\Omega = 4\,V$$

BC के मध्य विभवपात

$$V_{BC} = 2\,A \times 1\,\Omega = 2\,V$$

अंत में, CD के मध्य विभवपात

$$V_{CD} = 12\,\Omega \times I_3 = 12\,\Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8\,V$$

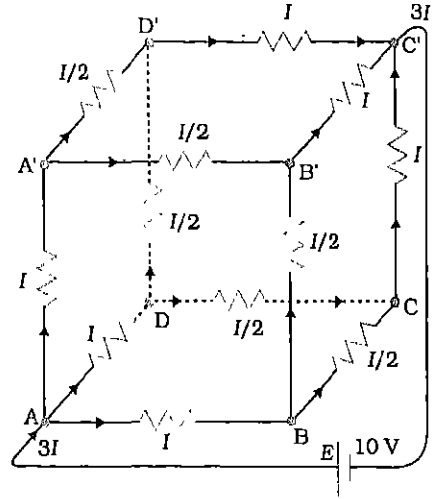
जिसे C व D के मध्य संपूर्ण धारा को C व D के मध्य समतुल्य प्रतिरोध के गुणनफल से भी प्राप्त कर सकते हैं। अर्थात्

$$V_{CD} = 2\,A \times 4\,\Omega = 8\,V$$

ध्यान दीजिए कि A D के मध्य कुल विभवपात $4\,V + 2\,V + 8\,V = 14\,V$ है। इस तरह से बैटरी के सिरों के मध्य वोल्टता 14 V है जबकि विद्युत् वाहक बल 16 V है। वोल्टता में क्षति (= 2 V) बैटरी के आंतरिक प्रतिरोध =1 Ω के द्वारा होती है, 2 A × 1 Ω = 2 V।

उदाहरण 3.6 10 V तथा नगण्य आंतरिक प्रतिरोध की बैटरी एक घनीय परिपथ जाल (नेटवर्क) के विकर्णतः सम्मुख कोनों से जुड़ी है। परिपथ जाल में 1 Ω प्रतिरोध के 12 प्रतिरोधक हैं (चित्र 3.18)। परिपथ जाल का समतुल्य प्रतिरोध तथा घन के प्रत्येक किनारे के अनुदिश धारा ज्ञात कीजिए।

चित्र 3.18

हल

परिपथ जाल प्रतिरोधों के सरल श्रेणीक्रम व समांतरक्रम के संयोजन में परिवर्तित नहीं किया जा सकता तथापि प्रश्न में स्पष्ट सममिति है जिसके उपयोग द्वारा परिपथ जाल के समतुल्य प्रतिरोध को ज्ञात किया जा सकता है।

AA', AD तथा AB पथों को परिपथ जाल में सममितीय विधि से रखा गया है। इसलिए प्रत्येक में वही धारा होनी चाहिए। मान लीजिए कि यह I है। इसके अतिरिक्त A', B व D सिरों पर आगत धारा I को दो समान निर्गत शाखाओं में टूटना चाहिए। इस प्रकार, घन के सभी 12 किनारों में धारा को सरलतापूर्वक I के पद में लिख सकते हैं। इसमें किरखोफ के प्रथम नियम तथा प्रश्न की सममिति का उपयोग करते हैं।

आगे एक बंद परिपथ ABCC'EA लेते हैं जिसमें किरखोफ के द्वितीय नियम का उपयोग करते हैं:

$$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$$

यहाँ प्रत्येक किनारे का प्रतिरोध R है तथा बैटरी का विद्युत् वाहक बल ε है।

इस प्रकार,

$$\varepsilon = \frac{5}{2} I R$$

परिपथ जाल (नेटवर्क) का समतुल्य प्रतिरोध R_{eq} निम्नवत् है:

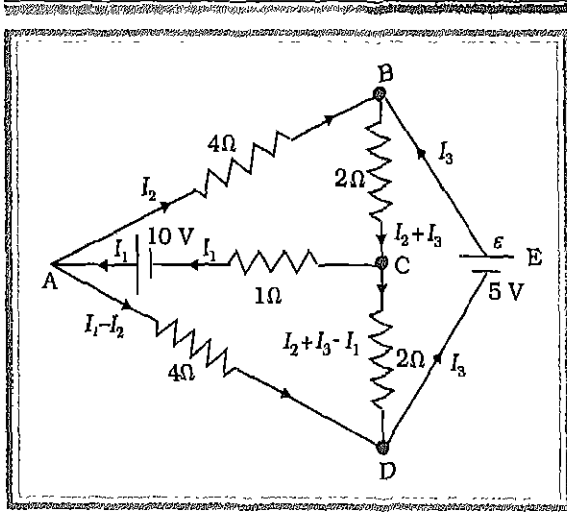
$$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R$$

$R = 1\,\Omega$ के लिए $R_{eq} = (5/6)\,\Omega$ तथा $\varepsilon = 10\,V$ के लिए, परिपथ जाल (नेटवर्क) में कुल धारा 3I

$$3I = 10\,V/(5/6)\,\Omega = 12\,A \text{ अर्थात् } I = 4\,A$$

प्रत्येक किनारे में प्रवाहित होने वाली धारा को अब चित्र 3.18 से जाना जा सकता है।

इस बात पर ध्यान दिया जाना चाहिए कि परिपथ जाल की सममिति के कारण उदाहरण 3.6 में किरखोफ के नियम की बड़ी उपयोगिता बहुत स्पष्ट नहीं है। एक सामान्य परिपथ जाल में सममिति के कारण इस प्रकार का सरलीकरण नहीं होता। इसलिए संधियों एवं बंद पाशों में (इनकी संख्या उतनी होनी चाहिए जितने कि नेटवर्क में अज्ञात हैं) किरखोफ के नियमों के उपयोग द्वारा समस्या को हल कर सकते हैं। यह उदाहरण 3.7 में स्पष्ट किया गया है।

उदाहरण 3.7 चित्र 3.19 में दिखलाए गए परिपथ जाल की प्रत्येक शाखा में धारा ज्ञात कीजिए।

चित्र 3.19

हल

परिपथ की प्रत्येक शाखा के लिए एक अज्ञात धारा निर्धारित की गयी है जिसे किरखोफ के नियम से ज्ञात करना है। प्रारंभ में ही अज्ञातों की संख्या कम करने के लिए प्रत्येक शाखा में अज्ञात धारा को निर्दिष्ट करने हेतु किरखोफ के प्रथम नियम का उपयोग करते हैं। इस प्रकार, हमारे पास तीन अज्ञात धाराएँ I_1, I_2 तथा I_3 हैं जिन्हें तीन विभिन्न बंद पाशों में किरखोफ के द्वितीय नियम के उपयोग से ज्ञात कर सकते हैं।

बंद पाश ADCA में किरखोफ के द्वितीय नियम के उपयोग से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है:

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0 \quad \text{(a)}$$

अर्थात् $7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10$

बंद पाश ABCA के लिए हमें प्राप्त होता है

$$10 - 4I_2 - 2\,(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

अर्थात् $I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10$ (b)

बंद पाश BCDEB के लिए हमें प्राप्त है

$$5 - 2\,(I_2 + I_3) - 2\,(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

अर्थात् $2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5$ (c)

समीकरण (a), (b) व (c) तीन युगपत समीकरण हैं जिनमें तीन राशियाँ अज्ञात हैं, इन्हें सामान्य विधि से हल किया जा सकता है। इस प्रकार,

$$I_1 = 2.5\,A, \quad I_2 = \frac{5}{8}\,A, \quad I_3 = 1\frac{7}{8}\,A$$

परिपथ जाल की विभिन्न शाखाओं में धाराएँ इस प्रकार हैं:

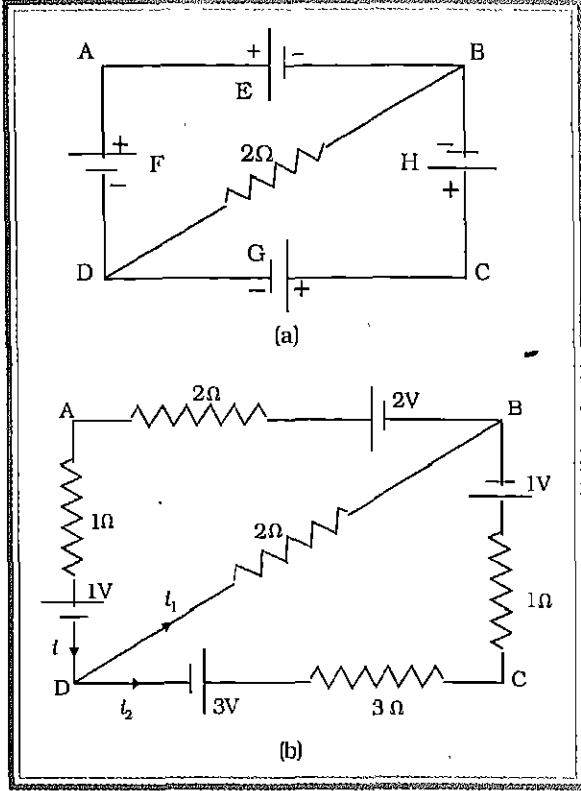
$$AB : \frac{5}{8}\,A, \quad CA : 2\frac{1}{2}A, \quad DEB : 1\frac{7}{8}A,$$

$$AD : 1\frac{7}{8}\,A, \quad CD : 0A, \quad BC : 2\frac{1}{2}A$$

यह आसानी से सत्यापित किया जा सकता है कि यदि किरखोफ के नियम को शेष बंद पाशों में उपयोग किया जाए तो हमें कोई अन्य स्वतंत्र समीकरण नहीं प्राप्त होगा अर्थात् धाराओं के उपरोक्त मान परिपथ जाल के हर बंद पाश के लिए द्वितीय नियम को संतुष्ट करेंगे। उदाहरण के तौर पर बंद परिपथ BADEB के लिए कुल विभवपात

$$5\,V + \left(\frac{5}{8} \times 4\right)V - \left(\frac{15}{8} \times 4\right)V$$

शून्य होगा। जैसा कि किरखोफ के द्वितीय नियम द्वारा अपेक्षित है।

उदाहरण 3.8 चित्र 3.20(a) में दिखलाए गए परिपथ में E, F, G तथा H 2V, 1V, 3V तथा 1V विद्युत् वाहक बल के सेल हैं। इन सेलों के आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः $2\,\Omega$, $1\,\Omega$, $3\,\Omega$ तथा $1\,\Omega$ हैं। (a) B व D के मध्य विभवांतर को ज्ञात कीजिए। (b) प्रत्येक सेल G व H के सिरों के मध्य विभवांतर की गणना कीजिए।

चित्र 3.20

हल

चित्र 3.20 में दर्शाए गए परिपथ विद्युत् वाहक बलों और आंतरिक प्रतिरोधों को साफ-साफ प्रदर्शित करते हैं।

(a) $i = i_1 + i_2$ (i)

पाश ABDA में किरखोफ के नियम के उपयोग से

$$2 \times i + 1 \times i + 2 \times i_1 = 2 - 1 = 1$$

$$3i + 2i_1 = 1 \quad \text{(ii)}$$

पाश DCBD में किरखोफ के द्विवितीय नियम से

$$3 \times i_2 + 1 \times i_2 - 2 \times i_1 = 3 - i$$

$$4i_2 - 2i_1 = 2 \quad \text{(iii)}$$

(i), (ii) तथा (iii) को हल करने पर

$$i_1 = -\frac{1}{13}\text{A},\ i_2 = \frac{6}{13}\text{A, तथा } i = \frac{5}{13}\text{A}$$

B व D के मध्य विभवांतर

$$V_1 = i_1 \times 2 = \frac{2}{13}\text{V}$$

(b) सेल G एवं सेल H के सिरों के मध्य विभवांतर क्रमश:

$$V_2 = \varepsilon - i_2 R = 3 - \frac{3}{13} \times 6 = 1.615\text{ V}$$

$$V_3 = \varepsilon - i_2 \times R$$

$$= 1 - \frac{6}{13} \times 1 = 0.54\text{ V}$$

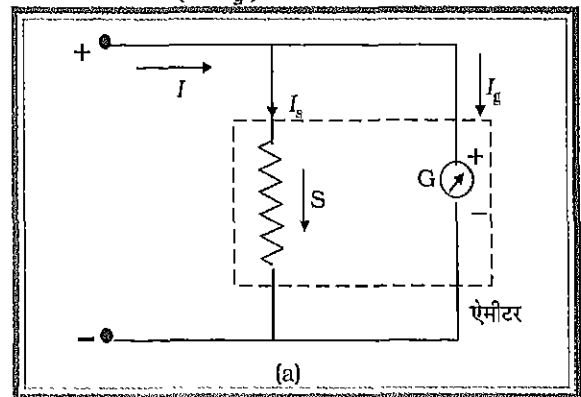
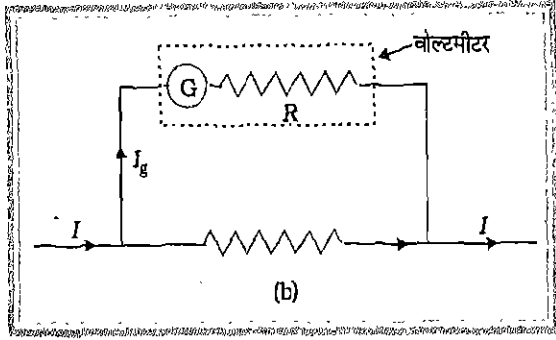
3.11 वोल्टता, धारा तथा प्रतिरोधों का मापन

3.11.1 वोल्टमीटर तथा ऐमीटर

अभी तक धारा, वोल्टता तथा प्रतिरोधों जैसे प्राचलों के मापन के लिए कुछ नहीं कहा गया है। राशियों को मापने के लिए एक मौलिक उपकरण गैल्वेनोमीटर है जिसमें उत्पन्न विक्षेप उससे प्रवाहित हो रही विद्युत् धारा के समानुपाती होता है। गैल्वेनोमीटर के उपयोग से हम वोल्टता तथा धारा मापने के लिए उपकरणों का निर्माण कर सकते हैं। इन्हें हम क्रमश: वोल्टमीटर तथा ऐमीटर कहते हैं।

ऐमीटर को परिपथ के श्रेणीक्रम में जोड़ते हैं क्योंकि वह उसमें से प्रवाहित होने वाली धारा को मापने के लिए उपयोग में लाया जाता है। परिपथ के श्रेणीक्रम में ऐमीटर के लगाने से उसमें से प्रवाहित होने वाली धारा नहीं बदलनी चाहिए। यह स्पष्ट संकेत देता है कि ऐमीटर का प्रतिरोध शून्य होना चाहिए। ऐमीटर का प्रभावकारी प्रतिरोध बहुत कम होता है। ऐसा करने के लिए G प्रतिरोध के गैल्वेनोमीटर के समांतरक्रम में एक शंट S (कम प्रतिरोध) जोड़ते हैं [चित्र 3.21 (a)]।

यदि पूरे पैमाने के विक्षेप के लिए धारा I_g है, गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध G है, शंट का प्रतिरोध S है, शंट की धारा I_s है, कुल धारा $I = (I_g + I_s)$ है तो शंट प्रतिरोध का मान निम्नलिखित होगा।

$$S = G\left(\frac{I_g}{I - I_g}\right) \quad (3.32)$$

चित्र 3.21(a) ऐमीटर।

चित्र 3.21(b) वोल्टमीटर।

गैल्वेनोमीटर की कुंडली के श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध R को जोड़ कर गैल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में बदला जा सकता है [चित्र 3.21 (b)]। उच्च प्रतिरोध के द्वारा उसके सिरों के बीच जोड़े गए दूसरे परिपथों में प्रवाहित होने वाली धारा के पात को कम किया जा सकता है। जोड़े गए उच्च प्रतिरोध तथा दी गई वोल्टता के लिए वोल्टमीटर से गुजरने वाली धारा कम होगी।

$$I_g = V/(R+G)$$

$$R + G = V/I_g$$

यहाँ I_g पूर्ण पैमाना विक्षेप धारा है तथा R गैल्वेनोमीटर के श्रेणीक्रम में जुड़ा उच्च प्रतिरोध है। गैल्वेनोमीटर से प्रवाहित होने वाली धारा I_g है।

$$R = \left(\frac{V}{I_g} - G\right) \qquad (3.33)$$

समीकरण (3.32) तथा (3.33) किसी गैल्वेनोमीटर को क्रमशः ऐमीटर तथा वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए आधार का निर्माण करते हैं।

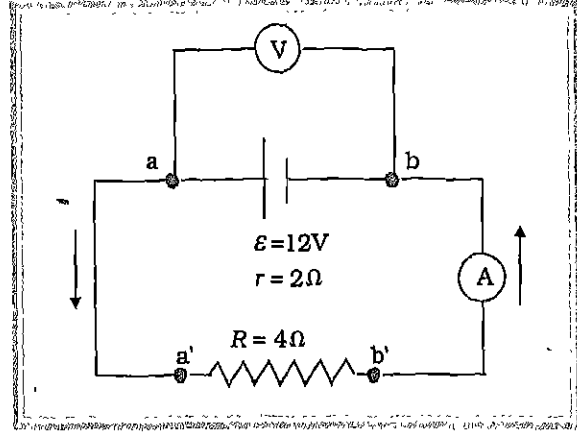
उदाहरण 3.9 पूर्ण परिपथ निर्मित करने के लिए चित्र 3.22 में दिखलाए गए अनुसार एक ऐमीटर A तथा $R = 4\ \Omega$ प्रतिरोध को एक प्रतिरोधक स्रोत्र के सिरों से जोड़ा गया है। इसका विद्युत् वाहक बल 12 V तथा आंतरिक प्रतिरोध 2 Ω है। वोल्टमीटर तथा ऐमीटर के पाठ्यांकों को पढ़िए।

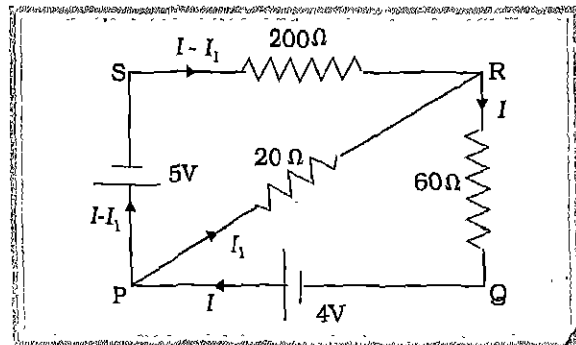
हल

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{4+2} = 2\text{A}$$

अब $\quad V_{a'b'} = IR = (2\text{ A} \times 4\ \Omega) = 8\text{ V}$

तथा $\quad V_{ab} = \varepsilon - Ir = 12\text{V} - 2\text{ A} \times 2\ \Omega = 8\text{ V}$

वोल्टमीटर का पाठ्यांक 8 V तथा ऐमीटर का पाठ्यांक 2 A है।

चित्र 3.22

उदाहरण 3.10 परिपथ जाल PQRS (चित्र 3.23) निम्नलिखित प्रकार से बनाया गया है: PQ में 4 V की तथा नगण्य प्रतिरोध की एक बैटरी है जिसको धनात्मक टर्मिनल P से जोड़ा गया है; QR 60 Ω का एक प्रतिरोध है। PS में 5 V तथा नगण्य प्रतिरोध की एक बैटरी है जिसका धनात्मक टर्मिनल P से जोड़ा गया है। RS 200 Ω का प्रतिरोध है। यदि 20 Ω प्रतिरोध का एक मिलीऐमीटर P तथा R के मध्य जोड़ा गया हो तो मिलीऐमीटर के पाठ्यांक की गणना कीजिए।

चित्र 3.23

हल

PQRP पाश में किरखोफ के नियम के उपयोग से

$$4 = 20\, I_1 + 60\, I \qquad (1)$$

PSRP पाश पर विचार करने से

$$-5 = 200\,(I - I_1) - 20\,I_1$$
$$-1 = 40\,I - 40\,I_1 - 4\,I_1$$
$$40\,I - 44\,I_1 = -1 \qquad \text{(ii)}$$

(ii) को 3 से गुणा करने पर हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$$120\,I - 132\,I_1 = -3 \qquad \text{(iii)}$$

(i) को 2 से गुणा करने पर

$$120\,I + 40\,I_1 = 8 \qquad \text{(iv)}$$

(iii) तथा (iv) को हल करने पर

$$I_1 = 11/172 = 0.064\ \text{A}$$

उदाहरण 3.11 0.80Ω प्रतिरोध के ऐमीटर के द्वारा 1.0 A तक की धारा मापी जा सकती है (a) शंट का प्रतिरोध कितना होना चाहिए ताकि ऐमीटर द्वारा 5.0 A तक की धारा मापी जा सके? (b) ऐमीटर तथा शंट का सम्मिलित प्रतिरोध कितना होगा?

हल

अधिकतम धारा जो गैल्वेनोमीटर से गुजर सकती है

$I_g = 1.0$ A

गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध $G = 0.80\ \Omega$

(a) परिपथ में कुल धारा $I = 5.0$ A

शंट प्रतिरोध $S = ?$

हमें ज्ञात है

$$I = I_g\left(\frac{S+G}{S}\right)$$

$$5 = 1\left(\frac{S+0.8}{S}\right) = 1 + \frac{0.8}{S}$$

अथवा $S = \dfrac{0.8}{4} = 0.2\ \Omega$

(b) सम्मिलित प्रतिरोध

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{0.8} + \frac{1}{0.2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1+4}{0.8}$$

अथवा $R = 0.16\ \Omega$

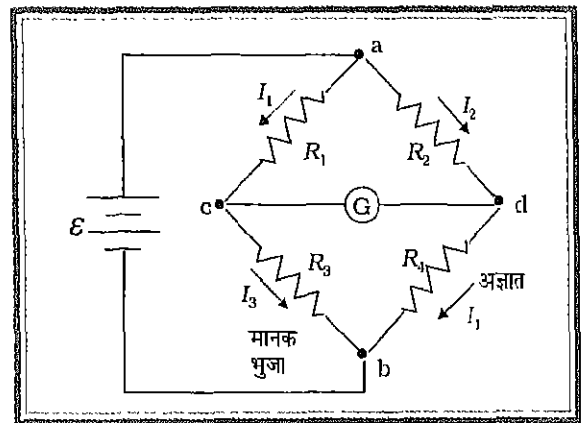
3.11.2 व्हीटस्टोन सेतु

चित्र 3.24 व्हीटस्टोन सेतु के मौलिक आरेख को प्रदर्शित करता है। सेतु में चार प्रतिरोधी भुजाएं होती हैं। इसके साथ ही विद्युत् वाहक बल का स्रोत (एक बैटरी) तथा एक गैल्वेनोमीटर भी जुड़ा है। गैल्वेनोमीटर शून्य (नल) संसूचक है। गैल्वेनोमीटर से प्रवाहित होने वाली धारा बिंदु c व d के मध्य विभवांतर पर निर्भर करती है। जब गैल्वेनोमीटर के बीच विभवांतर 0 V होता. है जिससे गैल्वेनोमीटर में धारा प्रवाहित नहीं होती, तब सेतु को संतुलन में कहा जाता है। यह अवस्था तब होती है जब बिंदु c से बिंदु a तक की वोल्टता बिंदु d से बिंदु a तक की वोल्टता के बराबर होती है अथवा बैटरी के दूसरे सिरे के संदर्भ में जब बिंदु c से बिंदु b तक की वोल्टता बिंदु d से बिंदु b तक की वोल्टता के बराबर होती है। इस प्रकार सेतु संतुलित होता है जब

$$I_1R_1 = I_2R_2 \qquad (3.34)$$

यदि गैल्वेनोमीटर की धारा शून्य है तो निम्नलिखित शर्तें भी अस्तित्व में रहती हैं:

$$I_1 = I_3 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3} \qquad (3.35)$$

तथा $$I_2 = I_4 = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_4} \qquad (3.36)$$

चित्र 3.24 व्हीटस्टोन सेतु।

समीकरणों (3.34), (3.35) तथा (3.36) के संयोजन तथा इनके सरलीकरण से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$$\frac{R_1}{R_1+R_3}=\frac{R_2}{R_2+R_4} \tag{3.37}$$

इससे हमें प्राप्त होता है

$$R_1R_4=R_2R_3 \tag{3.38}$$

समीकरण (3.38) व्हीटस्टोन सेतु के संतुलन का एक सुपरिचित व्यंजक है। यदि इनमें से तीन प्रतिरोधों के मान ज्ञात हैं तो समीकरण (3.38) से चौथे प्रतिरोध के मान को ज्ञात कर सकते हैं। इस प्रकार यदि R_4 एक अज्ञात प्रतिरोधक है तो इसके प्रतिरोध को अन्य प्रतिरोधकों के प्रतिरोधों के पद में व्यक्त किया जा सकता है

$$R_4=R_3\frac{R_2}{R_1} \tag{3.39}$$

प्रतिरोध R_3 को सेतु की मानक भुजा कहते हैं तथा R_2 व R_1 **अनुपात** भुजाएं कहलाती हैं।

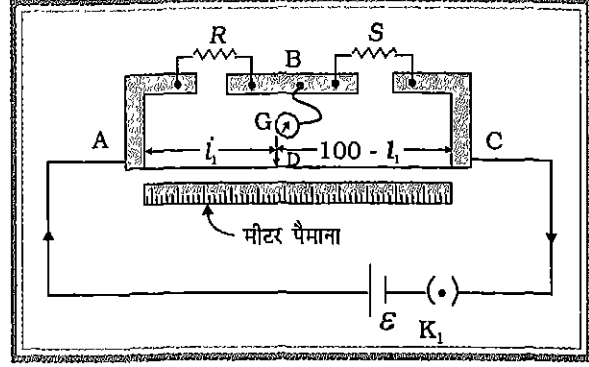
3.11.3 मीटर सेतु – व्हीटस्टोन सेतु का विशिष्ट उदाहरण

यह व्हीटस्टोन सेतु का सरलतम रूप है तथा दो प्रतिरोधों को अधिक शुद्धता से तुलना करने के लिए इसका विशेष रूप से उपयोग होता है। मीटर सेतु की रचना चित्र (3.25) में दिखलाई गई है। यह एक मीटर लंबे तार से निर्मित होता है जिसे लंबवत् मुड़ी दो ताँबे की पट्टिकाओं के मध्य कस दिया जाता है तथा इसमें संयोजन के दो बिंदु होते हैं। इसमें दो रिक्तियाँ होती हैं जिसमें से एक में एक ज्ञात प्रतिरोध तथा दूसरे में अज्ञात प्रतिरोध जिसे ज्ञात करना है, संयोजित करते हैं। BD के मध्य एक जॉकी द्वारा गैल्वेनोमीटर को जोड़ते हैं तथा AC के मध्य एक सेल जोड़ते हैं। संयोजन के बाद जॉकी को तार के अनुदिश खिसकाते हैं तथा शून्य विक्षेप प्राप्त करते हैं। l_1 तथा $(100-l_1)$ लंबाइयों के दो खंड व्हीटस्टोन सेतु के दो प्रतिरोध निर्मित करते हैं। दूसरे दो प्रतिरोध R व S हैं। उपयोग में लाया जाने वाला तार समान धातु तथा समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का होता है। निम्नलिखित संबंध द्वारा प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है:

$$\frac{R}{S}=\frac{\sigma l_1}{\sigma(100-l_1)}$$

$$\frac{R}{S}=\frac{l_1}{100-l_1}$$

$$R=S\frac{l_1}{100-l_1} \tag{3.40}$$

यहाँ σ तार की प्रति एकांक लंबाई का प्रतिरोध है तथा l_1 तार के एक सिरे से शून्य बिंदु के बीच की दूरी है। सेतु उस स्थिति में सर्वाधिक संवेदी होता है जब शून्य बिंदु तार के मध्य बिंदु के आसपास होता है। ऐसा सिरों के प्रतिरोधों के कारण होता है।

चित्र 3.25

अंत्य संशोधनः कभी-कभी तार के अंतिम बिंदुओं पर तार की कुछ लंबाई धात्विक पट्टियों के नीचे होती है तथा परिणामस्वरूप लंबाई l_1 या $(100-l_1)$ के अलावा शुद्ध मापों के लिए कुछ अतिरिक्त लंबाई जोड़ी जानी चाहिए। इस अतिरिक्त लंबाई के कारण जो प्रतिरोध होता है उसे **अंत्य प्रतिरोध** कहते हैं। यदि अंत प्रतिरोध कम है तो इसे ज्ञात करने के लिए पहले ज्ञात प्रतिरोधों P व Q को रिक्तियों में जोड़ कर पाठ्यांक l_1 के तदनुरूप शून्य बिंदु निकालते हैं। पुनः P व Q की स्थितियों को परस्पर बदल कर पाठ्यांक l_2 के तदनुरूप लंबाई l_2 निकालते हैं। मान लीजिए कि अपने-अपने सिरों पर धात्विक पट्टियों के नीचे लंबाइयाँ α व β हैं। ऐसी स्थिति में

$$\frac{P}{Q}=\frac{\sigma l_1+\alpha}{100-l_1+\beta} \tag{3.41}$$

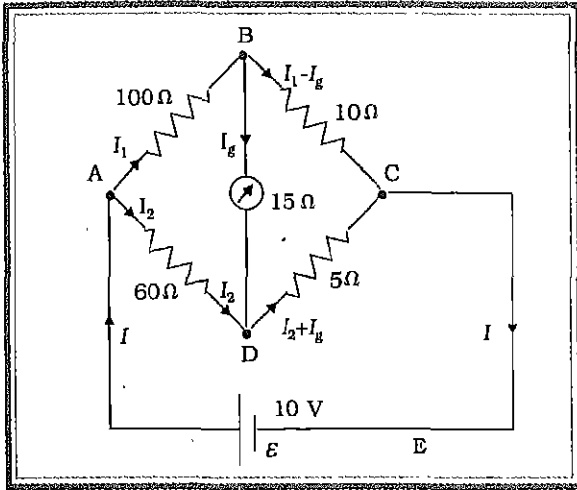
$$\frac{Q}{P}=\frac{l_2+\alpha}{100-l_2+\beta} \tag{3.42}$$

समीकरण (3.41) व (3.42) को हल करने पर

$$\alpha=\frac{Ql_1-Pl_2}{P-Q} \tag{3.43}$$

$$\beta=\frac{Pl_1-Ql_2}{P-Q}-100 \tag{3.44}$$

इस प्रकार α,β मानों की गणना की जा सकती है तथा जब सही मापों की आवश्यकता है तो इनका उचित परिकलन करते हैं।

उदाहरण 3.12 व्हीटस्टोन सेतु की चार भुजाओं (चित्र 3.26) के प्रतिरोध निम्नवत् हैं
AB = 100 Ω, BC = 10 Ω, CD = 5 Ω तथा DA = 60 Ω। 15 Ω प्रतिरोध के एक गैल्वेनोमीटर को BD के बीच जोड़ा गया है। गैल्वेनोमीटर से प्रवाहित होने वाली धारा की गणना कीजिए जब AC के मध्य 10 V का विभवांतर रखा गया हो।

चित्र 3.26

हल
पाश BADB पर विचार करने पर

$$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$$

अथवा $20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0$ (i)

पाश BCDB पर विचार करने पर

$$10(I - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0$$

$$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$$

$$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0 \quad \text{(ii)}$$

पाश ADCEA पर विचार करने पर

$$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$$

$$65I_2 + 5I_g = 10$$

$$13I_2 + I_g = 2 \quad \text{(iii)}$$

समीकरण (ii) को 10 से गुणा करने पर

$$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0 \quad \text{(iv)}$$

(iv) व (i) से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$$63I_g - 2I_2 = 0$$

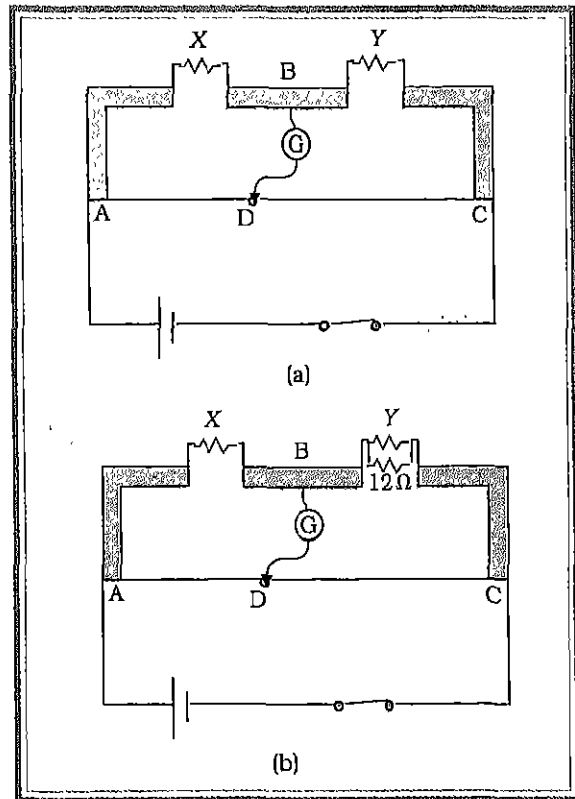
$$I_2 = \frac{63}{2}I_g = 31.5I_g \quad \text{(v)}$$

I_2 के मान को समीकरण (iii) में स्थापन्न करने पर

$$13(31.5I_g) + I_g = 2$$

$$410.5\,I_g = 2$$

$$I_g = 4.87 \text{ mA}$$

उदाहरण 3.13 चित्र 3.27(a) में एक मीटर सेतु दिखलाया गया है (जो प्रायोगिक व्हीटस्टोन सेतु के अतिरिक्त और कुछ नहीं है)। यह दो प्रतिरोधकों X व Y तथा साथ में समांतरक्रम में जुड़े समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के एक मीटर लंबे कांस्टेंटन तार से निर्मित है। एक चलायमान स्पर्श D की सहायता से तार के दो खंडों के प्रतिरोधों के अनुपात को तब तक बदलते हैं जब तक कि B व D के मध्य जोड़ा गया एक संवेदी गैल्वेनोमीटर G कोई विक्षेप न दिखलाए। सिरे A से 33.7 cm की दूरी पर शून्य बिंदु पाया गया है। प्रतिरोध Y को

चित्र 3.27 (a) तथा (b)

12.0Ω के प्रतिरोध Y' से शंट किया गया है [चित्र 3.27(b)]। इससे शून्य बिंदु 18.2 cm की दूरी से विस्थापित हो गया है। प्रतिरोधों X व Y के मानों को निकालिए।

हल

चूंकि तार एकसमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का है, तार के दो खंडों AD तथा DC की प्रतिरोध लंबाइयां AD तथा DC के अनुपात में हैं। व्हीटस्टोन सेतु के शून्य बिंदु की शर्त का उपयोग करने पर,

$$(X/Y) = (33.7/66.3) \quad (1)$$

जब Y को प्रतिरोध 12.0 Ω द्वारा शंट करते हैं तो उसका प्रभावकारी प्रतिरोध बदल जाता है:

$$Y' = 12Y/(Y+12)$$

स्पष्ट है कि Y', Y से कम है, इसलिए अनुपात X/Y' का मान अनुपात X/Y के मान से अधिक होगा। इसलिए शून्य बिंदु को C सिरे की ओर खिसकना चाहिए, अर्थात्

$$(X/Y') = (51.9/48.1)$$

अथवा $X(Y+12)/12Y = (51.9/48.1)$

अर्थात् $\dfrac{Y+12}{12} = \left(\dfrac{51.9}{48.1}\right) \times \dfrac{66.3}{33.7}$

जिससे Y = 13.5 Ω तथा Y का मान (1) में रखने पर X = 6.86 Ω प्राप्त होता है।

3.11.4 विभवमापी

यह उपकरण मीटर सेतु के समरूप है सिवाय इसके लिए इसमें प्रतिरोध तार की लंबाई 1 मीटर से अधिक होती है। यह अपेक्षाकृत अधिक शुद्धता प्रदान करता है। एक मानक सेल ε_1 पूरे तार में अपरिवर्ती धारा बरकरार रखता है। चूंकि तार एकसमान तथा समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का है, इसलिए इसके एकांक लंबाई का प्रतिरोध एकसमान होता है।

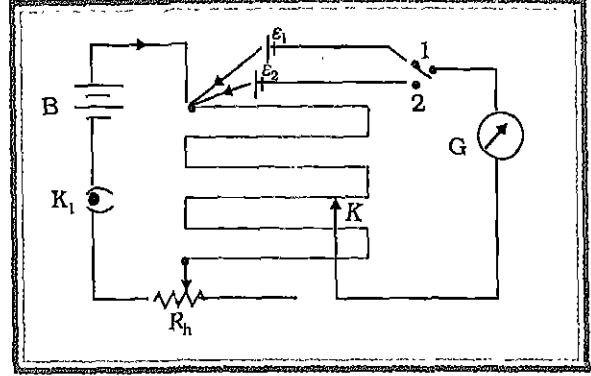
विभव प्रवणता अर्थात् ρ, तार में प्रवाहित धारा पर निर्भर करती है। मान लीजिए कि विद्युत् वाहक बल लंबाई l_1 के लिए संतुलित किया गया है। अतः

$$\varepsilon_1 = \rho l_1 \quad [3.41(a)]$$

इसी प्रकार मान लीजिए कि एक दूसरे विद्युत् वाहक बल ε_2 को लंबाई l_2 के लिए संतुलित किया गया है, तो

$$\varepsilon_2 = \rho l_2 \quad [3.41(b)]$$

समीकरणों 3.41(a) तथा 3.41(b) से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.42)$$

चित्र 3.28

जैसा कि चित्र 3.28 में दिखलाया गया है, बैटरी B तथा धारा नियंत्रक R_h के माध्यम से विभवमापी के तार AC से अपरिवर्ती धारा प्रवाहित होती है। दो सेल ε_1 व ε_2 जिनके विद्युत् वाहक बलों की तुलना की जानी है, इस प्रकार रखे गए हैं कि उनके धन सिरे A से जुड़े हैं तथा ऋण सिरा द्विमार्गी प्लग कुंजी K के द्वारा एक गैल्वेनोमीटर से जुड़ा है।

पहले सेल ε_1 को कुंजी K_2 के बिंदुओं 1 व 3 के संयोजन द्वारा जोड़ा जाता है तथा जॉकी, K विभवमापी तार पर खिसका कर शून्य विक्षेप बिंदु को ढूँढ़ा जाता है। कल्पना कीजिए कि यह पाठ्यांक l_1 है, इसलिए

$$\varepsilon_1 = \rho l_1$$

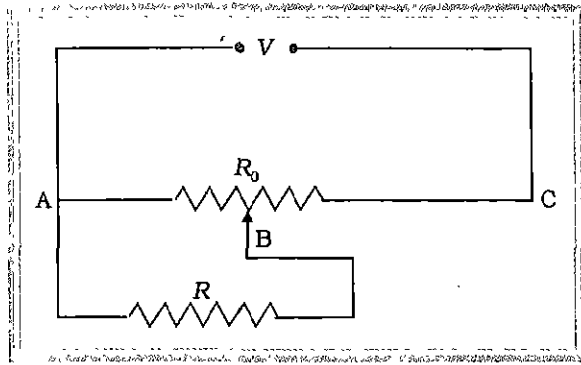
यहाँ ρ विभव प्रवणता तथा l_1 लंबाई CN है। इसके पश्चात् कुंजी K_2 के बिंदु 2 व 3 जोड़े जाते हैं अर्थात् सेल ε_2 को परिपथ में रखा जाता है तथा तार पर शून्य विक्षेप के बिंदु को पुनः ढूँढ़ा जाता है। मान लीजिए कि यह पाठ्यांक l_2 है। तब

$$\varepsilon_2 = \rho l_2$$

अतएव,

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

परिवर्तनीय प्रतिरोध R_h के प्रतिरोध को बदल-बदल कर प्रेक्षणों के विभिन्न समूह एकत्रित किए जाते हैं तथा अंत में अनुपात के औसत मान को परिकलित किया जाता है।

उदाहरण 3.14 $R\,\Omega$ का प्रतिरोध एक स्रोत से $R_0\,\Omega$ के विभवमापी द्वारा शक्ति ग्रहण करता है (चित्र 3.29)। विभवमापी को वोल्टता V की आपूर्ति की गयी है। जब सरकन (सरकने वाला भाग या स्लाइड) विभवमापी के मध्य में हो तो परिपथ में पोषित वोल्टता के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

चित्र 3.29

हल

जब सरकन (स्लाइड) विभवमापी के मध्य में है तो बिंदुओं A व B के मध्य केवल उसके आधे बीच का कुल प्रतिरोध $(R_0/2)$ होगा। इसलिए A व B के बीच कुल प्रतिरोध R निम्नलिखित व्यंजक द्वारा दिया जाएगा,

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

इस प्रकार A व C के मध्य कुल प्रतिरोध A व B के मध्य तथा B व C के मध्य के प्रतिरोधों के योग के बराबर होगा अर्थात् यह $R_1 + R_0/2$ होगा।

विभवमापी से प्रवाहित होने वाली धारा निम्नलिखित होगी

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

विभवमापी से ली गयी वोल्टता V_1 धारा I तथा प्रतिरोध R_1 के गुणनफल के बराबर होती है

$$V_1 = I R_1 = \left(\frac{2V}{2R_1 + R_0}\right) \times R_1$$

R_1 का मान रखने पर हमें निम्नलिखित मान मिलता है

$$V_1 = \frac{2V}{2\left(\frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}\right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R} \quad \text{अथवा} \quad V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R}$$

सारांश

1. किसी चालक के प्रदत्त क्षेत्रफल से प्रवाहित धारा उस क्षेत्रफल से प्रति इकाई समय में गुजरने वाला नेट आवेश है।
2. एक अपरिवर्ती धारा बनाए रखने के लिए हमें एक बंद परिपथ चाहिए जिसमें एक बाह्य स्रोत विद्युत् आवेश को निम्न से उच्च विभव ऊर्जा की ओर प्रवाहित कराता है। आवेश को निम्न से उच्च विभव ऊर्जा (अर्थात् स्रोत के एक टर्मिनल से दूसरे तक) की ओर ले जाने में स्रोत द्वारा प्रति मात्रक आवेश पर किया गया कार्य स्रोत का विद्युत् वाहक बल (electromotive force) या emf कहलाता है। ध्यान दीजिए कि emf एक बल नहीं है, यह खुले परिपथ में स्रोत के दोनों टर्मिनल के बीच वोल्टता (विभव) अंतर है।
3. *ओम का नियम :* किसी पदार्थ में बहने वाली धारा I उसके सिरों पर लगे विभव V के समानुपातिक है अर्थात् $V \propto I$ अथवा $V = RI$, जहाँ R को पदार्थ का प्रतिरोध कहते हैं। प्रतिरोध का मात्रक ओम है: $1\,\Omega = 1\,\text{V A}^{-1}$

4. चालक का प्रतिरोध R संबंध

$$R=\frac{\rho l}{A}$$

के द्वारा चालक की लंबाई और एक समान अनुप्रस्थ-काट पर निर्भर है, जहाँ ρ, जिसे प्रतिरोधकता कहते हैं, पदार्थ का गुण है जो ताप और दाब पर निर्भर करता है।

5. पदार्थों की विद्युत् प्रतिरोधकता विस्तृत परिसर में परिवर्तित होती है। धातुओं की प्रतिरोधकता कम ($10^{-8}\,\Omega\,m$ से $10^{-6}\,\Omega\,m$ परिसर में) होती है। विद्युतरोधी जैसे काँच या रबर की प्रतिरोधकता 10^{22} से 10^{24} गुना होती है, लघुगणकीय पैमाने पर, अर्धचालकों जैसे Si और Ge की प्रतिरोधकता उसके मध्य परिसर में होती है।

6. अधिकतर पदार्थों में धारा के वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं, कुछ स्थितियों उदाहरणार्थ, आयनी क्रिस्टलों और विद्युत् अपघट्य में धारा वहन धनायनों तथा ऋणायनों द्वारा होता है।

7. धारा घनत्व **j** प्रति सेकंड प्रति इकाई प्रवाह के अभिलंब, क्षेत्रफल से प्रवाहित आवेश की मात्रा देता है

$$\mathbf{j} = nqv_d$$

जहाँ n आवेश वाहकों जिनमें प्रत्येक का आवेश q है, की संख्या घनत्व (प्रति इकाई आयतन में संख्या) तथा आवेश वाहकों का अपवाह वेग v_d है। इलेक्ट्रॉन के लिए $q=-e$ है। यदि **j** एक अनुप्रस्थ काट **A** के अभिलंब है और क्षेत्रफल पर एकसमान है तो क्षेत्रफल में धारा का परिमाण $I\ (= nev_dA)$ है।

8. $E = V/l$, $I = nev_d A$ और ओम के नियम का उपयोग करते हुए निम्न प्राप्त होता है।

$$\frac{eE}{m} = \rho\frac{ne^2}{m}v_d$$

यदि हम मान लें कि इलेक्ट्रॉन धातु के आयनों से संघट्ट करते (टकराते) हैं जो उन्हें यादृच्छिकतः विक्षेपित कर देते हैं तो बाह्य बल E के कारण धातु में इलेक्ट्रॉनों पर लगने वाले बल eE और अपवाह वेग v_d (त्वरण नहीं) में आनुपातिकता को समझा जा सकता है। यदि ऐसे संघट्ट माध्य काल अंतराल τ में होते हैं

$$v_d = a\tau = eE\tau/m$$

जहाँ a इलेक्ट्रॉन का त्वरण है। अतः

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

9. उस ताप परिसर में जिसमें प्रतिरोधकता ताप के साथ रैखिक रूप से बढ़ती है, प्रतिरोधकता के ताप गुणांक α को प्रति इकाई ताप वृद्धि से प्रतिरोधकता में भिन्नात्मक वृद्धि के रूप में परिभाषित किया जाता है।

10. ओम के नियम का बहुत से पदार्थ पालन करते हैं, परंतु यह प्रकृति का मूलभूत नियम नहीं है। यह असफल है यदि
    (a) V अरैखिक रूप से I पर निर्भर है।
    (b) V के उसी परम मान के लिए V और I में संबंध V के चिह्न पर निर्भर है।
    (c) V और I में संबंध अद्वितीय नहीं है।

    (a) का एक उदाहरण यह है कि जब ρ, I के साथ बढ़ता है (यद्यपि ताप को स्थिर रखते हैं)। एक थाइरिस्टर (a), (b) तथा (c) सभी लक्षणों को दर्शाता है।

11. जब ε विद्युत् वाहक बल के एक स्रोत को बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ा जाता है, तो R पर वोल्टता $V_{बाह्य}$ निम्न द्वारा दी जाती है

$$V_{बाह्य} = IR = \frac{\varepsilon}{R+r}R$$

जहाँ r स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध है।

12. (a) श्रेणीक्रम में संयोजित n प्रतिरोधों का कुल प्रतिरोध R

$$R = R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_n$$

(b) समांतरक्रम में लगे n प्रतिरोधों का कुल प्रतिरोध R

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{R_n}$$

द्वारा दिया जाता है।

13. किरखोफ के नियम :

(a) *प्रथम नियम (संधि या बिंदु नियम):* परिपथ के अवयवों की किसी संधि पर आगत धाराओं का योग निर्गत धाराओं के योग के तुल्य होना चाहिए।

(b) *द्वितीय नियम [पाश (लूप) नियम]* : किसी बंद पाश (लूप) के चारों ओर विभव में परिवर्तन का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए।

14. किसी उच्च प्रतिरोध के श्रेणीक्रम में एक गैल्वेनोमीटर (प्रतिरोध R_G) के लगाने से एक *वोल्टमीटर* बनता है। जिस परिपथ अवयव के ऊपर वोल्टता मापन करना है इसे उसके समांतर लगाते हैं। अपने उच्च प्रतिरोध ($R + R_G \cong R$) के कारण यह लघु धारा लेता है और इस प्रकार परिपथ धारा में विघ्न उत्पन्न नहीं करता। यदि I_0 धारा द्वारा गैल्वेनोमीटर के पूर्ण पैमाने पर विक्षेप (full scale deflection) होता हैं और वोल्टमीटर का परिसर V_0 होता है तब हम प्राप्त करते हैं

$$V_0 = I_0(R + R_G) \text{ अर्थात्, } R = \frac{V_0}{I_0} - R_G \cong \frac{V_0}{I_0}$$

15. *ऐमीटर,* किसी गैल्वेनोमीटर (प्रतिरोध R_G) और उसके समांतर में लघु प्रतिरोध R के संयोजन से बनता है, ऐमीटर का प्रभावी प्रतिरोध है

$$\frac{RR_G}{R+R_G} \cong R \quad \text{क्योंकि} \quad R << R_G$$

अपने अति लघु प्रतिरोध के कारण ऐमीटर को परिपथ के श्रेणीक्रम में लगाते हैं क्योंकि यह परिपथ की धारा जिसे मापा जाना है, में वस्तुतः कोई परिवर्तन नहीं लाता। यदि धारा I_0 से इसके पूर्ण पैमाने पर विक्षेप होता है और ऐमीटर का परास I_{max} होता है, तो

$$R = \frac{I_0 R_G}{I_{max} + I_0}$$

16. *विभवमापी* विभवों की तुलना करने वाली युक्ति है। चूंकि इस विधि में कोई धारा प्रवाहित न होने वाली स्थिति होती है, इस युक्ति को दो स्रोतों के emf की तुलना करने में प्रयुक्त किया जा सकता है।

17. *व्हीटस्टोन सेतु (ब्रिज)* जैसे कि पाठ्यपुस्तक में दिखाया गया है, चार प्रतिरोधों – P, Q, R, S का विन्यास है तथा शून्य विक्षेप अवस्था में

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

द्वारा यदि तीन प्रतिरोध ज्ञात हों तो एक प्रतिरोध के अज्ञात मान को निर्धारित किया जा सकता है।

विद्युत् धारा	I	[A]	A	SI आधारी मात्रक
आवेश	Q	[T A]	C	
वोल्टता, विद्युत् विभवांतर	V	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	कार्य/आवेश
विद्युत् वाहक बल	ε	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	कार्य/आवेश
प्रतिरोध	R	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$R = V/I$
प्रतिरोधकता	ρ	$[M L^3 T^{-3} A^{-2}]$	Ωm	$R = \rho l/A$
विद्युत् चालकता	σ	$[M^{-1} L^{-3} T^3 A^2]$	S	$\sigma = 1/\rho$
विद्युत् क्षेत्र	$\mathbf{E}$	$[M L T^{-3} A^{-1}]$	$V m^{-1}$	विद्युत् बल/आवेश
अपवाह चाल	v_d	$[L T^{-1}]$	$m s^{-1}$	$v_d = \frac{eE\tau}{m}$
विश्रांति काल	τ	[T]	s	
धारा घनत्व	$\mathbf{j}$	$[L^{-2} A]$	$A m^{-2}$	धारा/क्षेत्रफल
गतिशीलता	μ	$[M L^3 T^{-4} A^{-1}]$	$m^2 V^{-1} s^{-1}$	v_d/E

विचारणीय विषय

1. यद्यपि हम धारा की दिशा को परिपथ में एक तीर से दर्शाते हैं परंतु यह एक अदिश राशि है। धाराएँ सदिश योग के नियम का पालन नहीं करतीं। धारा एक अदिश है वह इसकी परिभाषा से भी समझ सकते हैं कि किसी अनुप्रस्थ काट में से धारा I दो सदिशों के अदिश गुणनफल से दी जाती है

$$I = \mathbf{j} \cdot \Delta \mathbf{s}$$

जहाँ $\mathbf{j}$ तथा $\Delta \mathbf{s}$ सदिश हैं।

2. पाठ्य में प्रदर्शित एक प्रतिरोध और एक p-n संधि अर्द्धचालक डायोड के V-I वक्र पर ध्यान दें। प्रतिरोध ओम के नियम का पालन करता है जबकि p-n संधि डायोड नहीं। यह दृढ़कथन कि $V = IR$ ओम के नियम का प्रकथन है, सत्य नहीं है। यह समीकरण प्रवाहित धारा के लिए प्रतिरोध को परिभाषित करता है और इसे सभी चालक युक्तियों में प्रयुक्त कर सकते हैं चाहे वह ओम के नियम का पालन करती हैं या नहीं। ओम का नियम दावा करता है कि V के प्रति I का आलेख रैखिक है अर्थात् R, V से स्वतंत्र है। ओम के नियम का समीकरण

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$$

ओम के नियम के दूसरे प्रकथन की ओर ले जाता है, अर्थात् एक चालक पदार्थ तभी ओम के नियम का पालन करता है जब पदार्थ की प्रतिरोधकता लगाए गए विद्युत् क्षेत्र के परिमाण और दिशा पर निर्भर नहीं है।

3. समांगी चालक जैसे चाँदी या अर्द्धचालक जैसे शुद्ध जर्मेनियम या अशुद्धि युक्त जर्मेनियम विद्युत् क्षेत्र के मान के कुछ परिसर में ओम के नियम का पालन करते हैं। यदि क्षेत्र बहुत बलशाली हो जाता है तो इन सभी उदाहरणों में ओम के नियम से विचलन होगा।

4. जब हम चाँदी जैसी धातु, जिसमें चालन इलेक्ट्रॉन पूर्ण आयतन में भ्रमण करते हैं, का विचार करते हैं तो हम दूसरे इलेक्ट्रॉनों के साथ संघट्ट की उपेक्षा कर देते हैं, परंतु धातु के परमाणुओं से उनके संघट्ट का ध्यान रखते हैं। इलेक्ट्रॉन की गति चिरप्रतिष्ठित नियमों से नियंत्रित नहीं होती अपितु केवल क्वांटम यांत्रिकी के नियमों से ही होते हैं। (यह ऐसा क्यों होता है? यह जानने के लिए कृपया अध्याय 15 देखिए)। क्वांटम यांत्रिकी रूप से इलेक्ट्रॉनों का चालन ताप पर निर्भर न करने वाली गति से होता है। चांदी के लिए, υ_F लगभग 1.6×10^{6} m/s है। यहाँ υ इलेक्ट्रॉन की चाल है। जब एक धातु पर विद्युत् क्षेत्र लगाया जाता है, तो लगाए गए क्षेत्र की विपरीत दिशा में इलेक्ट्रॉन औसत अपवाह चाल $\upsilon_d \sim 5\times10^{-7}$ m/s से धीरे-धीरे अपवाह करते हैं जो υ_F से कई परिमाण कोटि से काफी कम होता है।

5. विद्युत् क्षेत्र **E** में इलेक्ट्रॉन की गति (i) यादृच्छिक संघट्टों के कारण (ii) **E** के कारण, के योग के बराबर है। यादृच्छिक संघट्टों के कारण गति का औसत शून्य हो जाता है और υ_d (अपवाह चाल) में योगदान नहीं करता (देखिए अध्याय 11, कक्षा XI की पाठ्यपुस्तक)। इस प्रकार υ_d केवल इलेक्ट्रॉन पर लगाए गए विद्युत् क्षेत्र के कारण ही है।

6. परिकलक (calculator) में, चिप में जो सूक्ष्म तरंग ओवन (माइक्रोवेव ओवन) को नियंत्रित करती है, और विद्युत् पात्र धावित्र (Dish washer) में उपयुक्त अर्द्धचालकों में विद्युत् धाराएँ उपस्थित हैं। सौर वायु प्रोटॉन, इलेक्ट्रॉन एवं सूर्य से त्रिज्यीय रूप में बाहर की ओर उड़ते आयन की एक बड़ी विद्युत् धारा है। मोटे तौर पर, कॉस्मिक किरण आकाश गंगा में से अभिस्रावण ऊर्जीय प्रोटॉन है।

7. संबंध $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$ प्रत्येक प्रकार के आवेश वाहक में अलग-अलग प्रयुक्त होना चाहिए। किसी चालक तार में कुल धारा तथा धारा घनत्व दोनों धन और ऋण आवेशों से उत्पन्न होती है।

$$\mathbf{j} = \rho_+\mathbf{v}_+ + \rho_-\mathbf{v}_-$$

$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$

एक उदासीन तार जिसमें धारा प्रवाहित है, में

$$\rho_+ = -\rho_-$$

इसके अतिरिक्त, $\mathbf{v}_+ \sim 0$ जो देता है

$$\rho = 0$$

$$\mathbf{j} = \rho_-\mathbf{v}$$

इस प्रकार संबंध $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$ पूर्ण (कुल) धारा आवेश घनत्व पर लागू नहीं होता।

8. किरखोफ का पहला नियम आवेश संरक्षण नियम पर आधारित है और किसी संधि पर निर्गत धाराओं का योग आगत धाराओं के तुल्य होता है। तारों को मोड़ने या पुनः अभिविन्यासन (reorienting) के कारण किरखोफ के पहले नियम की वैधता नहीं बदल सकती।

अभ्यास

3.1 किसी कार की संचायक बैटरी का विद्युत् वाहक बल 12 V है। यदि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध 0.4 Ω हो तो बैटरी से ली जाने वाली अधिकतम धारा का मान बताइए।

3.2 10 V विद्युत् वाहक बल वाली बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 3 Ω है, एक प्रतिरोधक से जुड़ी है। यदि परिपथ में धारा का मान 0.5 A हो तो प्रतिरोधक का प्रतिरोध क्या है? जब परिपथ बंद है तो सेल की टर्मिनल वोल्टता क्या होगी?

3.3 (a) 1 Ω, 2 Ω और 3 Ω के तीन प्रतिरोधक श्रेणीक्रम में जोड़े गए हैं। प्रतिरोधकों के संयोजन का कुल प्रतिरोध क्या है?

(b) यदि प्रतिरोधकों का संयोजन किसी 12 V की बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है, से जुड़ा है, तो प्रत्येक प्रतिरोधक के सिरों पर विभवपात प्राप्त कीजिए।

3.4 (a) तीन प्रतिरोधक 2 Ω, 4 Ω और 5 Ω समांतरक्रम में जोड़े गए हैं। संयोजन का कुल प्रतिरोध क्या होगा?

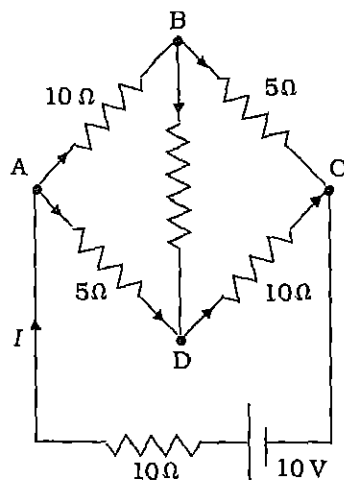
(b) यदि संयोजन को 20 V के विद्युत् वाहक बल की बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है, से जोड़ा गया है तो प्रत्येक प्रतिरोधक से प्रवाहित होने वाली धारा का मान प्राप्त कीजिए और बैटरी से ली गई कुल धारा का मान प्राप्त कीजिए।

3.5 कमरे के ताप (27.0 °C) पर किसी तापन-तंतु का प्रतिरोध 100 Ω है। यदि तापन-तंतु का प्रतिरोध 117 Ω हो तो उसका ताप क्या होगा? प्रतिरोधक के पदार्थ का ताप-गुणांक 1.70×10^{-4} °C^{-1} दिया है।

3.6 15 मीटर लंबे एवं 6.0×10^{-7} m^2 अनुप्रस्थ काट वाले तार से उपेक्षणीय धारा प्रवाहित की गई और इसका प्रतिरोध 5.0 Ω मापा गया। प्रायोगिक ताप पर तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता क्या होगी?

3.7 किसी चाँदी की तार का 2.75 °C पर प्रतिरोध 2.1 Ω और 100 °C पर प्रतिरोध 2.7 Ω है। चाँदी की प्रतिरोधकता का ताप-गुणांक ज्ञात कीजिए।

3.8 नाइक्रोम का एक तापन-तंतु 230 V की सप्लाई से जुड़ा है और 3.2 A की प्रारंभिक धारा लेता है जो कुछ सेकंड के पश्चात् 2.8 A की अपरिवर्ती धारा के रूप में स्थिर हो जाती है। यदि कक्ष-ताप 27.0 °C है तो तापन-तंतु का अपरिवर्ती ताप क्या होगा? दत्त ताप-परिसर में नाइक्रोम प्रतिरोध के ताप-गुणांक का औसत 1.70×10^{-4} °C^{-1} है।

3.9 चित्र 3.30 में दर्शाए परिपथ जाल (नेटवर्क) की प्रत्येक शाखा में धारा का मान ज्ञात करें।

चित्र 3.30

3.10 (a) किसी मीटर-सेतु में [चित्र 3.27(a)]जब प्रतिरोधक $Y = 12.5 \Omega$ हो, तो संतुलन बिंदु, A सिरे से 39.5 cm पर प्राप्त होता है। जबकि प्रतिरोधक $Y = 12.5\ \Omega$ है। X का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। व्हीटस्टोन-सेतु या मीटर-सेतु में प्रतिरोधकों के संयोजन के लिए मोटी कॉपर की पत्तियाँ क्यों प्रयोग में लाते हैं?

(b) उपरोक्त सेतु का संतुलन बिंदु ज्ञात कीजिए यदि X और Y का स्थान परस्पर बदल दिया जाए।

(c) क्या होगा यदि सेतु के संतुलन बिंदु पर धारामापी (गैल्वेनोमीटर) और सेल का विनिमय कर दिया जाए? क्या धारामापी कोई धारा दर्शाएगा?

3.11 8 V विद्युत् वाहक बल की एक संचायक बैटरी को जिसका आंतरिक प्रतिरोध 0.5 Ω है, श्रेणीक्रम में 15.5 Ω के प्रतिरोधक का उपयोग कर 120 V के dc संभरण द्वारा आवेशित किया जाता है, चार्ज होने के समय बैटरी की टर्मिनल वोल्टता क्या है? चार्जकारी परिपथ में श्रेणीक्रम प्रतिरोध का क्या उद्देश्य है?

3.12 किसी धारामापी कुंडली का प्रतिरोध 12 Ω है और यह 3 mA धारा से पूर्ण मापनी विक्षेप दर्शाता है। आप इस धारामापी को 0 से 18 V परिसर के वोल्टमीटर में कैसे परिवर्तित करेंगे।

3.13 किसी धारामापी कुंडली का प्रतिरोध 15 Ω है और यह धारामापी 4 mA धारा से पूर्ण मापनी विक्षेप दर्शाता है। आप इस धारामापी को 0 से 6 A परिसर के ऐमीटर में कैसे परिवर्तित करेंगे?

3.14 किसी विभवमापी व्यवस्था में, 1.25 V विद्युत् वाहक बल के एक सेल का संतुलन बिंदु 35.0 cm लंबे तार पर प्राप्त होता है। यदि इस सेल को किसी अन्य सेल द्वारा प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो संतुलन बिंदु 63.0 cm पर स्थानांतरित हो जाता है। दूसरे सेल का विद्युत् वाहक बल क्या है?

3.15 निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर देते हुए किसी धात्विक चालक में धारा की प्राथमिक धाराओं को स्पष्ट कीजिए।

(a) उदाहरण 3.1 में कुछ ऐंपियर धारा के परिसर में किसी इलेक्ट्रॉन की अपवाह गति केवल कुछ $mm\ s^{-1}$ ही आंकलित की गई है। तब परिपथ बंद करते ही लगभग उसी क्षण धारा कैसे स्थापित हो जाती है?

(b) किसी चालक के अंदर इलेक्ट्रॉन अपवाह विद्युत् क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों द्वारा अनुभव किए गए बल के कारण उत्पन्न होता है। लेकिन बल द्वारा त्वरण उत्पन्न होना चाहिए। तब इलेक्ट्रॉन अपरिवर्ती औसत अपवाह वेग क्यों प्राप्त कर लेते हैं?

(c) यदि इलेक्ट्रॉन का अपवाह वेग इतना कम है और इलेक्ट्रॉन का आवेश भी कम है तो फिर किसी चालक में हम अधिक मात्रा में धारा कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

(d) जब किसी धातु में इलेक्ट्रॉन कम विभव से अधिक विभव की ओर अपवाह करते हैं तो क्या इसका तात्पर्य यह है कि धातु में सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन एक ही दिशा में गतिमान हैं?

(e) क्या उत्तरोत्तर संघट्टों (धातु के धनायनों के साथ) के बीच इलेक्ट्रॉनों के पथ (i) वैद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में, (ii) वैद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में, सरल रेखीय हैं? अपनी धारणाओं की अंत में दिए गए उत्तरों से जाँच कीजिए।

3.16 किसी ताँबे के चालक में चालन-इलेक्ट्रॉनों का संख्या-घनत्व उदाहरण 3.1 में $8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$ आंकलित किया गया है। 3 m लंबे तार के एक सिरे से दूसरे सिरे तक इलेक्ट्रॉन अपवाह करने में कितना समय लेता है? तार का अनुप्रस्थ-काट $2.0 \times 10^{-6}\ m^2$ है और इसमें 3.0 A धारा प्रवाहित हो रही है।

अतिरिक्त अभ्यास

3.17 निम्न में विद्युत् धारा वाहकों के नाम दीजिए:

(a) एक चाँदी की बनी छड़ में

(b) एक हाइड्रोजन विसर्जन नलिका में

(c) एक वोल्टीय सेल में

(d) एक बाह्य संभरण द्वारा संभरित लैड संचायक सेल में

(e) एक जर्मेनियम अर्द्धचालक में

(f) एक नाइक्रोम मिश्र धातु के बने तार में

(g) एक अतिचालक में

प्रत्येक दशा में वाहक की गति का धारा की दिशा से संबंध बताइए।

3.18 पृथ्वी के पृष्ठ पर ऋण पृष्ठ आवेश घनत्व 10^{-9} C cm^{-2} है। वायुमंडल के ऊपरी भाग और पृथ्वी के पृष्ठ के बीच 400 kV विभवांतर (नीचे के वायुमंडल की कम चालकता के कारण) के परिणामत: समूची पृथ्वी पर केवल 1800 A की धारा है। यदि वायुमंडलीय वैद्युत-क्षेत्र बनाए रखने हेतु कोई प्रक्रिया न हो तो पृथ्वी के पृष्ठ को उदासीन करने हेतु (लगभग) कितना समय लगेगा? (व्यावहारिक रूप में यह कभी नहीं होता है क्योंकि विद्युत् आवेशों की पुन: पूर्ति की एक प्रक्रिया है यथा पृथ्वी के विभिन्न भागों में लगातार तड़ित झंझा एवं तड़ित का होना)। (पृथ्वी की त्रिज्या $= 6.37 \times 10^6$ m)।

3.19 (a) लेड एसिड प्रकार के छ: संचायक सेलों को जिनमें प्रत्येक का विद्युत्वाहक बल 2 V तथा आंतरिक प्रतिरोध 0.015 Ω है 8.5 Ω प्रतिरोध के साथ संभरण हेतु श्रेणीक्रम में संयोजित किया गया है। संभरण से कितनी धारा ली गई है एवं इसकी टर्मिनल वोल्टता क्या है?

(b) एक लंबे समय तक उपयोग में लाए गए संचायक सेल का विद्युत् वाहक बल 1.9 V और आंतरिक प्रतिरोध 380 Ω है। सेल से कितनी अधिकतम धारा ली जा सकती है? क्या सेल से प्राप्त धारा कार की प्रवर्तक-मोटर के परिचालन में सक्षम होगी?

3.20 (a) बाजार में उपलब्ध विभिन्न प्रकार के प्राथमिक सेलों (शुष्क बैटरियों) और द्वितीयक सेलों (संचायक) का एक छोटा सर्वेक्षण कीजिए और उनके महत्त्वपूर्ण लक्षणों और उपयोगों को सारणीबद्ध कीजिए।

(b) आपने संचायक बैटरी पर उसके विद्युत् वाहक बल के अतिरिक्त अन्य लक्षण 'धारिता' को अंकित देखा होगा (इस पारिभाषिक शब्द से संधारित्र अथवा कंडेंसर की धारिता की भ्रांति नहीं होनी चाहिए।) एक संचायक सेल पर अंकित '1h विर्सजन दर पर 3.5 Ah धारिता' क्या दर्शाता है? क्या सेल 14 A, 15 min तक दे सकता है?

(c) आप किस प्रकार के सेल का उपयोग करेंगे यदि आपकी युक्ति को चाहिए

(i) 100 A की धारा 20 s के लिए

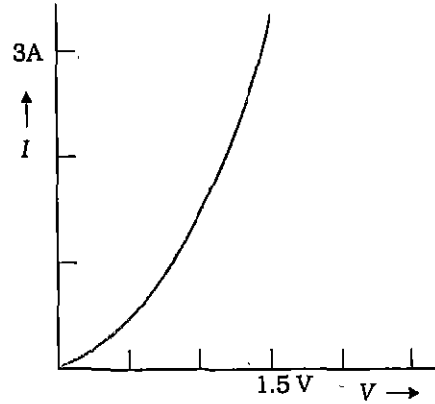
(ii) यदा-कदा 10 mA धारा

3.21 किसी विसर्जन नलिका में किसी अनुप्रस्थ काट से प्रति सेकंड 1.0×10^{18} हाइड्रोजन आयन (अर्थात् प्रोटॉन) अपवाहित हैं जबकि एक-दूसरी अनुप्रस्थ काट से विपरीत दिशा में 2.7×10^{18} इलेक्ट्रॉन प्रति सेकंड अपवाहित हैं। यदि संभरण वोल्टता 230 V है तो नली का प्रभावी प्रतिरोध क्या होगा?

3.22 दो समान लंबाई की तारों में से एक एलुमिनियम की बनी है और दूसरी कॉपर की बनी है। इनके प्रतिरोध समान हैं। दोनों तारों में से कौन सा हल्का है? अतः समझाइए कि ऊपर से जाने वाली बिजली के तार के लिए एलुमिनियम के तारों को क्यों वरीयता दी जाती है। ($\rho_{Al} = 2.63 \times 10^{-8}\ \Omega m$, $\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8}\ \Omega m$, Al का आपेक्षिक घनत्व = 2.7, कॉपर का आपेक्षिक घनत्व = 8.9)

3.23 मिश्र धातु मैंगनिन के बने प्रतिरोधक पर लिए गए निम्नलिखित प्रेक्षणों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

(A)	(V)	(A)	(V)
0.2	3.94	3.0	59.2
0.4	7.87	4.0	78.8
0.6	11.8	5.0	98.6
0.8	15.7	6.0	118.5
1.0	19.7	7.0	138.2
2.0	39.4	8.0	158.0

3.24 एक सेल जिसका विद्युत् वाहक बल 1.5 V और आंतरिक प्रतिरोध 0.5 Ω है, एक चालक (अरैखिक) से जोड़ा गया है जिसका *V-I* आरेख चित्र 3.31 में दर्शाया गया है। सेल से ली गई धारा और इसकी टर्मिनल वोल्टता आलेख द्वारा प्राप्त कीजिए।

चित्र 3.31

3.25 सावधानीपूर्वक उत्तर दीजिए:

(a) किसी साधारण वोल्टीय सेल का विद्युत् वाहक बल 1.0 V है। जब परिपथ खुला है तो क्या किसी परीक्षण आवेश पर बल आरोपित करने वाला नेट क्षेत्र विद्यमान है

(i) सेल के विद्युत् अपघट्य के अंदर

(ii) सेल के बाहर

(b) जब परिपथ बंद है और एकसमान धारा प्रवाहित होती है तो क्या सेल के अंदर एक नेट क्षेत्र है? व्याख्या कीजिए।

(c) खुले परिपथ में वोल्टीय सेल का विचार करें जिसमें कॉपर प्लेट जिंक प्लेट के सापेक्ष उच्च विभव पर है। चूंकि उनको पृथक करने वाला विद्युत् अपघट्य चालक माध्यम है। इलेक्ट्रोडों पर धनावेश और ऋणावेश तुरंत उदासीन क्यों नहीं हो जाते [यह प्रश्न उपरोक्त खंड (a) से संबंधित है]?

(d) जब किसी बाह्य संभरण द्वारा एक 2.0 V विद्युत् वाहक बल वाली द्वितीयक सेल को आवेशित किया जा रहा है, तो इस द्वितीयक सेल की टर्मिनल वोल्टता 2.0 V से अधिक होती है या कम?

3.26 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) किसी असमान अनुप्रस्थ काट वाले धात्वीय चालक से एकसमान धारा प्रवाहित होती है। बताइए: धारा, धारा घनत्व, वैद्युत् क्षेत्र, अपवाह गति में से कौन-सी राशि चालक में अचर है।

(b) क्या सभी परिपथीय घटकों के लिए ओम का नियम सार्वत्रिक रूप से लागू होता है? यदि नहीं, तो उन तत्त्वों के उदाहरण दीजिए जो ओम के नियम का पालन नहीं करते।

(c) विद्युत् धाराओं को (विद्युत्रोधियों के प्रयोग से) निश्चित पथों पर परिबद्ध करना ऊष्मारोधियों के प्रयोग से ऊष्मा को निश्चित पथ पर संचालन करने की अपेक्षा सरल है, क्यों?

(d) अत्यधिक ठंडे दिन की अपेक्षा किसी गर्म दिन में कार के इंजन को चलाना सरल है, क्यों?

(e) एक लगभग विसर्जित लैड-अम्ल द्वितीयक सेल, नव-आवेशित सेल से मुख्यत: किन अर्थों में भिन्न हैं? इसके विद्युत् वाहक बल में या प्रतिरोध में?

(f) एक निम्न वोल्टता संभरण जिससे उच्च धारा लेनी है, का आंतरिक प्रतिरोध बहुत कम होना चाहिए, क्यों?

(g) किसी उच्च विभव (H.T) संभरण, मान लीजिए 6 kV, का आंतरिक प्रतिरोध बहुत ही अधिक होना चाहिए, क्यों?

3.27 सही विकल्प छाँटिए:

(a) धातुओं की मिश्र धातुओं की प्रतिरोधकता प्राय: उनकी अवयव धातुओं की अपेक्षा अधिक/कम होती है।

(b) आमतौर पर मिश्र धातुओं के प्रतिरोध का ताप-गुणांक, शुद्ध धातुओं के प्रतिरोध के ताप-गुणांक से बहुत कम/अधिक होती है।

(c) डोपिंग अर्द्धचालकों में (अपद्रव्य परमाणुओं की बहुत कम मात्रा के द्वारा) प्रतिरोधकता घटाती/बढ़ाती है।

(d) ग्रेफाइट तथा अधिकतर अधातुओं के प्रतिरोध ताप में वृद्धि के साथ बढ़ते/घटते हैं।

(e) किसी अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता ताप में वृद्धि के साथ तेजी से बढ़ती/घटती हैं।

(f) मिश्र धातु मैंगनिन की प्रतिरोधकता ताप में वृद्धि के साथ लगभग स्वतंत्र/तेजी से बढ़ती है।

(g) किसी प्रारूपी विद्युत्रोधी (उदाहरणार्थ, अंबर) की प्रतिरोधकता किसी धातु की प्रतिरोधकता की तुलना में $10^{22}/10^{23}$ कोटि के गुणक से बड़ी होती है।

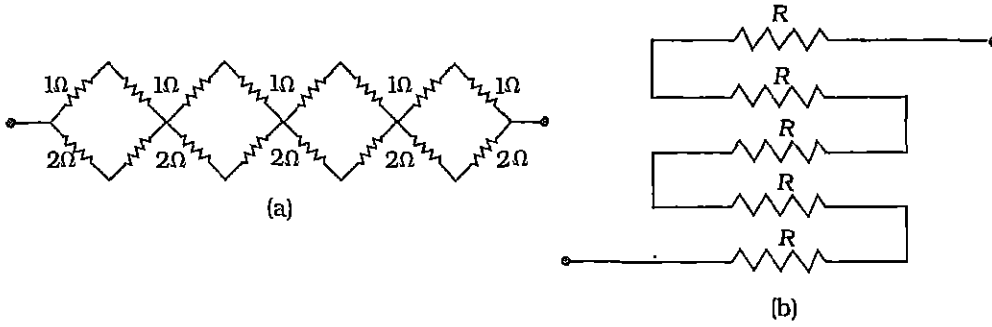
3.28 किन्हीं 1.5 V विद्युत् वाहक बल वाले, समांतरक्रम में संयोजित दो समान सेल बाह्य परिपथ में समांतरक्रम में जुड़े 17 Ω के दो प्रतिरोधों को संभरण प्रदान करते हैं। अत्यधिक उच्च प्रतिरोध वाला एक वोल्टमीटर सेलों की टर्मिनल वोल्टता 1.4 V दर्शाता है। प्रत्येक सेल का आंतरिक प्रतिरोध कितना है?

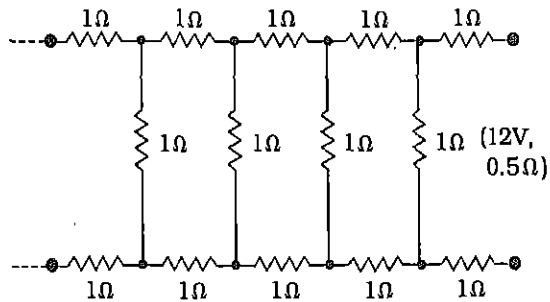
3.29 (a) 2.0 V, 1.8 V और 1.5 V विद्युत् वाहक बल के तीन सेलों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। उनके आंतरिक प्रतिरोध क्रमश: 0.05 Ω, 0.7 Ω और 1 Ω हैं। यदि बैटरी किसी अतिन्यून प्रतिरोध वाले ऐमीटर के द्वारा 4 Ω की बाह्य प्रतिरोध से जुड़ी है तो ऐमीटर का पाठ्यांक क्या होगा?

(b) यदि उपरोक्त तीनों सेलों को समांतरक्रम में जोड़ा जाए तो क्या वे निश्चित विद्युत् वाहक बल और आंतरिक प्रतिरोध (बाह्य परिपथ से अनिर्भर) द्वारा अभिलक्षित होंगे? यदि नहीं, तो आप परिपथ की विभिन्न शाखाओं में धारा कैसे प्राप्त करेंगे?

3.30 (a) आपको R प्रतिरोध वाले n प्रतिरोधक दिए गए हैं। (i) अधिकतम (ii) न्यूनतम प्रभावी प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए आप इन्हें किस प्रकार संयोजित करेंगे? अधिकतम और न्यूनतम प्रतिरोधों का अनुपात क्या होगा?

(b) यदि 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω के तीन प्रतिरोध दिए गए हों तो उनको आप किस प्रकार संयोजित करेंगे कि प्राप्त तुल्य प्रतिरोध हों : (i) (11/3) Ω (ii) (11/5) Ω, (iii) 6 Ω, (iv) (6/11) Ω ?

(c) चित्र 3.32 में दिखाए गए नेटवर्कों का तुल्य प्रतिरोध प्राप्त कीजिए।

चित्र 3.32 (a) तथा (b)

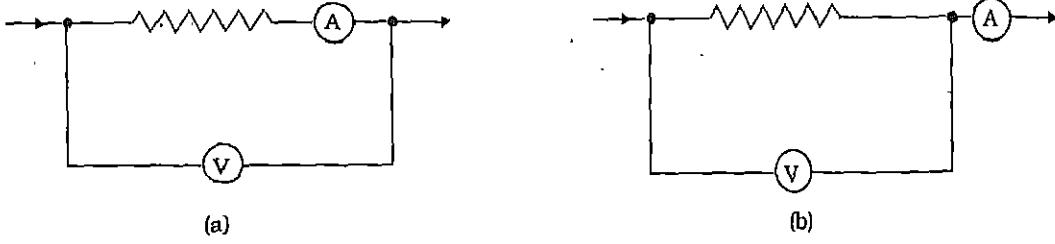
3.31 किसी 0.5 Ω आंतरिक प्रतिरोध वाले 12 V के एक संभरण (supply) से चित्र 3.33 में दर्शाए गए अनंत नेटवर्क द्वारा ली गई धारा का मान ज्ञात कीजिए। प्रत्येक प्रतिरोध का मान 1 Ω है।

चित्र 3.33

3.32 एक गैल्वेनोमीटर धारामापी जिसकी कुंडली का प्रतिरोध 12.0 Ω है, 2.5 mA धारा के लिए पूर्ण मापनी विक्षेप दर्शाता है। आप गैल्वेनोमीटर को (a) 0 से 7.5 A परिसर के ऐमीटर, (b) 0 से 10.0 V परिसर के वोल्टमीटर में कैसे परिवर्तित करेंगे। प्रत्येक दशा में मीटर का नेट प्रतिरोध भी ज्ञात कीजिए। जब किसी ऐमीटर को परिपथ में जोड़ा जाता है तो क्या मूल परिपथ में धारा का पाठ्यांक वास्तविक धारा के मान से (थोड़ा) कम या अधिक होता है? जब परिपथ के किसी भाग में वोल्टमीटर जोड़ा जाता है तो क्या यह वास्तविक विभवपात से (थोड़ा) कम या अधिक पढ़ता है? व्याख्या कीजिए।

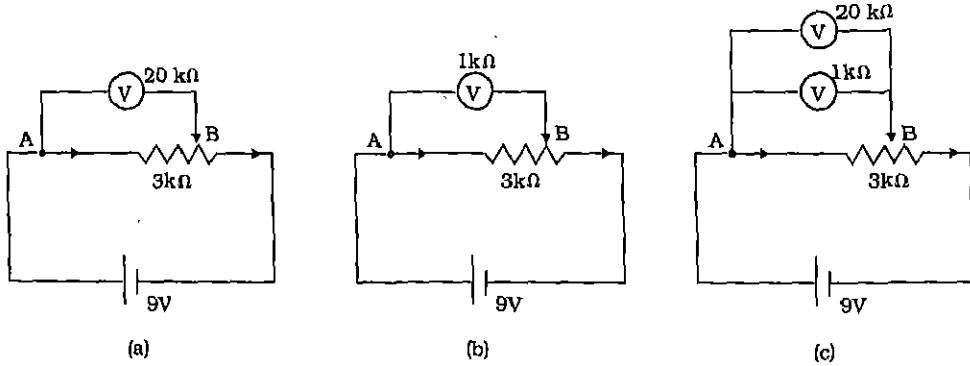
3.33 आपको दो प्रतिरोध X और Y दिए गए हैं जिनके प्रतिरोध आपने 0.5 Ω प्रतिरोध के ऐमीटर और 20 kΩ प्रतिरोध के वोल्टमीटर के उपयोग से ज्ञात करने है। यह ज्ञात है कि X का प्रतिरोध कुछ ओम के परिसर में और Y का प्रतिरोध कई हजार ओम के परिसर में है। प्रत्येक दशा में चित्र 3.34 में प्रदर्शित दो संयोजनों में से प्रतिरोध मापन हेतु आप किस संयोजन का चयन करेंगे? आप अपने उत्तर को मात्रात्मकतः न्यायसंगत ठहराइए। (संकेतः प्रत्येक संयोजन हेतु प्रतिरोध मापन में

त्रुटि ज्ञात कीजिए। प्रतिरोध के दिए गए परिसर हेतु वह संयोजन वरीय है जो न्यूनतम त्रुटि के संगत है)।

(a)

(b)

चित्र 3.34 (a) और (b)

3.34 (a) 9 V विद्युत् वाहक बल तथा नगण्य आंतरिक प्रतिरोध की एक बैटरी 3 kΩ के प्रतिरोध से संबद्ध है। प्रतिरोधक के एक भाग (चित्र 3.35 में बिंदु A और B के मध्य) के सिरों पर विभवपात (i) 20 kΩ के वोल्टमीटर और (ii) 1 kΩ के वोल्टमीटर द्वारा मापा गया है। (iii) दोनों वोल्टमीटर AB के परितः जोड़ दिए गए हैं। किस दशा में आप (1) अधिकतम, (2) न्यूनतम पाठ्यांक प्राप्त करेंगे?

(b) यदि विभवपात समूचे प्रतिरोधक के परितः मापा जाए तो इस प्रश्न में क्या आपका उत्तर बदल जाएगा? क्या होगा यदि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध नगण्य योग्य नहीं है?

चित्र 3.35

3.35 एक वोल्टमीटर का पूर्ण मापनी विक्षेप पाठ्यांक 5 V है। पूर्ण मापनी विक्षेप पर प्रतिरोध प्रति वोल्ट के आधार पर श्रेणीकृत करने पर यह 5000 Ω/V पाया जाता है। इसको एक ऐसे वोल्टमीटर में कैसे परिवर्तित करेंगे जो पूर्ण मापनी विक्षेप पर 20 V पढ़े। क्या इसकी श्रेणी अभी भी 5000 V/Ω होगी? क्या आप इस वोल्टमीटर को 2000 Ω/V वाले वोल्टमीटर पर वरीयता देंगे?

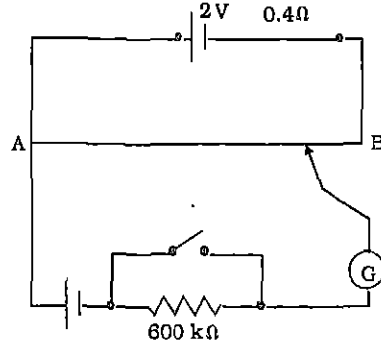
3.36 चित्र 3.36 में एक विभवमापी दर्शाया गया है, जिसमें एक 2.0 V और आंतरिक प्रतिरोध 0.40 Ω का सेल, प्रतिरोधक तार AB के ऊपर विभवपात बनाए रखता है। अचर विद्युत् वाहक बल 1.02 V (कुछ mA की बहुत सामान्य धाराओं के लिए) के एक मानक सेल से तार की 67.3 cm लंबाई पर संतुलन बिंदु प्राप्त होता है। सेल से अति न्यून धारा लेना सुनिश्चित करने के लिए 600 kΩ का एक अति उच्च प्रतिरोध श्रेणीक्रम में इसके साथ जोड़ा गया है, जिसको संतुलन बिंदु प्राप्त होने के निकट लघुपथित (shorted) कर दिया जाता है। इसके बाद मानक सेल को अज्ञात विद्युत् वाहक बल ε के सेल से प्रतिस्थापित कर दिया जाता है और पूर्ववत् संतुलन बिंदु प्राप्त करने पर यह तार की 82.3 cm लंबाई पर प्राप्त होता है।

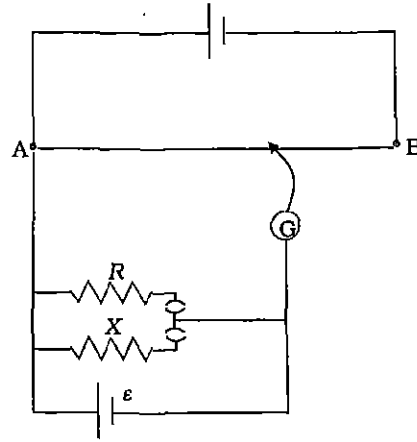
(a) ε का मान क्या है?

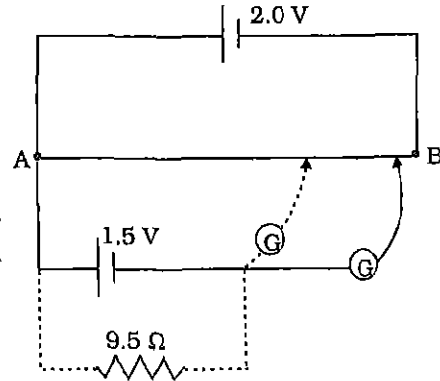
(b) 600 kΩ के उच्च प्रतिरोध का क्या प्रयोजन है?

(c) क्या इस उच्च प्रतिरोध से संतुलन बिंदु प्रभावित होता है?

(d) क्या परिचालक सेल के आंतरिक प्रतिरोध से संतुलन बिंदु प्रभावित होता है?

(e) उपरोक्त स्थिति में यदि विभवमापी के परिचालक सेल का विद्युत् वाहक बल 2.0 V के स्थान पर 1.0 V हो तो क्या यह विधि कारगर होगी?

चित्र 3.36

3.37 चित्र 3.37 दो प्रतिरोधों की तुलना के लिए विभवमापी परिपथ दर्शाता है। मानक प्रतिरोधक $R = 10.0\ \Omega$ के साथ संतुलन बिंदु 58.3 cm पर तथा अज्ञात प्रतिरोध X के साथ 68.5 cm पर प्राप्त होता है। X का मान ज्ञात कीजिए। यदि आप दिए गए सेल ε से संतुलन बिंदु प्राप्त करने में असफल रहते हैं तो आप क्या करेंगे?

चित्र 3.37

3.38 चित्र 3.38 में किसी 1.5 V के सेल का आंतरिक प्रतिरोध मापने के लिए एक 2.0 V का विभवमापी दर्शाया गया है। खुले परिपथ में सेल का संतुलन बिंदु 76.3 cm पर मिलता है। सेल के बाह्य परिपथ में 9.5 Ω प्रतिरोध का एक प्रतिरोधक संयोजित करने पर संतुलन बिंदु विभवमापी के तार की 64.8 cm लंबाई पर पहुँच जाता है। सेल के आंतरिक प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए।

चित्र 3.38

3.39 3.0 V का विभवमापी दिया हो तो परिपथ बनाकर समझाइए कि इसे आप कैसे इस्तेमाल करेंगे:

(a) 0.5 V से 2.5 V परिसर के वोल्टतामापी को अंशांकित करने के लिए।

(b) 0.1 A से 0.5 A परिसर के ऐमीटर को अंशांकित करने के लिए।

3.40 120 V का एक दिष्टधारा संभरण एक बड़े प्रतिरोध X से जोड़ा गया है। परिपथ में श्रेणीक्रम में लगे एक वोल्टतामापी में पाठ्यांक 4 V है। X का मान क्या है? आपके विचार में बड़े प्रतिरोध X के निर्धारण हेतु ऐमीटर के बजाय वोल्टमीटर लगाने का क्या उद्देश्य है?

3.41 समांतर पट्ट संधारित्र (पट्ट-क्षेत्रफल A वाले) पर विचार कीजिए, जिसको एक बाह्य स्रोत द्वारा आवेशित किया जा रहा है:

(a) दर्शाइए कि स्रोत से संधारित्र की धनात्मक प्लेट तक या संधारित्र की ऋणात्मक प्लेट से स्रोत तक प्रवाहित होने वाली चालन धारा I का मान $\varepsilon_0\,(dE/dt)\,A$ के बराबर है। जहाँ E प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र है।

(b) क्या इस परिपथ में किरखोफ का प्रथम नियम लागू होता है? यदि नहीं, तो क्या आप नियम के व्यापकीकरण के लिए कोई मार्ग सुझा सकते हैं ताकि यह नियम यहाँ भी लागू हो?

3.42 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) किसी (शुष्क) मानव शरीर के प्रतिरोध की परिमाण कोटि क्या है?

(b) ऊपर दिए गए (a) भाग के उत्तर से आप विस्मित हो सकते हैं कि जब हमारे शरीर का प्रतिरोध इतना अधिक है तो (माना 240 V संभरण से जुड़े) नंगे धारावाही तार को गलती से छू लेने पर इतना तीव्र (कभी-कभी घातक भी) झटका कैसे लगता है?

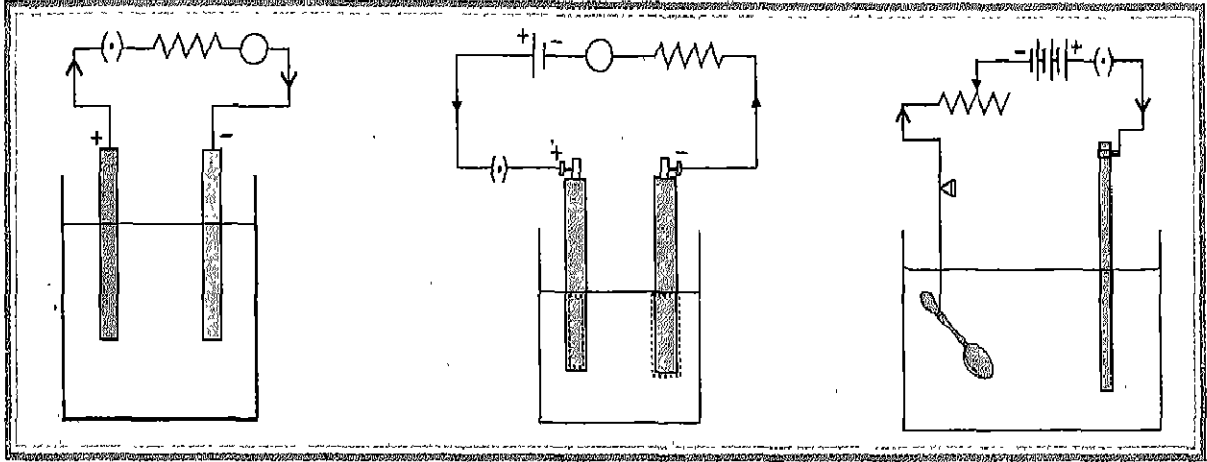
(c) कई लोगों में यह धारणा है कि किसी व्यक्ति के एक उच्च शक्ति विद्युत् तार को छूने पर वह तार से 'चिपक' सकता है। क्या यह सत्य है? व्याख्या कीजिए।

(d) 0.1 A कोटि की विद्युत् धाराएँ मानव शरीर में प्रवाहित होने पर घातक होती हैं। मृत्यु का कारण क्या है: विद्युत् धारा के कारण तापन या कुछ और?

(e) किसी तंत्रिका तंतु में एक झिल्ली होती है जो किसी विभवांतर पर दो चालक 'तरलों' को पृथक करती है। इस विभवांतर की क्या कोटि है?

चेतावनी : उपरोक्त प्रश्नों पर अपने विचारों को पुस्तक के अंत में दिए गए उत्तरों से मिलाइए। याद रखें कि हमारा शरीर नितांत सूक्ष्म धाराओं के लिए भी संवेदी है तथा सूक्ष्म वोल्टता भी हमारे शरीर के लिए जोखिम भरी है।

अध्याय 4

धारा के ऊष्मीय तथा रासायनिक प्रभाव

4.1 भूमिका

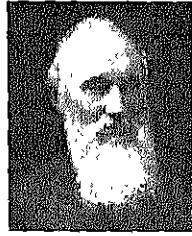
पिछले अध्याय में हमने विद्युत् वाहक बल (emf), प्रतिरोध तथा ओम के नियम के बारे में पढ़ा। हमने प्रतिरोधों तथा विद्युत् वाहक बल के स्रोतों के विभिन्न संरूपणों के दिष्ट धारा परिपथों को भी पढ़ा। हमने पाया कि धाराओं के वितरण को किरखोफ के नियमों द्वारा साधारण दिष्ट धारा परिपथों के रूप में प्राप्त किया जा सकता है। आवेश को धारा में कौन प्रवाहित कराता है? इस प्रश्न पर हमने अभी तक विचार नहीं किया है। इस प्रश्न को दूसरे शब्दों में भी व्यक्त किया जा सकता है, कौन-सी क्रियाविधि किसी वस्तु को विद्युत् वाहक बल का स्रोत बनाती है?

अपने प्रायोगिक अनुभवों से हमें ज्ञात है कि बैटरी या विद्युत् रासायनिक सेल (संक्षेप में सेल) विद्युत् धारा का स्रोत है। विद्युत् जनित्र (जेनरेटर) विद्युत् धारा तथा शक्ति का एक सुपरिचित स्रोत है। इन वस्तुओं को विद्युत् वाहक बल का स्रोत कौन बनाता है? इस अध्याय में हम देखेंगे कि किसी विद्युत् रासायनिक सेल में, रासायनिक ऊर्जा का उपयोग विद्युत् वाहक बल उत्पन्न करने में होता है जो परिपथ में विद्युत् धारा का प्रवाह कराता है। विद्युत् जनित्र (जेनरेटर), जो विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के सिद्धांत पर आधारित है, के बारे में हम अध्याय 7 में अध्ययन करेंगे। विद्युत् वाहक बल के अन्य स्रोतों में प्रकाश वोल्टीय सेल (जिनमें सौर ऊर्जा का विद्युत् ऊर्जा में परिवर्तन होता है) तथा ताप-युग्म सम्मिलित हैं।

किसी विद्युत् रासायनिक सेल में, रासायनिक ऊर्जा का उपयोग धारा प्रवाह में होता है। हम इसके विपरीत भी कर सकते हैं जैसे विद्युत् धारा का उपयोग रासायनिक अभिक्रियाओं को प्रभावित करने में किया जाए। विद्युत्-अपघटन धारा के रासायनिक प्रभावों का एक उदाहरण है। इसके प्रायोगिक उपयोगों के अतिरिक्त विद्युत्-अपघटन की परिघटना की भौतिकी के इतिहास में मुख्य भूमिका रही है। जैसा कि आप इस अध्याय में आगे पढ़ेंगे कि विद्युत् आवेश की पृथक् प्रकृति के प्रथम संकेत विद्युत्-अपघटन के फैराडे के नियमों से ही प्राप्त हुए थे।

अतः विद्युत् वाहक बल के किसी स्रोत में रासायनिक ऊर्जा या अन्य किसी रूप की ऊर्जा का विद्युत् ऊर्जा में परिवर्तन होता है। किसी परिपथ में धारा प्रवाह बनाए रखने के लिए, स्रोत को सतत अपनी ऊर्जा लगानी पड़ती है। यह ऊर्जा कहाँ जाती है? परिपथ में धारा प्रवाह बनाए रखने में प्रयुक्त स्रोत की ऊर्जा का कुछ भाग उपयोगी कार्य (जैसा कि किसी विद्युत् मोटर में) करने के लिए उपयोग में आता है। परंतु परिपथ यदि पूर्णतः प्रतिरोधी है अर्थात् परिपथ केवल प्रतिरोधों तथा एक विद्युत् वाहक बल के स्रोत की संरचना है, तो समग्र स्रोत ऊर्जा प्रतिरोधों में उत्पन्न ऊष्मा के रूप में निरंतर क्षयित होता जाता है। यह धारा का तापन (ऊष्मीय) प्रभाव है, जिसके विषय में हम अगले अनुभाग में विचार करेंगे। एक बार पुनः (रासायनिक ऊर्जा की स्थिति के समान) जिस प्रकार विद्युत् धारा से ऊष्मा उत्पन्न होती है, ऊष्मीय ऊर्जा के उचित उपयोग द्वारा विद्युत् वाहक बल का स्रोत बनाया जा सकता है। ऊष्मीय ऊर्जा द्वारा विद्युत् वाहक बल का स्रोत बनाने की परिघटना ताप-विद्युत् से संबंधित है (अनुभाग 4.6)।

जेम्स प्रेस्कॉट जूल (1818-1889)

अंग्रेज भौतिकविद्। उन्होंने प्रयोग द्वारा सिद्ध किया कि ऊष्मा यांत्रिक ऊर्जा का एक रूप है और उन्होंने सबसे पहले ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक का मान भी ज्ञात किया। यांत्रिक, ऊष्मीय एवं विद्युतीय ऊर्जाओं पर सावधानीपूर्वक किए गए प्रयोगों की शृंखला द्वारा जूल ने ऊर्जा के संरक्षण (अविनाशिता) के सामान्य नियम का एक प्रायोगिक प्रमाण प्रस्तुत किया।

लॉर्ड केल्विन (विलियम टॉम्सन) (1824-1907)

आयरलैंड के बेल्फास्ट में उत्पन्न, उन्नीसवीं शताब्दी के अग्रणी अंग्रेज वैज्ञानिकों में से एक। जेम्स जूल (1818-1894) जूलियस मेयर (1814-1878) एवं हर्मन हेल्महोल्ट्ज (1821-1894) द्वारा सुझाए गए ऊर्जा की अविनाशिता (संरक्षण) के नियम के विकास में थॉमसन ने एक प्रमुख भूमिका अदा की। जब कोई गैस निर्वात में फैलती है तो यह ठंडी हो जाती है– यह प्रेक्षण जिसे जूल-टॉम्सन प्रभाव कहा जाता है, इसके लिए उन्होंने जूल के साथ मिलकर प्रयोग किए। उन्होंने ताप के परम-शून्य का विचार प्रस्तुत किया और परम-तापमापक्रम का सुझाव दिया जिसे उनके सम्मान में आजकल केल्विन तापक्रम कहा जाता है। सादी कार्नो (1796-1832) द्वारा किए गए कार्य के आधार पर थॉमसन ने ऊष्मा यांत्रिकी के द्वितीय नियम को एक नए रूप में प्रस्तुत किया। टॉम्सन एक बहुमुखी प्रतिभासंपन्न भौतिकविद् थे, उन्होंने ऊष्मा वैद्युतिकी, विद्युत् चुंबकीय सिद्धांत एवं द्रवगतिकी में उल्लेखनीय योगदान किया।

4.2 ऊष्मीय (तापन) प्रभाव: जूल का नियम

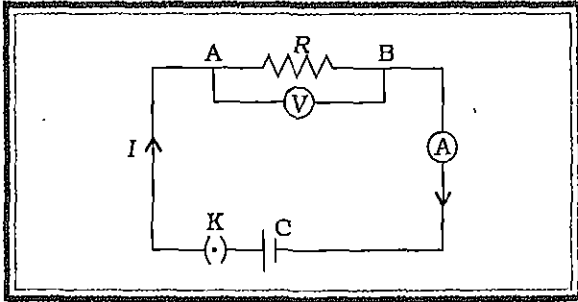
मान लीजिए कि एक अपरिवर्ती धारा (I) एक परिपथ में प्रवाहित हो रही है तथा बाह्य परिपथ के दो सिरों A तथा B के बीच विभवांतर V है (चित्र 4.1 देखें)। धारा का प्रवाह विभव ह्रास की दिशा में है। माना कि आवेश को बिंदु A से बिंदु B तक पहुँचने में Δt समय लगता है तथा इसी समय Δt में बिंदु A पर चालक के अनुप्रस्थ परिच्छेद से होकर निकलने वाले आवेश की मात्रा Δq है। धारा की परिभाषा से,

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{4.1}$$

बिंदु A तथा B पर आवेश Δq की स्थितिज ऊर्जाएँ क्रमश: $V_A \Delta q$ तथा $V_B \Delta q$ हैं। अत: Δt समय में स्थितिज ऊर्जा में हुई क्षति $(V_A - V_B)\,\Delta q$ अर्थात् $V\Delta q$ है। धारा के प्रवाह को बनाए रखने के लिए स्रोत को इस हानि की पूर्ति करनी होगी तथा आवेश को पुन: उच्च स्थितिज ऊर्जा की अवस्था में लाना होगा। अत: स्रोत द्वारा Δt समय में $V\Delta q$ के बराबर ऊर्जा की पूर्ति होगी। अर्थात् बाह्य परिपथ में स्रोत द्वारा निवेशित शक्ति (P) निम्न होगी :

$$P = V\frac{\Delta q}{\Delta t} = VI \tag{4.2}$$

अथवा, स्रोत द्वारा बाह्य परिपथ को t समय में दी गई ऊर्जा (E) निम्न होगी :

$$E = VIt \tag{4.3}$$

चित्र 4.1 अपरिवर्ती धारा विद्युत् परिपथ

स्रोत द्वारा व्यय की गई इस ऊर्जा का क्या होता है? बिंदु A तथा B के बीच विभवांतर होने के कारण आवेशों पर एक विद्युत् क्षेत्र लगता है। इससे आवेश त्वरित होते हैं तथा स्थितिज ऊर्जा में हुई क्षति गतिज ऊर्जा में लाभ के रूप में प्रकट होती है (जैसा कि किसी वस्तु के मुक्त रूप में गिरने में होता है) परंतु यहाँ स्थिति भिन्न है। धारा अपरिवर्ती है, अर्थात् औसतन आवेशों की अपवाह चाल स्थिर रहती है। ऐसा क्यों होता है, जबकि सभी आवेश विद्युत् क्षेत्र में त्वरित होते हैं? आवेश वाहकों का वियुक्त न होना इसका कारण है। ये परिपथ के चालक तत्वों की लैटिस (जालक) के परमाणुओं तथा आयनों से निरंतर टकराते रहते हैं। दो टक्करों के बीच ये आवेश विद्युत् क्षेत्र के त्वरण के कारण गतिज ऊर्जा प्राप्त करते हैं। आयन या परमाणु के साथ टक्कर होने पर ऊर्जा का विनिमय होता है। एक अपरिवर्ती धारा के लिए, आवेश चालकों द्वारा इन आंतरायिक त्वरणों से प्राप्त हुई ऊर्जा समग्र रूप में लैटिस को स्थानांतरित हो जाती है। लैटिस के आयन या परमाणु अनियमित विस्फोटों में IV प्रति एकांक समय की औसत दर से ऊर्जा प्राप्त करते हैं। अनियमित (अव्यवस्थित) ऊर्जा में यह वृद्धि लैटिस की ऊष्मीय ऊर्जा में वृद्धि है। दूसरे शब्दों में, बाह्य परिपथ को दी गई ऊर्जा ऊष्मा* के रूप में प्रकट होती है। अत: एक अपरिवर्ती धारा I के लिए t समय में उत्पन्न हुई ऊष्मा की मात्रा (H) निम्न है:

$$H = Pt = VIt \tag{4.4}$$

एक R प्रतिरोध के प्रतिरोधी चालक जो ओम के नियम को संतुष्ट करता है, के लिए समीकरण (4.4) को निम्न रूप से भी लिखा जा सकता है:

$$H = I^2Rt \qquad [4.5(a)]$$

$$= \frac{V^2}{R}t \qquad [4.5(b)]$$

समीकरण [4.5 (a)] तथा [(4.5(b)] **जूल के तापन के नियम** कहलाते हैं। यह नियम इंगित करते हैं कि उत्पन्न ऊष्मा (i) एक दिए गए प्रतिरोध R के लिए धारा के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है, (ii) दी गई धारा I के लिए, प्रतिरोध R के अनुक्रमानुपाती है, (iii) दिए गए विभवांतर V के लिए, प्रतिरोध R के व्युत्क्रमानुपाती है, तथा (iv) जितने समय (t) के लिए धारा प्रतिरोधक में प्रवाहित होती है, उस समय के अनुक्रमानुपाती है।

परिवर्ती धारा परिपथों के लिए उपरोक्त व्यंजकों के समान व्यंजक ही लागू होते हैं। इनमें धारा तथा वोल्टता के मान उनके वर्ग माध्य मूल (rms) मानों से प्रतिस्थापित हो जाते हैं (अध्याय 8 देखें)।

* *ऐसा तब होता है जबकि परिपथ में कोई सक्रिय तत्व जैसे मोटर न हो। सामान्यत: स्रोत द्वारा दी गई ऊर्जा का एक भाग लाभकारी कार्य (जैसा कि मोटर में) करने में जाता है तथा शेष भाग ऊष्मा के रूप में प्रकट होता है।*

4.3 जूल तापन के व्यावहारिक अनुप्रयोग

समीकरण (4.5) में दिए गए जूल तापन किसी विद्युत् धारा के अपरिहार्य परिणाम हैं। कई स्थितियों में यह एक अवांछनीय प्रभाव है, क्योंकि इससे लाभकारी विद्युत् ऊर्जा अव्यवस्थित ऊर्जा (ऊष्मा) में परिवर्तित हो जाती है। विद्युत् ऊर्जा के इस अलाभकारी परिवर्तन की धारणा को व्यक्त करने के लिए प्रायः 'ओमीय क्षय' या 'ओमीय हानि' पदों का उपयोग होता है। उदाहरण के लिए, किसी विद्युत् मोटर में, निवेश की शक्ति का कुछ भाग ऊष्मा के रूप में क्षय हो जाता है। विद्युत् परिपथों में, एक छोटे क्षेत्र में उत्पन्न हुआ अपरिहार्य जूल तापन अवयवों का तापमान बढ़ा सकता है और उनके गुणों को बदल सकता है। लंबी दूरी के लिए शक्ति संचरण उच्च वोल्टता के साथ किया जाता है ताकि धारा और ओमीय हानि को कम किया जा सके।

परंतु जूल तापन के कई अनुप्रयोग भी हैं। विद्युत् की इस्त्री (प्रेस), ब्रेड-टोस्टर, ओवन, विद्युत् केतली, विद्युत् तापक (हीटर), आदि जूल तापन के सुपरिचित घरेलू अनुप्रयोग हैं।

विद्युत् तापन का उपयोग प्रकाश उत्पन्न करने, जैसा कि एक विद्युत् बल्ब, में भी किया जाता है। यहाँ प्रतिरोधक तंतु को जितना भी अधिक हो सके उतना ही उत्पन्न हुई ऊष्मा को संरक्षित रखना होता है, ताकि यह काफी गरम हो सके और प्रकाश उत्सर्जित कर सके। यह उच्च ताप पर पिघलना भी नहीं चाहिए। बल्ब के तंतु के लिए एक मजबूत तथा उच्च गलनांक वाली धातु, जैसे कि टंगस्टन (गलनांक = 3380 °C), का उपयोग होता है। तंतु को ऊष्मारोधी सहारों की मदद से जितना संभव हो उतना ही ऊष्मीय रूप से पृथक् होना चाहिए। तंतु का जीवन बढ़ाने के लिए बल्ब में रासायनिक रूप से निष्क्रिय नाइट्रोजन तथा आॅर्गन गैसें भरी जाती हैं। तंतु द्वारा प्रयुक्त की गई अधिकतम शक्ति ऊष्मा के रूप में प्रकट होती है, परंतु इसका एक छोटा भाग प्रकाश उत्सर्जन के रूप में प्रकट होता है। ये बल्ब उपयोग की गई प्रति वाट शक्ति के लिए लगभग 1 कैंडला प्रकाशीय ऊर्जा देते हैं।

जूल तापन का एक और साधारण उपयोग विद्युत् परिपथों में प्रयुक्त होने वाले फ्यूज हैं। ये युक्ति को परिपथ से होकर गुजरने वाली अत्यधिक उच्च विद्युत् धारा से सुरक्षित रखते हैं। यह परिपथ में युक्ति के साथ श्रेणी में लगाया जाता है। यह एक उपयुक्त गलनांक वाली धातु जैसे कॉपर (ताँबा), लोहा, ऐलुमिनियम, लेड आदि के तार के टुकड़े के रूप में होता है। परिपथ में एक विशिष्ट धारा से अधिक धारा प्रवाहित होने पर, फ्यूज तार का ताप बढ़ने लगता है। इससे फ्यूज तार पिघल जाता है और परिपथ टूट जाता है। सामान्यतः फ्यूज तार किसी धातु के सिरों वाले पोर्सलीन या समान द्रव्य के कार्ट्रिज में बंद किया जाता है। घरेलू प्रयोजनों में प्रयुक्त होने वाले फ्यूजों को 1 A, 2 A, 3 A, 5 A, 10 A, आदि में अनुपातित किया जाता है। एक विद्युत् इस्त्री, जो 220 V पर कार्य करने पर 1 kW विद्युत् शक्ति व्यय करती है, के लिए परिपथ में (1000/220) A अर्थात् 4.54 A धारा प्रवाहित होगी। इस स्थिति में, 5 A के फ्यूज का उपयोग करना चाहिए।

उदाहरण 4.1 (a) नाइक्रोम प्रतिरोधक का बना एक छोटा तापन अवयव 30 V dc संभरण से जुड़ा है तथा इसके कारण परिपथ में 10 A धारा प्रवाहित होती है। तापक में कितनी विद्युत् शक्ति का निवेश हो रहा है? दो घंटों में कितनी ऊष्मा उत्पन्न होगी? (b) एक विद्युत् मोटर, जो 30 V संभरण पर कार्य कर रही है, 10 A धारा ले रही है तथा 120 W की यांत्रिक शक्ति उत्पन्न कर रही है। मोटर की कितनी क्षमता है? दो घंटों में ऊष्मा के रूप में कितनी ऊर्जा की क्षति होगी? (c) उपरोक्त (a) तथा (b) स्थितियों की समानता तथा भिन्नता बताइए।

हल

(a) तापक में निवेश की गई शक्ति

$= 30\text{ V} \times 10\text{ A} = 300\text{ W}$ होगी।

चूंकि परिपथ, जिसमें विद्युत् शक्ति का निवेश किया गया है, प्रतिरोधी है। अतः समस्त विद्युत् ऊर्जा ऊष्मा में बदल जाती है। इसलिए,

दो घंटों में उत्पन्न हुई ऊष्मा

$= 300\text{ W} \times 2 \times 3600\text{ s} = 2.16 \times 10^6\text{ J}$ होगी।

(b) मोटर में पूर्ति की गई शक्ति

$= 30\text{ V} \times 10\text{ A} = 300\text{ W}$ होगी।

विद्युत् मोटर पूर्णतः प्रतिरोधी नहीं है। अतः मोटर में आपूर्ति की गई समस्त शक्ति ऊष्मा के रूप में परिवर्तित नहीं होगी। आपूर्ति की गई समस्त शक्ति का कुछ भाग ही ऊष्मा के रूप में क्षय होगा तथा शेष शक्ति उपयोगी शक्ति में परिवर्तित होगी।

विद्युत् मोटर की क्षमता $= \frac{\text{यांत्रिक शक्ति}}{\text{कुल शक्ति निवेश}}$

$= \frac{120 \text{ W}}{300 \text{ W}} = 0.4$ या 40% होगी।

ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति

$= 300 \text{ W} - 120 \text{ W} = 180 \text{ W}$ होगी।

दो घंटों में ऊष्मा के रूप में ऊर्जा का क्षय

$= 180 \text{ W} \times 2 \times 3600 \text{ s} = 1.296 \times 10^6 \text{ J}$ होगा।

(c) प्रत्येक स्थिति में आपूर्ति की गई विद्युत् शक्ति VI से दर्शायी जाती है। मुख्य बात यह है कि $V = IR$ (ओम का नियम) केवल प्रतिरोधक के लिए है तथा इसलिए आपूर्ति की शक्ति $VI = I^2R$ है।

(a) स्थिति में, $V = IR$ है। अतः तापक अवयव का प्रतिरोध $R = 30 \text{ V}/10 \text{ A} = 3 \ \Omega$, तथा $VI = I^2R = 300 \text{ W}$ होगा।

(b) स्थिति के लिए, चूंकि विद्युत् मोटर प्रतिरोधक नहीं है, इसलिए $VI = I^2R$ लिखना गलत होगा। इस स्थिति में, VI निवेश की गई शक्ति दर्शाता है तथा I^2R मोटर की कुंडली के प्रतिरोध के कारण होने वाली शक्ति क्षय (ऊष्मा के रूप में) दर्शाता है। इन दोनों राशियों का अंतर $VI - I^2R$ मोटर द्वारा उत्पन्न की गई यांत्रिक ऊर्जा के रूप में प्रकट होता है। इस स्थिति का प्रतिरोध R जानने के लिए हमें ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति को I^2R के समीकृत करना होगा। अतः

$I^2R = 180 \text{ W}$ अर्थात्

$R = \frac{180}{10 \times 10} = 1.8 \ \Omega$ होगा।

$V = IR$ (ओम का नियम) यहाँ प्रत्यक्ष रूप में क्यों नहीं है? इसका कारण यह है कि जब मोटर चल रही है, तब परिपथ में एक विरोधी विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। तब परिपथ में बहने वाली धारा (पुनः ओम का नियम)

$I = (V - V_{\text{पश्च}})/R$ होगी।

अथवा $VI = V_{\text{पश्च}} I + I^2 R$ होगी।

दाएँ पक्ष का प्रथम पद ($V_{\text{पश्च}} I$) निर्गत यांत्रिक शक्ति को तथा द्वितीय पद ($I^2 R$) ऊष्मा के रूप में हुई क्षयित शक्ति को दर्शाता है।

उदाहरण 4.2 2 वोल्ट विद्युत् वाहक बल तथा $0.25 \ \Omega$ आंतरिक प्रतिरोध वाले 6 लैड संचायकों की एक श्रेणीगत बैटरी 230 V दिष्ट धारा के मुख्य स्रोत द्वारा आवेशित की जाती है। आवेशित धारा को सीमित करने के लिए आवेशित परिपथ में एक $53 \ \Omega$ श्रेणी प्रतिरोध उपयोग में लाया गया है। (a) मुख्य स्रोत द्वारा आपूर्ति की गई शक्ति क्या है? तथा (b) ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति क्या है? दोनों उत्तरों में अंतर का कारण बताइए।

हल

बैटरी का कुल विद्युत् वाहक बल $= 6 \times 2.0 \text{ V} = 12 \text{ V}$ होगा।

बैटरी का कुल आंतरिक प्रतिरोध $= 6 \times 0.25 \ \Omega = 1.5 \ \Omega$ अतः

आवेशित करने वाली धारा

$= \frac{(230 - 2) V}{(53 + 1.5) \Omega}$

$= 4.0 \text{ A}$

मुख्य स्रोत द्वारा दी गई शक्ति

$= 230 \text{ V} \times 4.0 \text{ A} = 920 \text{ W}$

ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति

$= 4^2 \times (53 + 1.5) \text{ W} = 872 \text{ W}$

इनका अंतर $(920 - 872) \text{ W} = 48 \text{ W}$ बैटरी के संचायकों में रासायनिक ऊर्जा के रूप में संचित शक्ति है (संकेत : इस स्थिति की तुलना उदाहरण 4.1 में विचारी गई विद्युत् मोटर के साथ करें। वहाँ पर लगने वाले विरोधी विद्युत् वाहक बल का कार्य यहाँ पर बैटरी का विद्युत् वाहक बल करता है। कुल निवेश की गई शक्ति तथा ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति का अंतर मोटर की यांत्रिक शक्ति है, जबकि लैड संचायकों की स्थिति में यह अंतर बैटरी में संचित रासायनिक शक्ति के समान है)।

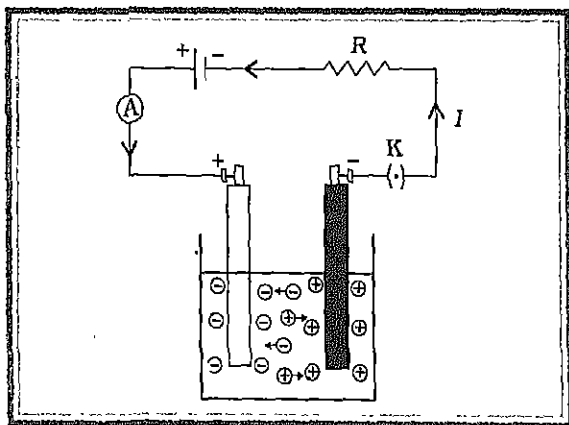
4.4 धारा के रासायनिक प्रभाव

4.4.1 भूमिका

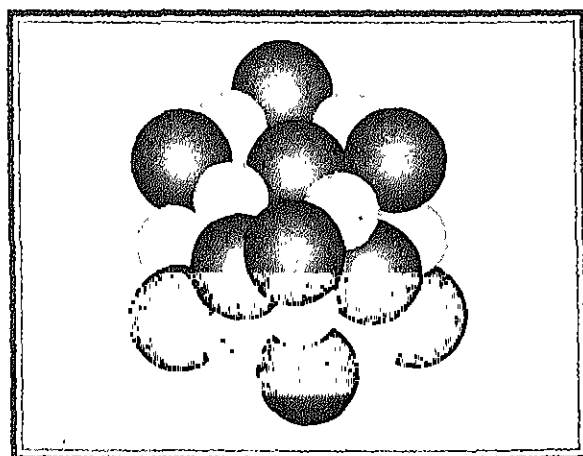
नीचे विचार की गई विद्युत्-अपघटन की घटना विद्युत् धारा का एक मुख्य रासायनिक प्रभाव है। जब विद्युत् धारा एक शुद्ध धात्विक चालक, चाहे ठोस या द्रव (उदाहरण के लिए पारा) से होकर गुजरती है तो कोई रासायनिक प्रभाव नहीं होता,

अर्थात् चालक की रासायनिक संरचना में कोई परिवर्तन नहीं होता। केवल सामान्य ऊष्मीय प्रभाव (ऊष्मा का उत्पादन) ही होता है। जब एक विद्युत् धारा आयनी विलयनों से होकर गुजरती है तो रोचक रासायनिक परिवर्तन होते हैं। चित्र 4.2 में दर्शाए गए एक विशिष्ट प्रयोग में दो धातु की प्लेटें या छड़ें एक आयनी विलयन में डुबोई गई हैं तथा उन्हें बैटरी के दो सिरों से जोड़ा गया है। विलयन में वियोजित आयन दोनों प्लेटों पर प्रकट होते हैं। यह विद्युत्-अपघटन की घटना है। इस घटना के परिमाणात्मक परीक्षण सर्वप्रथम माइकल फैराडे ने किए थे। फैराडे ने अपनी उपलब्धियों को अब विख्यात विद्युत्-अपघटन के नियमों के रूप में सारांश प्रस्तुत किया। इन नियमों को जानने से पहले हम आयनी विलयनों में विद्युत् के चालन पर विचार करेंगे।

4.4.2 विद्युत्-अपघटनी चालन

विद्युत्-अपघट्य वे पदार्थ हैं जो अपने अणुओं के एक भाग के धनात्मक तथा ऋणात्मक आयनों में वियोजन के कारण विद्युत् का चालन करते हैं। धनात्मक आयन धनायन तथा ऋणात्मक आयन ऋणायन कहलाते हैं। द्रव अथवा ठोस माध्यम में डूबे तथा बाह्य परिपथ से जुड़े चालन खंडों (छड़ें, प्लेटें अथा अन्य वस्तुएँ) को इलैक्ट्रोड कहते हैं। विद्युत् चालन की प्रक्रिया में जिस इलैक्ट्रोड की ओर धनायन आते हैं वह कैथोड तथा जिसकी ओर ऋणायन आते हैं वह एनोड कहलाता है (चित्र 4.2 देखें)।

चित्र 4.2 धारा का विद्युत्-अपघट्य से प्रवाह। धनात्मक आयन (धनायन) कैथोड की ओर तथा ऋणात्मक आयन (ऋणायन) एनोड की ओर चलते हैं।

अकार्बनिक लवणों, अम्लों तथा क्षारकों के जलीय लाल विद्युत्-अपघट्यों के सर्वाधिक सामान्य उदाहरण हैं। बहुत से लवण जैसे NaCl, KCl आदि अपनी पिघली हुई अवस्था में, बिना किसी विलायक के, विद्युत्-अपघट्य हैं। कार्बनिक यौगिकों के घोल, सामान्यतः विद्युत् के हीन चालक हैं। शुद्ध पानी विद्युत् का कुचालक है, परंतु पानी की चालकता उसमें किसी अम्ल या क्षार की कुछ बूँदें मिलाने से काफी मात्रा में बढ़ जाती है। ठोस अवस्था के विद्युत्-अपघट्यों में गतिशील आयन होते हैं। उदाहरण के लिए सिल्वर आयोडाइड (AgI) में Ag^+ आयन गतिशील हैं।

आइए, देखें कि एक विद्युत्-अपघट्य जैसे कि साधारण नमक या खनिज नमक (सेंधा नमक) के जलीय विलयनों में किस प्रकार के विद्युत् का चालन होता है। साधारण नमक अर्थात् क्रिस्टलीय NaCl में चित्र 4.3 में दर्शाए अनुसार विद्युत् आकर्षण में बंधे तथा क्रमबद्ध Na^+ तथा Cl^- आयन होते हैं। NaCl को वियोजित, अर्थात् Na^+ तथा Cl^- आयनों को एक-दूसरे से अलग करने के लिए लगभग 7.9 eV प्रति अणु ऊर्जा की आवश्यकता होती है। सामान्य ताप पर 0.03 eV प्रति अणु की औसत ऊष्मीय ऊर्जा वियोजन ऊर्जा से काफी कम है। यह ठोस अवस्था में आयनी यौगिकों को वियोजित करने में अक्षम है। जब नमक को पानी में घोला जाता है तब क्या होता है? पानी का परावैद्युतांक सामान्य ताप पर लगभग 81 है। अध्याय 2 से हमें ज्ञात है कि दो आवेशों के बीच माध्यम की उपस्थिति विद्युत् क्षेत्र (तथा विभव) को माध्यम के परावैद्युतांक के बराबर गुणक से घटा देती है। अतः Na^+ तथा Cl^- आयनों के बीच में आकर्षण स्थितिज

चित्र 4.3 एक NaCl क्रिस्टल में Na^+ तथा Cl^- आयनों का विन्यास।

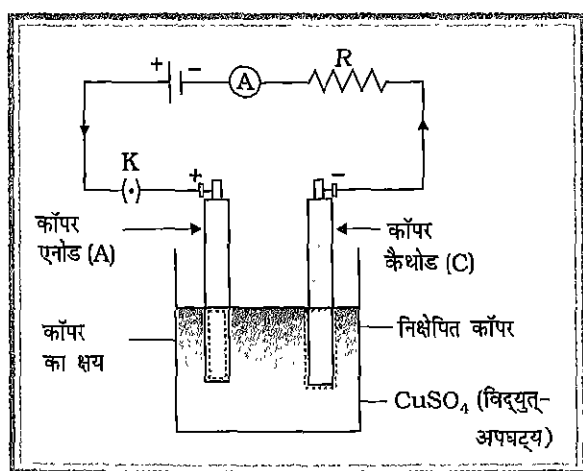
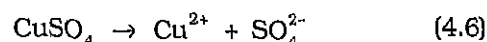
ऊर्जा बहुत कम हो जाती है*। ऐसी स्थिति में ऊष्मीय ऊर्जा साधारण नमक के तनु घोल को पूर्ण रूप से Na^+ तथा Cl^- आयनों में वियोजित करने के लिए उपयुक्त रहती है। ये Na^+ तथा Cl^- आयन ही विलयन में विद्युत् चालन के लिए आवेश चालक हैं।

विद्युत्-अपघट्य विद्युत् का चालन करते हैं, परंतु उनकी चालकता धातुओं की तुलना में अत्यंत कम (सामान्य ताप पर 10^{-5} से 10^{-6} के गुणक से) होती है। यह कम विद्युत् चालकता अनेक कारणों से होती है : आयनों का स्वतंत्र इलेक्ट्रॉनों की तुलना में कम संख्या घनत्व जिस माध्यम में वे चलते हैं, उसकी अधिक श्यानता, आयनों का अधिक द्रव्यमान और इसलिए उनकी बाह्य विद्युत् क्षेत्र में कम अपवाह चाल, आदि।

4.4.3 विद्युत्-अपघटन

हम कॉपर (ताँबा) तथा सिल्वर (चाँदी) के विद्युत् निक्षेपण का विद्युत्-अपघटन के दो सरल उदाहरणों के रूप में विचार करते हैं। इसके पश्चात् फैराडे द्वारा सर्वप्रथम आविष्कार किए गए विद्युत् अपघटन के नियमों का वर्णन करेंगे।

कॉपर सल्फेट विलयन का विद्युत्-अपघटन

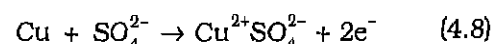
वह उपकरण जिसमें विद्युत्-अपघटन की प्रक्रिया होती है, वोल्टामीटर या विद्युत्-अपघटनी सेल कहलाता है। दो कॉपर की प्लेटें जलीय कॉपर सल्फेट विलयन ($CuSO_4$), जो एक विद्युत्-अपघट्य है, में आंशिक रूप से डुबोयी गई हैं (चित्र 4.4 देखें)। कॉपर की प्लेटें बैटरी के दोनों सिरों से जुड़ी हैं। ये वोल्टामीटर के दो इलैक्ट्रोड हैं। विद्युत्-अपघट्य वियोजित कॉपर तथा सल्फेट आयनों के रूप में है :

$$CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+} + SO_4^{2-} \qquad (4.6)$$

जब परिपथ में एक अपरिवर्ती धारा हो तो निम्न प्रक्रियाएँ होती हैं :

1. इलेक्ट्रॉन बैटरी के ऋणात्मक सिरे से जोड़ने वाले तारों से होकर इलैक्ट्रोड C की ओर बहते हैं।
2. इलैक्ट्रोड C, इलैक्ट्रोड A की तुलना में निम्न विभव पर है। इसलिए धनात्मक कॉपर आयन (धनायन) C की ओर चलते हैं जबकि ऋणात्मक सल्फेट आयन (ऋणायन) A की ओर चलते हैं। अत: वोल्टामीटर का इलैक्ट्रोड C कैथोड तथा इलैक्ट्रोड A एनोड है।
3. कैथोड C पर, Cu^{2+} आयन बाह्य परिपथ से होकर आने वाले इलेक्ट्रॉनों द्वारा उदासीन हो जाते हैं। कैथोड पर होने वाली अपचयन क्रिया :

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu \qquad (4.7)$$

इस प्रकार उत्पादित हुए Cu अणु कैथोड पर निक्षेपित हो जाते हैं।

4. एनोड पर SO_4^{2-} आयन Cu के साथ अभिक्रिया कर इलैक्ट्रॉन मुक्त करते हैं। एनोड पर होने वाली ऑक्सीजन क्रिया निम्न प्रकार होगी :

$$Cu + SO_4^{2-} \rightarrow Cu^{2+}SO_4^{2-} + 2e^- \qquad (4.8)$$

5. कॉपर आयन विलयन में आ जाते हैं, जबकि मुक्त हुए इलैक्ट्रॉन जोड़ने वाले तारों के द्वारा पुन: बैटरी के धनात्मक सिरे पर वापस पहुँच जाते हैं। बैटरी के अंदर उपयुक्त आयनों का प्रवाह परिपथ को पूरा करता है।

इस प्रकार, समग्र रूप में, इस क्रिया का परिणाम कैथोड पर कॉपर का निक्षेपण है, जबकि एनोड से समान मात्रा में कॉपर की हानि होती है। विलयन में $CuSO_4$ की सांद्रता नहीं बदलती है। यह प्रक्रिया कॉपर का विद्युत्-निक्षेपण कहलाती है।

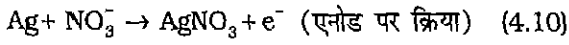
*चित्र **4.4** कॉपर सल्फेट विलयन का विद्युत्-अपघटन*

* *यह वास्तव में एक अतिसरल दृश्य है। यदि आयन अधिक दूरी पर हों (उनके आकार की तुलना में) और मध्यवर्ती माध्यम (पानी) को अविछिन्न माना जा सके तो अध्याय 2 के परिणाम लागू होंगे। यद्यपि कम दूरियों पर आयनों के बीच की आकर्षणीय ऊर्जा मध्यवर्ती पानी के अणुओं के कारण कम हो जाती है। पानी का अणु ध्रुवीय है तथा Na^+ और Cl^- आयनों के कारण विद्युत् क्षेत्र द्विध्रुवों का सरेखण करता है। H_2O में इलेक्ट्रॉनों के वितरण द्वारा नियत विद्युत् बलों के कारण एक आयन के समीप पानी के अणु एक-दूसरे से चिपकते हैं (हाइड्रोजन आबंधन)। अत: आयन के समीप पानी के अणुओं का एक बड़े आकार का ध्रुवित समूह बन जाता है (जलयोजन)। यह ध्रुवीकरण, विद्युत् क्षेत्र तथा आयनों की आकर्षित स्थितिज ऊर्जा को घटाता है। यही पानी के अधिक परावैद्युतांक का कारण है।*

सिल्वर नाइट्रेट विलयन का विद्युत्-अपघटन

इस प्रक्रिया में, वोल्टामीटर में दो सिल्वर की प्लेटें सिल्वर नाइट्रेट के जलीय विलयन में अंशतः डूबी रहती हैं। इस विलयन में सिल्वर नाइट्रेट Ag^+ तथा NO_3^- आयनों के रूप में वियोजित रहता है। एक महत्त्वपूर्ण अंतर के अतिरिक्त सिल्वर नाइट्रेट के विद्युत्-अपघटन का वर्णन कॉपर सल्फेट के विद्युत्-अपघटन जैसा ही है। सिल्वर की संयोजकता एक है जबकि कॉपर की संयोजकता दो है। कैथोड पर होने वाली अपचयन क्रिया तथा एनोड पर होने वाली ऑक्सीकरण क्रिया, क्रमशः निम्न हैं :

$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$ (कैथोड पर क्रिया) (4.9)

$Ag + NO_3^- \rightarrow AgNO_3 + e^-$ (एनोड पर क्रिया) (4.10)

पूर्व के समान, सिल्वर कैथोड पर निक्षेपित होता है जबकि एनोड से समान मात्रा में सिल्वर का क्षय होता है। विलयन में $AgNO_3$ की सांद्रता अपरिवर्तित रहती है।

दोनों उदाहरणों की तुलना करने पर हम पाते हैं कि सिल्वर के विद्युत्-निक्षेपण में सिल्वर के एक परमाणु के कैथोड पर निक्षेपण के लिए एक इलेक्ट्रॉन परिसंचरित होता है। जबकि कॉपर सल्फेट के विद्युत्-निक्षेपण में कॉपर के एक परमाणु के कैथोड पर निक्षेपण के लिए दो इलेक्ट्रॉन परिसंचरित होते हैं।

4.4.4 विद्युत्-अपघटन के फैराडे के नियम

अब हम फैराडे के विद्युत्-अपघटन के दो नियमों को व्यक्त कर सकते हैं तथा समझ सकते हैं।

1. **विद्युत्-अपघटन की अवधि में एक इलैक्ट्रोड पर मुक्त हुए पदार्थ का द्रव्यमान विद्युत्-अपघट्य से होकर गुजरने वाले आवेश के अनुक्रमानुपाती होता है।**

आवेश q (= It, अर्थात् धारा I समय t के लिए प्रवाहित होती है) के विद्युत्-अपघट्य से होकर गुजरने पर यदि विद्युत्-अपघटन की अवधि में एक इलैक्ट्रोड पर मुक्त हुए पदार्थ का द्रव्यमान m है, तब

$$m \propto q$$

अर्थात् $m \propto It$

या $m = ZIt$ (4.11)

यहाँ Z एक समानुपाती नियतांक है तथा पदार्थ का **विद्युत्-रासायनिक तुल्यांक** कहलाता है। यदि $q = 1$ C, तब $Z = m$ होगा। अतः किसी पदार्थ का विद्युत्-रासायनिक तुल्यांक एक कूलॉम आवेश के प्रवाहित होने पर उस पदार्थ की मुक्त हुई मात्रा से निश्चित किया जाता है।

2. **समान आवेश के प्रवाहित होने पर मुक्त हुए विभिन्न पदार्थों के द्रव्यमान उनके रासायनिक तुल्यांकों अथवा तुल्य द्रव्यमानों के समानुपाती होते हैं।**

जब एकसमान धारा एकसमान समय के लिए दो विभिन्न विद्युत्-अपघटनी सेलों के विद्युत्-अपघट्यों में से प्रवाहित होती है, तो मान लीजिए कि दोनों विभिन्न सेलों के इलैक्ट्रोडों पर मुक्त हुए विभिन्न पदार्थों के द्रव्यमान m_1 तथा m_2 हैं। इसके अतिरिक्त मान लीजिए कि दोनों पदार्थों के रासायनिक तुल्यांक क्रमशः E_1 और E_2 हैं। तब

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{E_1}{E_2} \quad (4.12)$$

विद्युत्-अपघटन की घटना के बारे में पहले दिए गए उदाहरणों से प्राप्त हमारी जानकारी के आधार पर फैराडे के नियमों को स्पष्ट किया जा सकता है। माना एक इलैक्ट्रोड पर M परमाणु द्रव्यमान वाले पदार्थ का एक मोल निक्षेपित होता है, अर्थात् एक एवोगाद्रो की संख्या N_A परमाणु एक इलैक्ट्रोड पर निक्षेपित होते हैं। यदि विद्युत्-अपघट्य के परमाणु की संयोजकता p है, तब निक्षेपित होने वाले प्रत्येक परमाणु के लिए, आवेश, pe का परिपथ में प्रवाह होगा। यहाँ e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। इसलिए एक मोल के लिए, विद्युत्-अपघट्य से होकर गुजरने वाला आवेश $N_A pe$ है। अर्थात् M द्रव्यमान को मुक्त होने के लिए, $N_A pe$ मात्रा का आवेश परिपथ में प्रवाहित होगा। समीकरण (4.11) से,

$$M = ZN_A pe$$

अर्थात् $$Z = \frac{1}{N_A e}\frac{M}{p} \quad (4.13)$$

अथवा $$Z \propto \frac{M}{p}$$

अथवा $$Z \propto E \quad (4.14)$$

राशि $\frac{M}{p}$ एक नियत राशि है, अर्थात् मोलर द्रव्यमान को संयोजकता से विभाजित करने पर एक नियत राशि प्राप्त होती है। इस राशि को रासायनिक तुल्यांक या तुल्य द्रव्यमान कहते हैं और E से निर्दिष्ट करते हैं।

समीकरण (4.14) से ज्ञात होता है कि किसी पदार्थ का विद्युत् रासायनिक तुल्यांक (Z) उसके रासायनिक तुल्यांक के

अनुक्रमानुपाती होता है। सारणी 4.1 में कुछ पदार्थों के विद्युत् रासायनिक तुल्यांक तथा रासायनिक तुल्यांक दिए गए हैं। Z तथा E के बीच समानुपातिक संबंध स्पष्ट है।

समीकरण (4.11) तथा समीकरण (4.13) को मिलाने पर हम निम्न समीकरण पाते हैं :

$$m = \frac{M}{N_A e\, p} It = \frac{E}{F} It \qquad (4.15)$$

राशि $N_A e$ जिसे फैराडे नियतांक, F कहते हैं, एक मौलिक नियतांक है। इसका मान 96487 C mol^{-1} है। समीकरण (4.15) से, फैराडे नियतांक F विद्युत्-अपघटन की अवधि में किसी पदार्थ के रासायनिक तुल्यांक के तुल्य द्रव्यमान को इलैक्ट्रोड पर मुक्त कराने के लिए, परिपथ में प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा है। विद्युत्-अपघटन के दोनों नियम समीकरण (4.15) से सीधे प्राप्त किए जा सकते हैं। एक दिए गए विद्युत्-अपघट्य के लिए, अर्थात् $\frac{M}{p}$ के नियत मान के लिए, $m \propto It$ होगा। यह विद्युत्-अपघटन का फैराडे का प्रथम नियम है तथा दिए गए आवेश $q\,(= It)$ की मात्रा के लिए, $m \propto \frac{M}{p}$ होगा। यह फैराडे का विद्युत्-अपघटन का द्वितीय नियम है। अतः समीकरण (4.15) विद्युत्-अपघटन के फैराडे के नियमों का संयुक्त रूप है।

फैराडे के नियमों से ज्ञात होता है कि किसी पदार्थ की 1 मोल मात्रा को मुक्त करने के लिए विद्युत्-अपघटन में $F\,p$ आवेश को परिपथ से प्रवाहित होना होगा। चूंकि एक मोल में N_A परमाणु होते हैं, अतः किसी प्रकार के आयनों के लिए प्रति आयन आवेश $\frac{Fp}{N_A}$ होगा। इसके दो महत्त्वपूर्ण आशय हैं :

(i) संयोजकता की रासायनिक धारणा विद्युत् आवेश से संबंधित है।

(ii) चूंकि संयोजकता p एक पूर्णांक है, अतः मूल आवेश $e = \frac{F}{N_A}$ है तथा सभी आवेश e के गुणज हैं।

अतः आवेश की क्वांटम प्रकृति के लिए विद्युत्-अपघटन के नियम प्रथम गुणात्मक सूचक थे। रोचक बात यह है कि यद्यपि यह तथ्य प्रत्यक्ष था, फिर भी महान भौतिकविद्

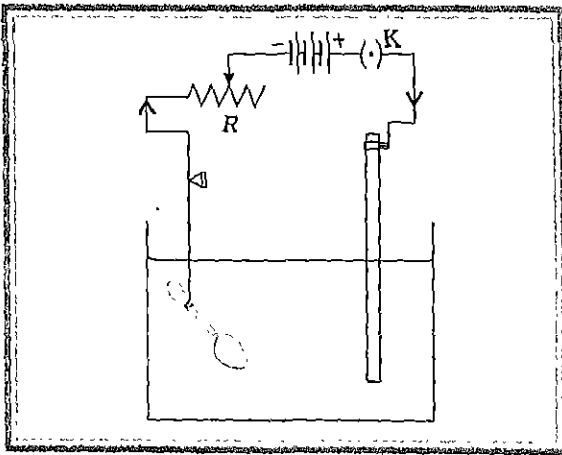
सारणी 4.1 विद्युत् रासायनिक तथा रासायनिक तुल्यांक

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
धनायन				
हाइड्रोजन	1.045×10^{-8}	1.008	1	1.008
कॉपर	3.249×10^{-7}	63.57	2	31.78
सिल्वर	1.118×10^{-6}	107.88	1	107.88
जिंक	3.387×10^{-7}	65.39	2	32.695
क्रोमियम	1.800×10^{-7}	51.996	3	17.332
ऐलुमिनियम	9.360×10^{-8}	27.1	3	9.03
गोल्ड	6.812×10^{-7}	197.2	3	65.73
निकिल	3.040×10^{-7}	58.68	2	29.34
ऋणायन				
ऑक्सीजन	8.238×10^{-8}	16	2	8
क्लोरीन	3.671×10^{-7}	35.46	1	35.46

मैक्सवेल इस तथ्य से सामंजस्य स्थापित नहीं कर सके तथा आवेश के सतत् वितरण की धारणा के साथ ही कार्य करते रहे। (आवेश के स्थूल परिमाण के लिए आवेश की क्वांटम प्रकृति की उपेक्षा की जा सकती है, जैसा कि अध्याय 1 में स्पष्ट किया गया है)। इन नियमों का परिमाणात्मक अभिप्राय यह है कि विद्युत्-अपघटन के प्रयोगों से प्राप्त F के मान तथा ब्राउनी गति के प्रयोगों से प्राप्त N_A के मानों का उपयोग करने पर प्रारंभिक आवेश e का मान ($e = \frac{F}{N_A}$) प्राप्त किया जा सकता है। इस प्रकार से e का मान 1.6×10^{-6} C प्राप्त होता है। यह मान मूल आवेश के मान को प्राप्त करने के लिए किए गए पूर्ण रूप से भिन्न प्रयोगों, जैसे कि मिलीकन का तेल की बूँद का प्रयोग (अध्याय 12 देखें), से प्राप्त परिणामों से मेल खाता है।

4.4.5 विद्युत्-अपघटन के अनुप्रयोग

विद्युत्-अपघटन की परिघटना के बहुत से वैज्ञानिक तथा वाणिज्यिक अनुप्रयोग हैं :

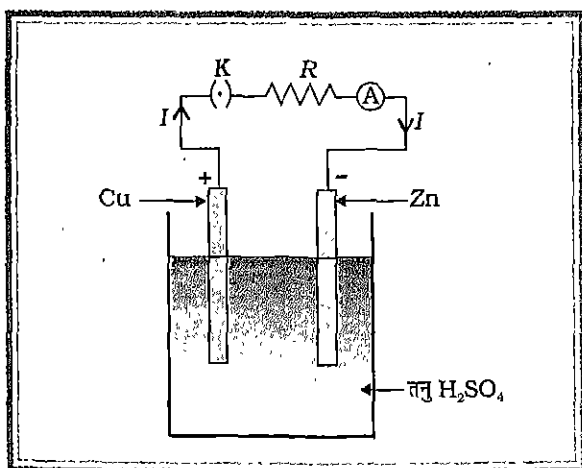
1. **विद्युत्-लेपनः** वस्तुओं की निकिल, चाँदी तथा सोने द्वारा विद्युत्-लेपन बहुत सामान्य है। विद्युत्-अपघट्य सेल में विद्युत्-लेपित होने वाले चालक पदार्थ का कैथोड लगाया जाता है। कैथोड पर विलेपित होने वाले पदार्थ की धातु की पट्टी को एनोड की तरह उपयोग में लाया जाता है। एनोड के समान धातु के एक घुलनशील लवण का विद्युत् अपघट्य के रूप में प्रयोग किया जाता है। चित्र 4.5 में विद्युत्-लेपन के लिए प्रायोगिक व्यवस्था दिखाई गई है। जब परिपथ में धारा प्रवाहित की जाती है तब कैथोड पर धातु की एक हल्की (तनु) परत निक्षेपित हो जाती है। विद्युत्-लेपन को एकसमान तथा दृढ़ आसंजित बनाने के लिए एक उपयुक्त धारा शक्ति प्रवाहित की जाती है। यदि धारा शक्ति बहुत अधिक है तो विद्युत्-लेपन भंगुर हो सकता है। सोने के लेपन के लिए हमें 1 V से 3 V की बैटरी से धारा लेने की आवश्यकता होती है तथा कॉपर के लेपन के लिए 5 V से 10 V की बैटरी से धारा ली जाती है।

चित्र 4.5 विद्युत्-लेपन का व्यवस्था चित्र

2. **अयस्कों से धातु का निष्कर्षणः** कुछ धातुएँ उनके अयस्कों से विद्युत्-अपघटन द्वारा निष्कर्षित की जाती हैं। उदाहरण के लिए, ऐलुमिनियम पिघले बॉक्साइट (Al_2O_3) तथा क्रायोलाइट (Na_3AlF_6) में विद्युत् धारा प्रवाहित करने पर प्राप्त किया जाता है। सक्रिय धातुएँ जैसे सोडियम, कैल्शियम तथा मैग्नीशियम भी अपने अयस्कों से विद्युत्-अपघटन के द्वारा निष्कर्षित की जाती हैं।

3. **धातुओं का शुद्धिकरणः** इस उद्देश्य के लिए, एनोड अशुद्ध धातु से बनाया जाता है तथा कैथोड के रूप में शुद्ध धातु की पट्टी को उपयोग में लाया जाता है। शुद्ध धातु का एक घुलनशील लवण विद्युत्-अपघट्य के रूप में लिया जाता है। धारा के प्रवाहित होने पर, अशुद्ध धातु का एनोड घुलता है परंतु कैथोड पर शुद्ध धातु ही निक्षेपित होती है। कॉपर जैसी बहुत सी धातुएँ विद्युत्-अपघटन द्वारा 99.99% तक शुद्ध की जाती हैं।

4. **विद्युत्-अपघटनी संधारित्रः** ये संधारित्र ग्लिसरीन में अमोनियम बोरेट (या सोडियम फॉस्फेट) के विद्युत्-अपघटनी मिश्रण में डूबे ऐलुमिनियम के इलैक्ट्रोडों से बने होते हैं। एक अपरिवर्ती धारा के प्रवाहित होने से एनोड पर परावैद्युत ऐलुमिनियम ऑक्साइड (या हाइड्रोक्साइड) की पतली परत बन जाती है। ऐसी बहुत-सी पतली परतें अत्यधिक उच्च धारिता प्रदान कर सकती हैं। आधुनिक संधारित्र दो ऐलुमिनियम की पन्नियों के बीच में रखी लेई (पेस्ट) या कागज में सोखे गए विद्युत्-अपघट्य का उपयोग करते हैं। यदि दोनों इलैक्ट्रोडों के बीच विभवांतर अत्यधिक हो जाता है तो परावैद्युत की यह परत भंग हो जाती है तथा संधारित्र अस्थायी रूप से कार्य करना बंद कर देता है। यद्यपि इस परत को पुनर्जीवित करना संभव है तथा क्षति को सुधारा जा सकता है। ऐसे संधारित्र का उपयोग शक्ति परिपथों में बहुत सामान्य है।

4.5 विद्युत् रासायनिक सेल

विद्युत्-अपघटन में विद्युत् ऊर्जा का उपयोग रासायनिक प्रभाव उत्पन्न करने के लिए किया जाता है। एक विद्युत्-रासायनिक सेल में रासायनिक ऊर्जा का उपयोग विद्युत्-ऊर्जा प्राप्त करने के लिए किया जाता है। यह तथ्य कि रासायनिक क्रियाएँ वैद्युत प्रभाव उत्पन्न करती हैं, इटली के एक जीव वैज्ञानिक लुइगी गेल्वनी द्वारा 1791 में की गई अप्रत्याशित खोज है। दो असमान धातु जैसे जिंक तथा कॉपर की पट्टियों के मेंढक की टाँगों से स्पर्श करने पर गेल्वनी ने मेंढक की टाँगों में आंतरायिक पेशीय संकुचन देखा (जबकि धातु की पट्टियों के दूसरे सिरे संपर्क में थे)। दस वर्ष पश्चात् इटली के एक अन्य वैज्ञानिक अलेसांद्रो वोल्टा ने गेल्वनी के परीक्षणों को निर्जीव वस्तुओं के साथ दोहराया। उन्होंने दो असमान धातु की प्लेटों जैसे कॉपर तथा जिंक को तनु सल्फ्यूरिक अम्ल में डुबोने पर एक अपरिवर्ती धारा को उत्पन्न होते पाया। इस व्यवस्था को **वोल्टीय सेल** कहा जाता है। यह **विद्युत् रासायनिक सेल** (सरलता में सेल) का एक उदाहरण है (चित्र 4.6)। एक वोल्टीय सेल में, धनात्मक आवेश कॉपर के इलैक्ट्रोड पर तथा ऋणात्मक आवेश जिंक के इलैक्ट्रोड पर एकत्रित होते हैं। अतः कॉपर टर्मिनल, जिंक टर्मिनल की तुलना में उच्च विभव पर है। जब इन दोनों टर्मिनलों को बाहर से जोड़ा जाता है तो यह विभवांतर कॉपर टर्मिनल से जिंक टर्मिनल की ओर परंपरागत धारा का प्रवाह कराता है। सेल के अंदर, रासायनिक ऊर्जा धारा को विलोम दिशा (निम्न विभव से उच्च विभव की ओर) में प्रवाहित कराती है। वोल्टा ने देखा कि धातुओं की प्लेटों के बीच नेट विद्युत् वाहक बल धातुओं के प्रकार तथा चालक

चित्र 4.6 विद्युत्-परिपथ में वोल्टीय सेल

विद्युत्-अपघट्य पर निर्भर करता है न कि धातु की प्लेटों के आकार पर। उन्होंने यह भी पाया कि कई सेलों को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर और अधिक विभवांतर प्राप्त किया जा सकता है। सेलों के ऐसे संयोजन को वोल्टीय बैटरी कहते हैं।

एक रासायनिक क्रिया में, विशिष्ट रूप में लगभग 2×10^5 J प्रति मोल ऊर्जा निकलती है। यह ऊर्जा आयनों के एक मोल को गति देती है। यदि अभिकारक अथवा उत्पाद के रूप में उपस्थित प्रत्येक आयन पर आवेश $2e$ है तथा सेल के दोनों इलैक्ट्रोडों के बीच विद्युत् वाहक बल V है, तो

$$2eVN_A = 2 \times 10^5 J$$

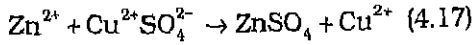
इससे V का मान लगभग 1 V प्राप्त होता है। इसका अर्थ यह है कि सेल का विद्युत् वाहक बल बहुत अधिक नहीं हो सकता। सेलों के विद्युत् वाहक बल के ज्ञात मान 1 V से 2 V के बीच में हैं। किसी सेल द्वारा प्रदत्त की जा सकने वाली कुल ऊर्जा अभिकारकों की मात्रा पर निर्भर करती है जब तक कि अभिकारक सतत् तौर पर सेल में नहीं भेजे जाते और उत्पादों को नहीं हटाया जाता।

कम विद्युत् वाहक बल तथा सीमित ऊर्जा के बावजूद सेल या बैटरी को अपने छोटे आकार तथा सुविधाजनक होने के कारण कई घरेलू तथा अन्य अनुप्रयुक्तों में उपयोग में लाया जाता है। इनमें कोई भी भाग चलायमान नहीं होता है। ये सुबाह्य तथा प्रदूषण मुक्त हैं। इलेक्ट्रॉनिक घड़ियाँ, श्रवण-सहाय, कार की बैटरियाँ, ट्रांजिस्टर, रेडियो, क्षणदीपों आदि में विभिन्न प्रकार के सेलों का उपयोग होता है। ऊर्जा के कई प्रचलित स्रोतों के अवक्षयित होने के कारण ऊर्जा के स्रोत के रूप में विद्युत्-रासायनिक सेलों के प्रति रुचि का पुनरुत्थान हुआ है। मुख्यतः सामान्य उपयोग में आने वाले कुछ प्रकार के सेलों पर अब हम विचार करेंगे।

डेनियल सेल: यह कॉपर सल्फेट विलयन से भरा कॉपर के बर्तन का बना होता है। कॉपर के बर्तन की दीवारें सेल के धनात्मक इलैक्ट्रोड का कार्य करती हैं। एक तपी हुई चिकनी मिट्टी (क्ले) या पोर्सलीन के सरंध्र पात्र, जिसके अंदर तनु सल्फ्यूरिक अम्ल (या अम्लीकृत जिंक सल्फेट विलयन) में डूबी एक जिंक छड़ है, को कॉपर सल्फेट विलयन में रखा गया है (चित्र 4.7)। सरंध्र पात्र के द्वारा आयन एक विलयन से दूसरे विलयन में गति कर सकते हैं, परंतु दोनों विलयन एक दूसरे में मिश्रित नहीं हो सकते। जिंक की छड़ पर होने वाली ऑक्सीकरण क्रिया निम्न प्रकार है:

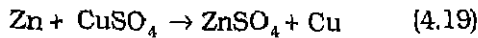
$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \qquad (4.16)$$

मुक्त हुए दो इलेक्ट्रॉन जिंक की छड़ में ही रह जाते हैं तथा Zn^{2+} आयन सरंध्र पात्र से होकर कॉपर सल्फेट विद्युत्-अपघट्य की ओर गति करते हैं। वहाँ पर Zn^{2+} आयन SO_4^{2-} आयनों के साथ मिलकर $ZnSO_4$ बनाते हैं, अर्थात्

$$Zn^{2+} + Cu^{2+}SO_4^{2-} \rightarrow ZnSO_4 + Cu^{2+} \quad (4.17)$$

ये Cu^{2+} आयन कॉपर के बर्तन की ओर गति करते हैं तथा वहीं पर निक्षेपित हो जाते हैं। इस अपचयन क्रिया में धनात्मक आवेश कॉपर के बर्तन को दे दिया जाता है, अर्थात्

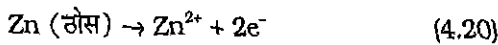
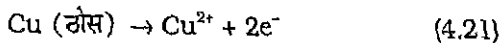
$$Cu^{2+} \rightarrow Cu - 2e^- \quad (4.18)$$

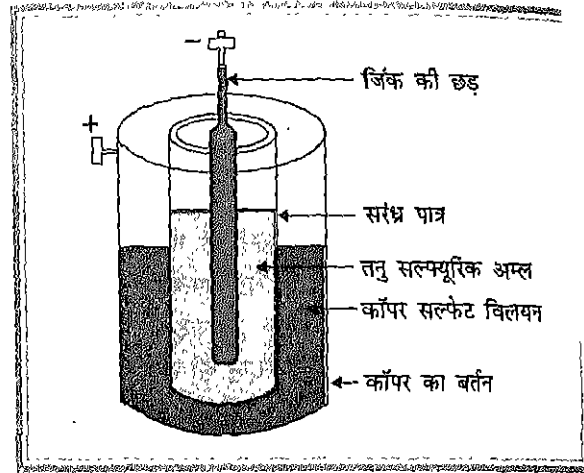
सेल के अंदर, धनात्मक आयन जिंक इलैक्ट्रोड से कॉपर इलैक्ट्रोड की ओर गति करते हैं। अतः जिंक की छड़ **एनोड** तथा कॉपर का बर्तन **कैथोड** है। जिंक की छड़ तथा कॉपर के बर्तन को बाहर से धातु के तारों द्वारा संयोजन पर परिपथ को पूर्ण करने पर इलेक्ट्रॉन जिंक की छड़ से बाहर प्रवाहित होकर कॉपर के बर्तन में प्रवेश करते हैं। इस सेल का विद्युत् वाहक बल 1.1 V है। इस प्रक्रिया में जिंक की छड़ से होने वाले जिंक के प्रत्येक परमाणु की हानि के लिए दो इलेक्ट्रॉन परिसंचरित होते हैं। अतः जिंक के प्रत्येक परमाणु के लिए आवश्यक ऊर्जा $2e \times 1.1\ V = 2.2\ eV$ है। यह ऊर्जा निम्नलिखित संपूर्ण क्रिया में एक जिंक परमाणु के द्वारा उत्पन्न हुई ऊर्जा के लगभग समान है :

$$Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu \quad (4.19)$$

सेल का विद्युत् वाहक बल एनोड तथा कैथोड पर होने वाली दो क्रमशः अर्ध क्रियाओं : ऑक्सीकरण [समीकरण (4.16)] तथा अपचयन [समीकरण (4.18)], में मुक्त होने वाली ऊर्जाओं के योग के बराबर भी लिया जा सकता है। इन ऊर्जाओं को उपचयी विभवों के रूप में वर्णित किया जाता है। दो क्रियाओं

$$Zn\ (ठोस) \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \quad (4.20)$$

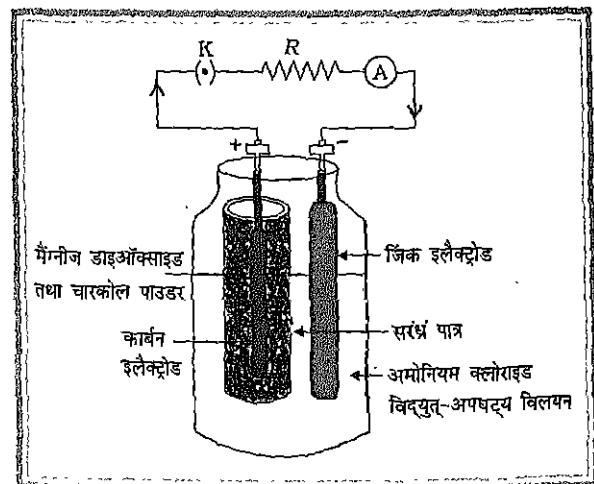
तथा

$$Cu\ (ठोस) \rightarrow Cu^{2+} + 2e^- \quad (4.21)$$

के उपचयी विभव क्रमशः 0.76 V तथा – 0.34 V हैं। अतः पूर्ण विद्युत् रासायनिक क्रिया समीकरण (4.19) के लिए विद्युत् वाहक बल का मान 0.76 – (–0.34) = 1.1 V होगा।

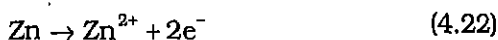
यह सेल अधिक लाभकारी नहीं है क्योंकि विद्युत्-अपघटन में उत्पन्न हुई हाइड्रोजन कैथोड पर एकत्रित होती है जहाँ यह विसर्जित हो जाती है तथा हाइड्रोजन के बुलबुले कॉपर के बर्तन को ढक लेते हैं। इस कारण से सेल का आंतरिक प्रतिरोध बढ़

चित्र 4.7 डेनियल सेल

जाता है तथा अंततोगत्वा सेल कार्य करना बंद कर देता है। यह समस्या **ध्रुवण** कहलाती है तथा यह बहुत से सेलों में सामान्य कठिनाई है। इस समस्या का निवारण कोई ऐसा पदार्थ जो हाइड्रोजन को ऑक्सीकृत करता हो, को मिलाकर किया जाता है। ऐसा लेक्लांशे तथा शुष्क सेलों में किया जाता है।

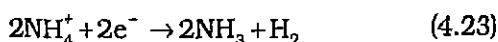
लैक्लांशे सेलः लैक्लांशे सेल में एक काँच के बर्तन में अमोनियम क्लोराइड का संतृप्त विलयन (विद्युत्-अपघट्य) होता है।

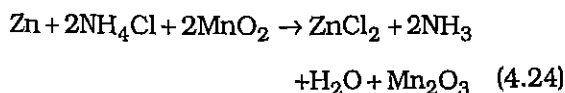
मैंग्नीज डाइऑक्साइड (MnO_2) तथा चारकोल पाउडर के मिश्रण से भरे एक सरंध्र पात्र में कार्बन इलैक्ट्रोड लगा होता है। इस सरंध्र पात्र को संतृप्त अमोनियम क्लोराइड के विद्युत्-अपघटनी विलयन में डुबोया जाता है (चित्र 4.8 देखें)।

चित्र 4.8 लेक्लांशे सेल

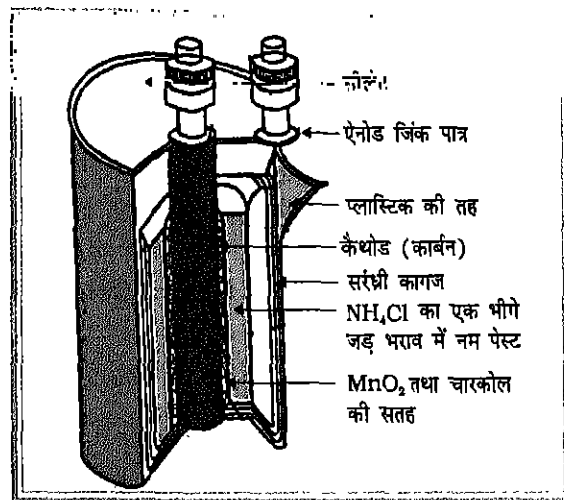
चूंकि मैंग्नीज डाइऑक्साइड धारा का अच्छा चालक नहीं है *अतः चारकोल पाउडर धारा के प्रवाह के लिए आवश्यक है।* बाहरी काँच के बर्तन में विद्युत्-अपघटनी विलयन में एक जिंक की छड़ डुबोयी जाती है। इस सेल को बाह्य परिपथ से जोड़ने पर विद्युत् अपघट्य के संपर्क में रहने वाले जिंक परमाणु आयनित हो जाते हैं तथा प्रति परमाणु दो इलेक्ट्रॉन मुक्त करते हैं। ये इलेक्ट्रॉन परिपथ के धातु के तारों में प्रवाहित होते हैं तथा Zn^{2+} आयन विद्युत्-अपघट्य विलयन में आ जाते हैं। अतः जिंक इलैक्ट्रोड सेल का एनोड है। एनोड पर होने वाली ऑक्सीकरण क्रिया निम्न है :

$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \quad (4.22)$$

कार्बन इलैक्ट्रोड की ओर जाने वाले आयन विद्युत्-अपघट्य के Cl^- आयनों से मिलकर जिंक क्लोराइड बनाते हैं। मुक्त हुए इलेक्ट्रॉन बाहरी परिपथ से होकर कैथोड की ओर गति करते हैं। कैथोड पर ये इलेक्ट्रॉन विद्युत्-अपघट्य में पहले से मौजूद NH_4^+ आयनों से मिलकर अमोनिया तथा हाइड्रोजन उत्पन्न करते हैं।

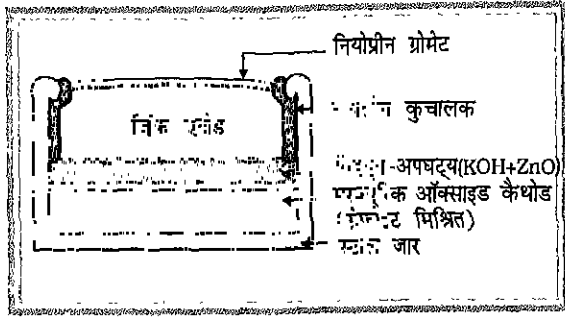
कैथोड पर होने वाली अपचयन क्रिया निम्न है :

$$2NH_4^+ + 2e^- \rightarrow 2NH_3 + H_2 \quad (4.23)$$

हाइड्रोजन ठोस मैंग्नीज डाइऑक्साइड (MnO_2) के साथ क्रिया कर मैंग्नीज ऑक्साइड (Mn_2O_3) तथा पानी बनाती है। अतः MnO_2 हाइड्रोजन को इलैक्ट्रोड पर एकत्र होने से रोकती है। सेल में होने वाली संपूर्ण रासायनिक क्रिया निम्न रूप में लिखी जा सकती है :

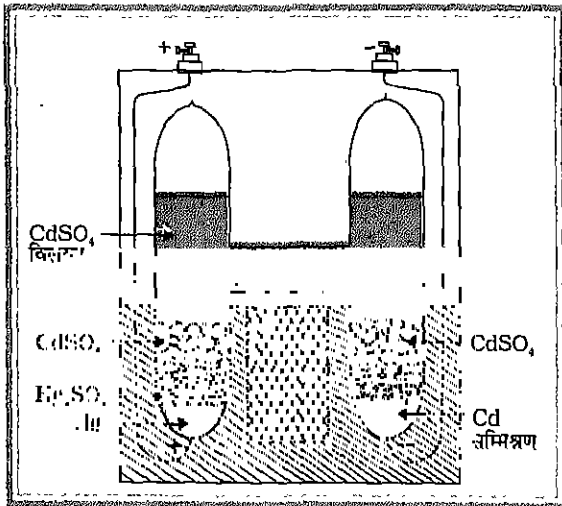
$$Zn + 2NH_4Cl + 2MnO_2 \rightarrow ZnCl_2 + 2NH_3 + H_2O + Mn_2O_3 \quad (4.24)$$

ठोस MnO_2 द्वारा कैथोड पर हाइड्रोजन के अवशोषण की प्रक्रिया (विध्रुवण) बहुत धीमी है। इसलिए लैक्लांशे सेल के निरंतर धारा प्रवाहित कराने पर हाइड्रोजन गैस कार्बन इलैक्ट्रोड पर एकत्र होने लगती है। इस कारण से सेल अस्थायी रूप से कार्य करना बंद कर देता है। बाह्य परिपथ को बंद करने पर हाइड्रोजन गैस निकल जाती है। इससे सेल अपने विद्युत् वाहक बल पुनः प्राप्त कर लेता है तथा सेल उपयोग के लिए तैयार हो जाता है। अतः लैक्लांशे सेल सविराम धाराओं की आवश्यकता की दशा में उपयोग किया जाता है। लैक्लांशे सेल का विद्युत् वाहक बल 1.5 V है।

शुष्क सेलः यह लैक्लांशे सेल का सुबाह्य स्वरूप है, जिसमें विद्युत्-अपघट्य अमोनियम क्लोराइड तथा विध्रुवकारी कारक मैंग्नीज डाइऑक्साइड, दोनों ही लेई (पेस्ट) के रूप में होते हैं। चित्र 4.9 किसी शुष्क सेल का कर्तित आरेख दर्शाता है।

चित्र 4.9 शुष्क सेल का कर्तित आरेख

अमोनियम क्लोराइड का पेस्ट एक जिंक के पात्र में रखा जाता है। जिंक के पात्र के मध्य में पीतल की टोपी से ढकी हुई कार्बन की छड़ रखी जाती है। मैंग्नीज डाइऑक्साइड तथा चारकोल के मिश्रण की एक परत कार्बन की छड़ को घेरे रखती है। पेस्ट को सूखने न देने के लिए इस सारे निकाय को बंद कर दिया जाता है। यद्यपि कार्बन कैथोड के पास एक छोटा छिद्र बनाया जाता है जिससे कि रासायनिक क्रियाओं के समय बनी गैस सेल से निकल सके।

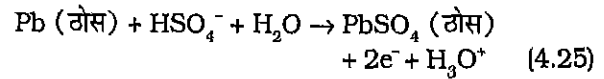
मरकरी सेल (सामान्यतः बटन सेल) एक अन्य प्रकार का शुष्क सेल है। इस सेल में एक क्षारीय विद्युत्-अपघट्य जैसे कि जिंक ऑक्साइड से संतृप्त पोटेशियम हाइड्रोक्साइड, मरक्यूरिक ऑक्साइड (ग्रेफाइट मिश्रित) का कैथोड तथा एक जिंक एनोड होता है। लंबे समय तक सतत् धारा का प्रवाह देने (जैसे कि श्रवण सहाय युक्ति में) के लिए प्रयुक्त सेलों के कैथोड में मरक्यूरिक ऑक्साइड में मैंग्नीज डाइऑक्साइड मिलाया जाता है। चित्र 4.10 में मरकरी सेल की मूल संरचना दर्शाई गई है। ये सेल बहुत चिरस्थाई तथा सुबाह्य हैं। इनका ऊर्जा घनत्व (अर्थात् प्रति एकांक आयतन विद्युत् रासायनिक ऊर्जा की मात्रा) अधिक है। इन सेलों का विसर्जन अभिलक्षण समतल (लंबे समय तक के लिए नियत विद्युत् वाहक बल) होता है। मरकरी सेल का विद्युत् वाहक बल 1.36 V है।

चित्र 4.10 मरकरी सेल

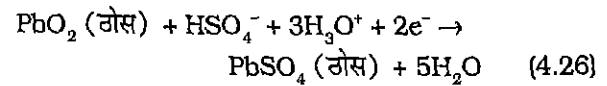
आजकल बटन सेलों में सिल्वर ऑक्साइड (ग्रेफाइट मिश्रित) कैथोड का उपयोग होता है। सिल्वर ऑक्साइड सेल 1.62 V का विद्युत् वाहक बल देते हैं तथा इनकी ऊर्जा क्षमता मरकरी सेलों की तुलना में अधिक होती है। इनमें वातावरण को नुकसान पहुँचाने वाले रासायनिक तत्त्व भी नहीं होते।

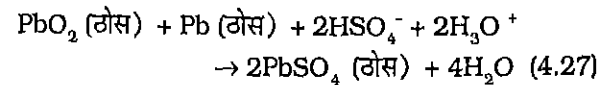
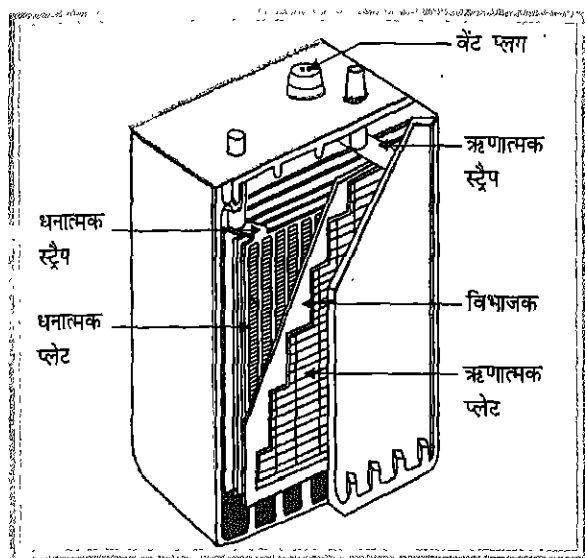
मानक सेलः अभी तक अध्ययन किए गए सेलों में उपयुक्त इलैक्ट्रोड धारा के प्रवाह के साथ विकृत हो जाते हैं तथा अनिश्चित समय तक नियत विद्युत् वाहक बल नहीं दे सकते। यद्यपि कुछ सेल जिन्हें मानक सेल कहते हैं, अन्य सेलों की तुलना में बहुत अधिक लंबे समय तक काफी अच्छी तरह से नियत विद्युत् वाहक बल दे सकते हैं। चित्र 4.11 में सामान्यतः उपयोग में आने वाला मानक सेल, वेस्टन सेल दर्शाया गया है। साधारणतः यह सेल एक H- आकार की नली के रूप में होता है। इस सेल की एक नली के निचले भाग में कैथोड के रूप में मरक्यूरस सल्फेट (Hg_2SO_4) पेस्ट के संपर्क में मरकरी भरा होता है। दूसरी नली के निचले भाग में कैडमियम और मरकरी का सम्मिश्रण (अमलगम) होता है तथा यह सेल के एनोड का

चित्र 4.11 वेस्टन मानक सेल

कार्य करता है। कैडमियम सल्फेट का संतृप्त विलयन विद्युत्-अपघट्य है। मरक्यूरस सल्फेट का पेस्ट विध्रुव कारक का कार्य करता है। सेल की दोनों नलियों के निचले भागों में नीचे की ओर से प्लैटिनम के तार जोड़े जाते हैं जो सेल को बाह्य परिपथ से जोड़ने के लिए टर्मिनल हैं। इस सेल का 20° C ताप पर विद्युत् वाहक बल 1.0183 V है। यह यथेष्ट सीमा में ताप पर निर्भर नहीं करता।

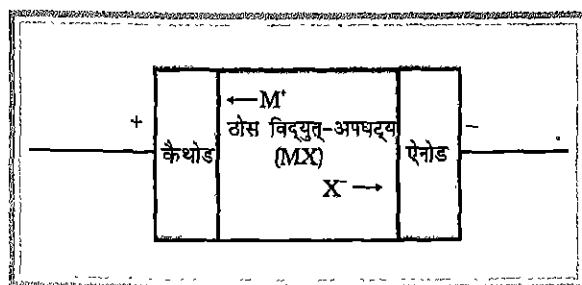
लैड संचायक सेलः कुछ सेलों में विपरीत दिशा में धारा प्रवाहित कराकर उनका पुनः आवेशन (रिचार्ज) किया जा सकता है। ऐसा करने पर विसर्जन के समय इलैक्ट्रोडों पर होने वाली रासायनिक अभिक्रियाएं उत्क्रमित हो जाती हैं। इस आवेशन विसर्जन चक्र में कुछ ऊर्जा की हानि के अतिरिक्त सेल अपनी प्रारंभिक स्थिति को पुनः प्राप्त कर लेता है। ऐसे सेलों को द्वितीयक सेल या संचायक सेल कहते हैं। 1859 में फ्रांसीसी विज्ञानी गैस्टन प्लांटे द्वारा खोजा गया लैड सल्फ्यूरिक अम्ल सेल (लैड संचायक सेल), इन सेलों का एक सामान्य उदाहरण है। इसके इलैक्ट्रोड लैड ऑक्साइड की एकांतर तथा समानांतर प्लेटों (बाह्य धनात्मक इलैक्ट्रोड या कैथोड) तथा स्पंजी लैड (Pb, ऋणात्मक इलैक्ट्रोड या एनोड) के बने होते हैं। एनोड तथा कैथोड एक-दूसरे से लकड़ी, रबर, प्लास्टिक या काँच के रेशों से बने सरंध्री पृथककृत्रों से वियुक्त होते हैं। इस व्यवस्था को काँच या रबर के संयोजन टैंक में भरे तनु सल्फ्यूरिक अम्ल के विद्युत् अपघट्य में डुबोया जाता है (चित्र 4.12 देखें)। सेल के कार्य करने की दशा में, एनोड पर होने वाली ऑक्सीकरण क्रिया निम्न है :

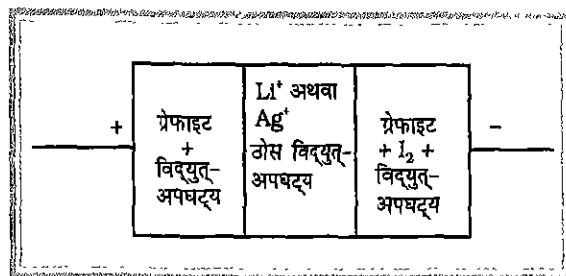
$$Pb\ (\text{ठोस}) + HSO_4^- + H_2O \rightarrow PbSO_4\ (\text{ठोस}) + 2e^- + H_3O^+ \quad (4.25)$$

मुक्त हुए इलैक्ट्रॉन बाहरी परिपथ के द्वारा कैथोड में प्रवाहित हो जाते हैं। कैथोड पर होने वाली अपचयन क्रिया

$$PbO_2\ (\text{ठोस}) + HSO_4^- + 3H_3O^+ + 2e^- \rightarrow PbSO_4\ (\text{ठोस}) + 5H_2O \quad (4.26)$$

है। लैड सल्फ्यूरिक अम्ल सेल के विसर्जन होने की प्रक्रिया में होने वाली कुल रासायनिक क्रिया निम्न है:

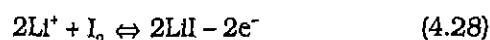
$$PbO_2\ (\text{ठोस}) + Pb\ (\text{ठोस}) + 2HSO_4^- + 2H_3O^+ \rightarrow 2PbSO_4\ (\text{ठोस}) + 4H_2O \quad (4.27)$$

सेल के आवेशन की अवस्था को विद्युत्-अपघट्य के विशिष्ट घनत्व के मापन से मॉनीटर किया जाता है। इसका मान पूर्ण रूप से भरित (चार्ज) होने पर 1.28 (सल्फ्यूरिक अम्ल

चित्र 4.12 लैड संग्राहक बैटरी। इस कर्तित आरेख में एक धनात्मक प्लेट की ग्रिल तथा पृथककित्र दर्शाए गए हैं।

तथा पानी) से पूर्ण रूप से विसर्जित (डिस्चार्ज) होने पर 1.12 (मुख्यतः पानी) के बीच में रहता है। इस द्विवितीयक सेल का आंतरिक प्रतिरोध कम होता है (अर्थात् यह सेल आवश्यकता होने पर अधिक धारा दे सकता है) तथा गुणों में बिना किसी अवनति के इस सेल का कई बार पुनः आवेशन (रिचार्ज) किया जा सकता है।

ठोसावस्था सेल: अभी तक चर्चित सभी सेलों में 'द्रवीय विद्युत् अपघट्य' एक कैथोड तथा एक एनोड का उपयोग होता है। लंबे समय तक संग्रहित रखने पर होने वाला लीकेज, द्रवीय अम्लीय/क्षारीय विलयन के कारण होने वाला संक्षारण, लघु जीवन, सेल के प्रति किलोग्राम द्रव्यमान के लिए निम्न वाटेज तथा लघुरूपण की सीमाएँ इन सेलों की कुछ मुख्य हानियाँ हैं।

चित्र 4.13 ठोसावस्था सेल

हाल में, ठोस विद्युत् अपघट्य वाले कुछ सेल विकसित किए गए हैं। इन ठोसावस्था विद्युत् अपघट्यों में आयन गति करते हैं। ऐसे पदार्थ जेलों, बहुलकों (पॉलिमर्स), कंपोजिटों, बहुक्रिस्टलीय ठोसों, या तनु ठोस फिल्म के रूप में होते हैं। चित्र 4.13 में ठोसावस्था सेल की मूल ज्यामिति दी गई है। इसमें ठोस विद्युत् अपघट्य के गतिशील धनायन M^+ तथा ऋणायन X^- से दर्शाए गए हैं। इनमें से कोई एक या दोनों आयन गति कर सकते हैं।

चित्र 4.14 एक साधारण लीथियम/सिल्वर ठोसावस्था सेल

एक लीथियम ठोसावस्था सेल में इलैक्ट्रोड के साथ होने वाली मूल विद्युत् रासायनिक क्रिया निम्न है

$$2Li^+ + I_2 \Leftrightarrow 2LiI - 2e^- \qquad (4.28)$$

ध्रुवण कम करने के लिए कैथोड या एनोड में कुछ विद्युत्-अपघट्य भी मिलाया जाता है। कैथोड, एनोड तथा विद्युत्-अपघट्यों के उपयोग में आने वाले बहुत से ठोस अवस्था पदार्थ हाल में ही विकसित किए गए हैं। मोबाइल फोन में उपयोग की जाने वाली कुछ Li^+ बैटरियां ठोस विद्युत् अपघट्यों पर आधारित हैं। कुछ हृदय गति प्रेरक (पेसर) बैटरियों में लीथियम बटन सेलों का उपयोग होता है। इन सेलों में $LiI + Al_2O_3$ कंपोजिट अथवा कोई अन्य समान विद्युत् अपघट्य होता है। विद्युत् कारों के लिए पॉलीमर Li^- बैटरियाँ तथा H^+ – बैटरियाँ विकास की अग्रगत अवस्था में हैं। मादित (डोप्ड) $LiCoO_2$ अथवा $LiMnO_2$ जैसे पदार्थों के इलैक्ट्रोडों के उपयोग में ठोसावस्था सेल उत्तम पुनः भरणता (रिचार्ज) के योग्य बने हैं।

उदाहरण 4.3 किसी 0.72 mΩ प्रतिरोध वाले सिल्वर वोल्टमीटर के कैथोड पर 0.54 Kg सिल्वर प्रति घंटा निक्षेपित करने का लक्ष्य है। विद्युत्-अपघटन की प्रक्रिया में वोल्टमीटर की प्लेटों के बीच में कितना विभवांतर रखना चाहिए। फैराडे नियतांक (F) के ज्ञात मान $F = 96,500\ C\ mol^{-1}$ का उपयोग कीजिए। चाँदी का आपेक्षिक परमाणु द्रव्यमान 108 है।

हल

सिल्वर एक संयोजक है। इसके Ag^+ आयन पर एकांक इलेक्ट्रॉनिक आवेश e है। चूंकि $F = N_A e$ (जहाँ N_A एवोगाद्रो संख्या है), अत: एक मोल सिल्वर आयन पर 96,500 C आवेश होगा अर्थात् 108 g सिल्वर को निक्षेपित करने के लिए 96,500 C आवेश की आवश्यकता होगी। इसलिए 540 g सिल्वर को निक्षेपित करने के लिए 96,500 × $\left(\frac{540}{108}\right)$ = 4,82,500 C आवेश की आवश्यकता होगी। तब आवश्यक धारा का मान

$I = \frac{4,82,500\,C}{3,600\,s} = 134$ A है। अत: विद्युत्-अपघटन की प्रक्रिया में वोल्टमीटर की प्लेटों के बीच आवश्यकता विभवांतर $134\,A \times 0.72 \times 10^{-3}\,\Omega = 96.5$ mV होगा।

ध्यान दें कि यहाँ हमने ओम के नियम का उपयोग किया है। प्रयोगों से ज्ञात है कि ओम का नियम घुलनशील इलैक्ट्रोडों वाले वोल्टामीटरों (जैसे कि सिल्वर या कॉपर वोल्टामीटर) के लिए लागू होता है। परंतु उदाहरण के रूप में, जल वोल्टामीटर के लिए, ओम के नियम का उपयोग करने से पहले लगभग 1.7 V के विरोधी विद्युत् वाहक बल का ध्यान रखना आवश्यक है।

उदाहरण 4.4 श्रेणीक्रम में संयोजित तीन वोल्टामीटरों : एक कॉपर वोल्टामीटर ($CuSO_4$ में Cu इलैक्ट्रोड), एक सिल्वर वोल्टामीटर ($AgNO_3$ में Ag इलैक्ट्रोड) तथा एक आयरन वोल्टामीटर ($FeCl_3$ में Fe इलैक्ट्रोड) में एक नियत समय के लिए अपरिवर्ती धारा प्रवाहित की जाती है। पहले वोल्टामीटर में एनोड से घुलने वाले कॉपर की मात्रा 473.1 g है। सिल्वर तथा आयरन की उनके क्रमशः अन्य दो वोल्टामीटर के कैथोड पर निक्षेपित होने वाले द्रव्यमानों की गणना कीजिए। Cu, Ag तथा Fe के आपेक्षिक परमाणु भार क्रमशः 63.54, 107.9 तथा 55.85 हैं।

हल

Cu की ($CuSO_4$ में Ag की ($AgNO_3$ में) तथा Fe की ($FeCl_3$ में) संयोजकता क्रमशः 2,1, तथा 3 है। आपेक्षिक परमाणु द्रव्यमान का संयोजकता के साथ अनुपात कॉपर के लिए 31.77, सिल्वर के लिए 107.9 तथा आयरन के लिए 18.62 है। फैराडे के विद्युत्-अपघटन के द्वितीय नियम के अनुसार किसी दिए गए आवेश (= धारा × समय) की मात्रा प्रवाहित होने पर, कैथोड पर निक्षेपित (या एनोड से घुले) पदार्थ का द्रव्यमान उसके आपेक्षिक परमाणु द्रव्यमान का उसकी संयोजकता के अनुपात के अनुक्रमानुपाती है। अतः निक्षेपित हुए सिल्वर का द्रव्यमान

$m_{Ag} = \frac{473.1 \times 107.9\,g}{31.77} = 1606.8\,g$ है तथा निक्षेपित आयरन का द्रव्यमान

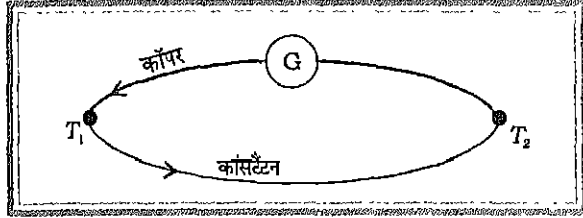
$$m_{Fe} = \frac{473.1 \times 18.62\,g}{31.77} = 277.2\,g \text{ है।}$$

4.6 ताप-विद्युत्

ताप विद्युत् असमान चालकों की संधियों (जब दोनों संधियाँ अलग-अलग ताप पर हों।) या एक ही चालक में (जिसके दोनों सिरों के बीच ताप प्रवणता हो) होने वाली परिघटनाओं से संबंधित है। हम ऐतिहासिक क्रम में खोजी गई तीन घटनाओं सीबेक-प्रभाव, पेल्टियर-प्रभाव तथा थॉमसन-प्रभाव पर विचार करेंगे। इन घटनाओं में ऊष्मीय ऊर्जा का विद्युत् ऊर्जा में या विपरित रूपांतरण होता है। ये तीनों प्रभाव उत्क्रमणीय हैं, जो जूल-प्रभाव के विपरीत हैं जिसमें विद्युत् ऊर्जा का ऊष्मीय ऊर्जा में अनुत्क्रमणीय रूपांतरण होता है। हम देखेंगे कि सीबेक-प्रभाव, पेल्टियर-प्रभाव तथा थॉमसन-प्रभाव का संयोजन है।

4.6.1 सीबेक-प्रभाव (जैबेक प्रभाव)

1821 में एक जर्मन भौतिक विज्ञानी थॉमसन जोहान सीबेक (जैबेक) ने दो विभिन्न चालकों से बने विद्युत् परिपथ (जबकि परिपथ में दोनों संधियाँ विभिन्न ताप पर रखी गई थीं।) में विद्युत् धारा का प्रवाह देखा। परिपथ के समीप रखी एक चुंबकीय दिक्सूचक (कंपास) सुई, ऐसे परिपथ में धारा के प्रवाह द्वारा उत्पन्न हुए चुंबकीय क्षेत्र के कारण, विक्षेपण दर्शाती है। इसका अर्थ यह है कि परिपथ में दोनों संधियों के मध्य एक विद्युत् वाहक बल विकसित हुआ जिसके कारण परिपथ में धारा प्रवाह हुआ। यह द्विसंधि परिपथ ताप वैद्युत युग्म कहलाता है तथा विकसित हुए विद्युत् वाहक बल को ताप वैद्युत विद्युत् वाहक बल (संक्षेप में ताप विद्युत् वाहक बल या सीबेक-विद्युत् वाहक बल कहते हैं। ताप विद्युत् वाहक बल का मान वस्तुत: कम होता है तथा सामान्यतः संधियों के बीच प्रति डिग्री ताप के अंतर के लिए μV की कोटि का होता है। यह प्रभाव उत्क्रमणीय है : यदि गरम तथा

ठंडी संधियाँ आपस में बदली जाएँ तो धारा प्रवाह की दिशा बदल जाती है। चित्र 4.15 में दो असमान चालकों : कॉपर तथा कांसटैंटन से बना एक परिपथ दर्शाया गया है। दोनों संधियाँ क्रमशः T_1 तथा T_2 तापों ($T_1 > T_2$) पर रखी गई हैं। विद्युत् धारा की दिशा दर्शाए अनुसार गरम सिरे (T_1) पर कॉपर से कांसटैंटन की ओर है। यदि ताप T_2 से अधिक ($T_1 < T_2$) है तो धारा की दिशा बदल जाती है।

चित्र 4.15 कॉपर कांसटैंटन ताप वैद्युत युग्म धारा की दर्शाई दिशा $T_1 > T_2$ की अवस्था को इंगित करती है।

ताप-विद्युत् वाहक बल का परिमाण तथा दिशा दोनों चालकों के पदार्थों तथा गरम एवं ठंडी संधियों के तापों पर निर्भर करती हैं। सीबेक ने धातुओं के विभिन्न युग्मों का अध्ययन किया तथा धातुओं को एक निश्चित श्रेणी में क्रमबद्ध किया जिसे **ताप-विद्युत् श्रेणी** कहते हैं। धारा की दिशा, गरम संधि पर, श्रेणी में पहले आने वाली धातु से श्रेणी में बाद में आने वाली धातु की ओर होती है। श्रेणी में एक-दूसरे से दूर आने वाली धातुओं के ताप-वैद्युत युग्मों के लिए ताप-विद्युत् वाहक बल का परिमाण अधिक होता है। सीबेक की ताप-विद्युत् श्रेणी का एक भाग निम्न है: Bi, Ni, Co, Pd, Pt, Cu, Mn, Hg, Pb, Sn, Au, Ag, Zn, Cd, Fe, Sb, Te। यह ध्यान देने योग्य बात है कि इस श्रेणी में किसी धातु की स्थिति ताप तथा धातु में उपस्थित अशुद्धता पर निर्भर करती है।

यह पाया गया है कि A तथा B धातुओं के ताप-वैद्युत युग्म AB का विद्युत् वाहक बल (V_{AB}) A तथा C धातुओं के ताप वैद्युत युग्म का विद्युत् वाहक बल (V_{AB}) B तथा C धातुओं के ताप। वैद्युत युग्म के विद्युत् वाहक बल (V_{BC}) के अंतर के बराबर होता है (जबकि संधियाँ समान तापों पर रखी हों)। अतः

$$V_{AB} = V_{AC} - V_{BC} \qquad (4.29)$$

अतः किसी स्थिर गरम तथा ठंडे संधि तापों के लिए हम किसी धातु C को मानक रूप में चुन सकते हैं और विभिन्न धातुओं के लिए ताप विद्युत् वाहक बल V_{AC}, V_{BC} आदि के मान निर्धारित कर सकते हैं। ठंडे तथा गरम संधियों के समान तापों के लिए A तथा B धातुओं के युग्म का ताप-विद्युत् वाहक बल V_{AB} समीकरण (4.29) के उपयोग से प्राप्त कर सकते हैं। सामान्यतः लैड धातु को मानक धातु की तरह तथा ठंडी संधि का संदर्भ ताप 0 °C लिया जाता है। उदाहरण के लिए, 100 °C ताप के लिए (ठंडी संधि का ताप 0 °C) $V_{\text{कॉपर-लैड}}$ 0.181 mV, $V_{\text{कांसटैंटन-लैड}}$ = −4.255 mV। अतः $V_{\text{कॉपर-कांसटैंटन}}$ = 4.436 mV होगा। इस धनात्मक मान के लिए धारा की दिशा चित्र 4.15 में दर्शाए अनुसार है।

कुछ ताप-वैद्युत युग्मों के ताप-विद्युत् वाहक बल की ताप पर निर्भरता निम्न संबंध के रूप में दी जा सकती है।

$$V_{AB} = \alpha\theta + \frac{1}{2}\beta\theta^2 \qquad (4.30)$$

जहाँ θ दोनों संधियों के तापों के बीच अंतर है तथा α, β पदार्थ प्राचल हैं जिन्हें ताप-वैद्युत गुणांक कहते हैं। समीकरण (4.30) एक अनुमानतः आनुभविक संबंध है जो ताप के एक सीमित परिसर के लिए लागू होता है। सारणी 4.2 में 200 K से 400 K ताप परिसर के लिए कुछ पदार्थों के α तथा β के मान दिए गए हैं, इसमें लैड को ताप-वैद्युत युग्म की दूसरी धातु बनाया गया है।

सारणी 4.2

α और β ताप वैद्युत गुणांकों के मान

[illegible]	α [illegible]	β [illegible]
ऐलुमिनियम	−0.76	+0.0039
बिस्मथ (वाणिज्यिक)	−43.7	−0.465
कॉपर	+1.34	+0.0094
कांसटैंटन (60% कॉपर तथा 40% निकिल)	−38.1	−0.089
गोल्ड	+2.80	+0.010
आयरन	+17.2	−0.048
पैलैडियम	−7.4	−0.039
प्लैटिनम	−3.04	−0.033
90% Pt तथा 10% Rh	+7.0	+0.0064

उदासीन ताप तथा व्युत्क्रम ताप

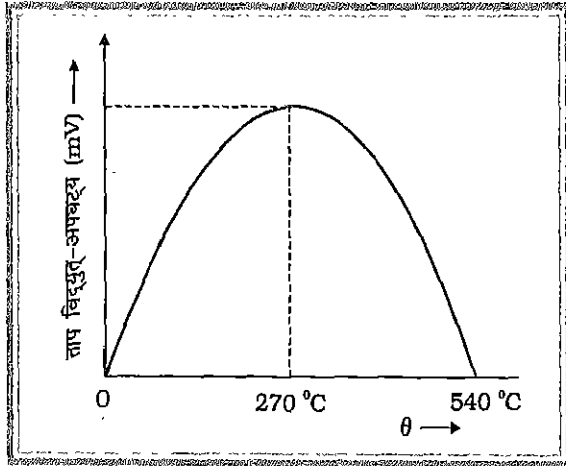
चित्र 4.16 में Cu − Fe ताप-वैद्युत युग्म के विद्युत् वाहक बल का ($V_{Cu\text{-}Fe}$) का ताप परिवर्तन दर्शाता है (ठंडी संधि का ताप 0 °C है)। ध्यान दें कि ताप-विद्युत् वाहक बल एक अधिकतम मान तक बढ़ने के पश्चात् ताप (गरम संधि का) के साथ घटने लगता है। वह ताप, जिस पर ताप-वैद्युत युग्म AB

का ताप-विद्युत् वाहक बल अधिकतम होता है, उदासीन ताप (θ_0) कहलाता है। गणितीय विधि से इसका मान समीकरण (4.30) से $\frac{d}{d\theta}V_{AB}$ का मान प्राप्त कर शून्य के बराबर रखने पर प्राप्त किया जा सकता है। अर्थात्

$$\frac{d}{d\theta}V_{AB} = 0,$$

या $$(\alpha + \beta\theta)|_{\theta=\theta_0} = 0$$

अर्थात् $$\theta_0 = -\frac{\alpha}{\beta} \qquad (4.31)$$

कॉपर आयरन ताप-वैद्युत युग्म के लिए θ_0 लगभग 270 °C है। अधिकांश शुद्ध धातु ताप-वैद्युत युग्मों के लिए उदासीन ताप अधिक होता है। मिश्र धातुओं से बने ताप-वैद्युत युग्मों के लिए β का मान कम होता है तथा ताप के एक विस्तृत परिसर के लिए ताप-विद्युत् वाहक बल की व्यावहारिक तौर पर ताप θ पर निर्भरता रेखीय होती है।

चित्र 4.16 कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म के लिए ताप-विद्युत् वाहक बल का θ के साथ विचरण।

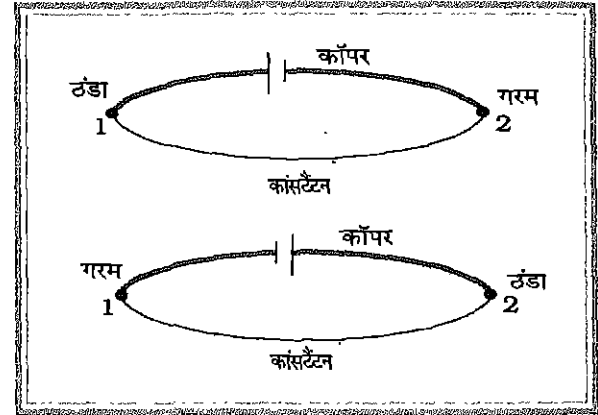
उदासीन ताप से आगे, ताप-विद्युत् वाहक बल का मान ताप के बढ़ने के साथ घटता है तथा अंततः एक निश्चित ताप, जो व्युत्क्रम ताप θ_i कहलाता है, पर घटकर शून्य हो जाता है। व्युत्क्रम ताप के परे ताप विद्युत् वाहक बल का चिह्न बदल जाता है तथा धारा की दिशा विपरीत हो जाती है।

समीकरण (4.30) में $V_{AB} = 0$ रखने पर,

$$\theta_i = -\frac{2\alpha}{\beta} \qquad (4.32)$$

अतः समीकरण (4.31) तथा (4.32) दर्शाते हैं कि समीकरण (4.30) को संतुष्ट करने वाले ताप-वैद्युत युग्मों के लिए व्युत्क्रम ताप उदासीन ताप का दो गुना है। संदर्भ के लिए ठंडी संधि का ताप 0 °C लिया गया है।

4.6.2 पेल्टियर-प्रभाव

1834 में, एक फ्रांसीसी वैज्ञानिक पेल्टियर ने सीबेक-प्रभाव के विपरीत एक प्रभाव देखा। चित्र 4.17 में पुनः एक कॉपर-कांसटैंटन का ताप-वैद्युत युग्म दर्शाया गया है, परंतु अब परिपथ में एक बैटरी लगायी गई है। विद्युत् धारा की दिशा चित्र 4.15 के समान ही है अर्थात् संधि 1 पर कॉपर से कांसटैंटन की ओर यह पाया गया कि संधि 1 पर ऊष्मा का अवशोषण (संधि 1 का ठंडा होना) तथा संधि 2 पर ऊष्मा का उत्सर्जन (इसका गरम होना) होता है। सामान्य अवस्था में यदि सीबेक-विद्युत् वाहक बल गरम संधि पर A से B की ओर है तब इसी दिशा में आरोपित बाह्य विद्युत् वाहक बल एक संधि पर शीतलन तथा दूसरी संधि पर तापन उत्पन्न करता है। इस परिघटना को ***पेल्टियर-प्रभाव*** कहते हैं।

चित्र 4.17 कॉपर कांसटैंटन ताप वैद्युत-युग्म के लिए पेल्टियर-प्रभाव।

चित्र 4.17 में दर्शाए अनुसार पेल्टियर-प्रभाव उत्क्रमणीय है। किसी संधि पर अवशोषित या उत्सर्जित ऊष्मा धारा की प्रथम घात के समानुपाती होती है (इसकी तुलना अनुत्क्रमणीय जूल प्रभाव से कीजिए जिसमें उत्पादित ऊष्मा धारा के वर्ग के समानुपाती होती है)। अतः यदि आवेश q एक संधि के परितः धातु A से B की ओर प्रवाहित होता है, तो संधि पर अवशोषित ऊष्मा $\pi_{AB}\, q$ से दी जाती है। यहाँ π_{AB} पेल्टियर गुणांक है। π_{AB} का परिमाण संधि के ताप पर निर्भर करता है (इस परिभाषा से ऊष्मा के उत्सर्जन होने की स्थिति में π_{AB} का मान ऋणात्मक

होगा)। ऊष्मा का अवशोषण, संधि पर विद्युत् वाहक बल की अवस्था को इंगित करता है, तथा धारा को विद्युत् ऊर्जा प्रदान करने के लिए आस-पास के वातावरण से ऊष्मा ली जाती है (परिणामत: शीतलन होता है)।

4.6.3 टॉम्सन-प्रभाव

1851 में विलियम थॉमसन (बाद में लार्ड केल्विन) ने तर्क दिया कि किसी ताप प्रवणता रखने वाले एक चालक (अर्थात् चालक का ताप असमान है) का प्रत्येक हिस्सा विद्युत् वाहक बल का स्रोत है। मान लीजिए कि किसी ताप प्रवणता वाले चालक में धारा का प्रवाह है तथा चालक के एक छोटे भाग के सिरों के तापों के बीच अंतर ΔT है। इस अवस्था में थॉमसन विद्युत् वाहक बल का मान $\sigma\Delta T$ है जहाँ σ *टॉम्सन गुणांक* है। पूर्व के समान विद्युत् वाहक बल का अस्तित्व *स्थानांतरित आवेश की प्रति एकांक मात्रा द्वारा शोषित या मुक्त* होने वाली ऊष्मा से इंगित होता है। टॉम्सन प्रभाव भी उत्क्रमणीय है। थॉमसन गुणांक σ चालक के ताप तथा पदार्थ पर निर्भर करता है।

4.6.4 ताप-वैद्युत प्रभावों का उद्‌गम

ताप-वैद्युत प्रभावों का विस्तृत सिद्‌धांत इस पुस्तक की सीमा से बाहर है। हम यहाँ पर ताप-विद्युत् के उद्‌गम के प्रारंभिक गुणात्मक चित्र पर विचार करेंगे :

1. प्रत्येक पदार्थ का एक अभिलक्षणिक कार्य-फलन ϕ होता है। यह किसी धातु के सबसे अधिक ऊर्जा वाले मुक्त इलेक्ट्रॉन को अनंत तक ले जाने के लिए आवश्यक ऊर्जा है (अध्याय 12 देखें)। जब दो धातुओं A और B को जोड़ते हैं तो संधि के ऊपर कम मान वाली धातु ϕ_A के इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा ϕ के अधिक मान वाली धातु B (ϕ_A) के इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा से अधिक होती है (अर्थात् $\phi_A < \phi_B$)। स्पष्टत: इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर की ओर गति करेंगे, अर्थात् धातु A से धातु B की ओर। इससे धातु A तथा B के बीच एक विभवांतर व्यवस्थापित हो जाता है। इलेक्ट्रॉनों की यह गति दोनों धातुओं के इलेक्ट्रॉनों के अधिकतम ऊर्जा स्तरों के समान होकर संतुलन बनने तक बनी रहेगी। इलेक्ट्रानों के धातु A से धातु B की ओर विसरण होने से बनी संतुलन की स्थिति में A तथा B धातुओं के बीच विभवांतर को दोनों धातुओं के बीच *संपर्क विभव* कहते हैं। यह संपर्क विभव दोनों धातुओं के कार्यफलनों के अंतर $\phi_B - \phi_A$ के समानुपाती होता है।

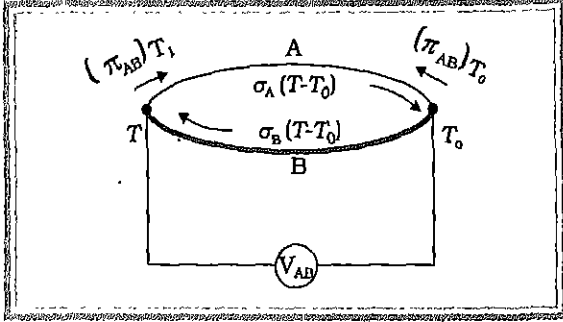
   संपर्क विभव की व्याख्या एक और सरल रीति द्वारा की जा सकती है कि विभिन्न धातुओं के लिए इलेक्ट्रॉन घनत्व भिन्न-भिन्न होता है। दो धातुओं के संपर्क में होने की अवस्था में इलेक्ट्रॉन उच्च घनत्व वाली धातु से निम्न घनत्व वाली धातु की ओर विसरित होते हैं। इससे दोनों धातुओं के बीच संपर्क विभव उत्पन्न होता है। यह संपर्क विभव संधि पर पेल्टियर विद्युत् वाहक बल π_{AB} के *उद्‌गम का कारण* है।

   किसी धातु का कार्यफलन ताप के साथ बदलता है (अल्प रूप में) तथा यह परिवर्तन विभिन्न धातुओं के लिए भिन्न-भिन्न होता है। फलस्वरूप दो धातुओं की किसी संधि पर संपर्क विभव ताप के साथ परिवर्तित होता है। दो असमान धातुओं के बने बंद परिपथ में दो संधियाँ होंगी। यदि दोनों संधियाँ समान ताप पर हों तो बंद कुंडली (लूप) में *दोनों संपर्क विभव समान तथा विपरीत होंगे* तथा दोनों संधियों के बीच कोई नेट विद्युत्-वाहक बल नहीं होगा। लेकिन यदि, दोनों संधियाँ विभिन्न तापों पर हों तो दोनों संधियों पर संपर्क विभवों के मान भिन्न होंगे तथा परिपथ में एक नेट विद्युत् वाहक बल का उदय होगा जिससे परिपथ में धारा प्रवाहित होगी।

2. किसी ताप प्रवणता वाले चालक में उच्च ताप वाले क्षेत्र में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा किसी निम्न ताप वाले क्षेत्र में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा से अधिक होगी। फलस्वरूप चालक में एक क्षेत्र से दूसरे क्षेत्र की ओर इलेक्ट्रॉनों का एक नेट विसरण होगा तथा इस कारण से एक विभवांतर उत्पन्न होगा। ताप प्रवणता के कारण होने वाले नेट विसरण के विभवांतर से प्रतिसंतुलन होने तक इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह निरंतर बना रहता है। यह थॉमसन विद्युत् वाहक बल का उद्‌गम है। अब जबकि चालक में धारा प्रवाहित हो रही हो तो चालक द्वारा होने वाली ऊष्मा के अवशोषण या उत्सर्जन से विद्युत् वाहक बल के अस्तित्व का ज्ञान होता है।

3. विस्तृत विवेचन से ज्ञात होता है कि धातु A तथा B से बने ताप-युग्म (दोनों संधियाँ T तथा T_0 ताप पर हों) में सीबेक-विद्युत् वाहक बल निम्न रूप में दिया जाता है :

$$V_{AB} = (\pi_{AB})_T - (\pi_{AB})_{T_0} + (T - T_0)(\sigma_A - \sigma_B) \quad (4.33)$$

यद्यपि हमने यहाँ उक्त समीकरण का परिशुद्ध प्रमाण छोड़ दिया है, परंतु यह समीकरण पहले विचारे गए तथ्यों से स्पष्ट है। चित्र 4.18 में दर्शाए अनुसार, बंद परिपथ में सीबेक-विद्युत् वाहक बल दोनों संधियों पर पेल्टियर विद्युत् वाहक बल के अंतर तथा दोनों चालकों में विपरीत दिशा में लगने वाले थॉमसन विद्युत् वाहक बल के अंतर का योग है।

चित्र 4.18 एक ताप युग्म परिपथ में सीबेक, पेल्टियर तथा टॉम्सन विद्युत्-वाहक बल।

उदाहरण 4.5 निम्न ताप वैद्युत युग्म संधियों के लिए ताप-विद्युत् वाहक बल के मान प्राप्त कीजिए : (a) आयरन-कॉपर ताप वैद्युत युग्म: गरम संधि 100°C पर है। आयरन-प्लैटिनम तथा कॉपर-प्लैटिनम ताप-वैद्युत युग्मों के 100 °C पर ताप विद्युत् वाहक बल क्रमशः 1.98 mV तथा 0.76 mV हैं। (b) क्रोमेल-ऐलुमेल ताप-वैद्युत युग्म: गरम संधि 400 °C पर है। क्रोमेल-प्लैटिनम तथा ऐलुमेल-प्लैटिनम ताप युग्मों के 400 °C पर विद्युत् वाहक बल क्रमशः 12.75 mV तथा –3.64 mV हैं। दोनों अवस्थाओं में ठंडी संधि का ताप 0 °C लिया जा सकता है।

हल समीकरण (4.29) से

$$V_{AC} = V_{AB} - V_{CB}$$

(a) $(V_{Fe\text{-}Pt})_{100} = 1.98$ mV तथा $(V_{Cu\text{-}Pt})_{100} = 0.76$ mV

अतः $(V_{Fe\text{-}Cu})_{100} = 1.98 - 0.76 = 1.22$ mV

(b) $(V_{\text{क्रोमेल-}Pt})_{400} = 12.75$ mV तथा $(V_{\text{ऐलुमेल-}Pt})_{400} = -3.64$ mV

अतः $(V_{\text{क्रोमेल-ऐलुमेल}})_{400} = 12.75 - (-3.64) = 16.39$ mV

उदाहरण 4.6 किसी कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म तथा किसी क्रोमेल-एलुमेल ताप-वैद्युत युग्म के लिए उनके ताप विद्युत् वाहक बल तथा गरम संधि के θ ताप (जबकि ठंडी संधि 0 °C पर हो) के बीच आरेख निम्न परवलय (पैराबोला) समीकरण को अनुमानतः संतुष्ट करते हैं :

$$V = \alpha\theta + \frac{1}{2}\beta\theta^2$$

यहाँ कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म के लिए $\alpha = 14$ μV °C^{-1} तथा $\beta = -0.04$ μV °C^{-2} और क्रोमेल-ऐलुमेल ताप-वैद्युत युग्म के लिए $\alpha = 41$ μV °C^{-1} तथा $\beta = +0.002$ μV °C^{-2} हैं। लगभग 500 °C से 600 °C की सीमा में ताप मापने के लिए आप किस ताप-वैद्युत युग्म का उपयोग करेंगे।

हल अधिकतम विद्युत् वाहक बल के अनुरूप उदासीन ताप

$$\left(\frac{dV}{d\theta}\right) = 0, \text{ अर्थात् } \alpha + \beta\theta = 0$$

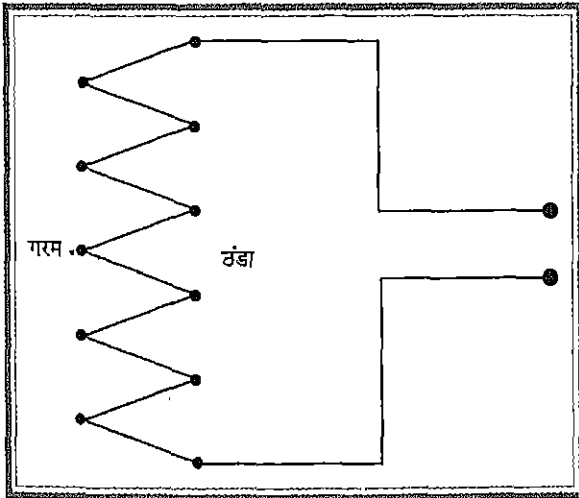
द्वारा दिया जाता है। इससे हमें $\theta_0 = -(\alpha/\beta)$ प्राप्त होता है।

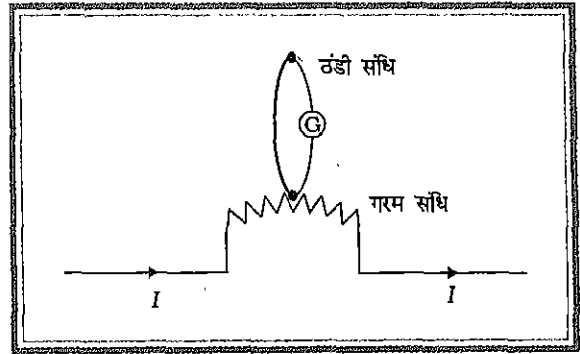
कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म के लिए $\theta_0 = 14/0.04 = 350$ °C होगा (वास्तव में α तथा β गुणांकों के मान ताप के साथ कुछ बदलते हैं तथा कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म के लिए उदासीन ताप 270 °C है)। उदासीन ताप के परे ताप-वैद्युत युग्म मापने के उपयोग में नहीं आ सकता क्योंकि दिया गया वैद्युत वाहक बल का एक मान विद्युत् दो भिन्न मानों के अनुरूप होगा। अतः 270 °C से अधिक ताप मापने के लिए कॉपर-आयरन ताप-वैद्युत युग्म अनुपयुक्त होगा। α तथा β के दिए गए मानों के साथ क्रोमेल-ऐलुमेल ताप-वैद्युत युग्म के लिए $\theta > 0$ के लिए कोई भी अधिकतम मान प्राप्त नहीं होता। अतः किसी अधिक ताप मापने के लिए क्रोमेल-ऐलुमेल ताप वैद्युत युग्म का उपयोग होता है तथा दी गई ताप की सीमा (500 °C से 600 °C) के लिए उपयुक्त है। व्यवहार में इस ताप-वैद्युत युग्म का उपयोग 1500 °C तक के तापों को मापने के लिए होता है।

4.7 ताप-विद्युत् के अनुप्रयोग

ताप-विद्युत् प्रभाव मुख्यतः दो प्रकार के अनुप्रयोगों: ताप के मापन और ताप-विद्युत् जनित्र (जेनरेटर) तथा ताप-विद्युत् प्रशीतित्र (रेफ्रिजरेटर), में उपयोग आता है।

ताप-विद्युत् तापमापी: ताप-वैद्युत युग्म मुख्यतः तापों के अंतर के अति यथार्थ तथा सुविधाजनक मापन के लिए उपयोग में आते हैं। कोई एक संधि किसी एक स्थिर संदर्भ ताप पर रखी जाती है जबकि दूसरी संधि उस क्षेत्र में जिसका कि ताप ज्ञात करना है, रखी जाती है। परिणामी ताप-विद्युत् वाहक बल से अज्ञात ताप प्राप्त किया जा सकता है। ताप-वैद्युत युग्म तापमापी अधिक से अधिक 2000 K तथा कम से कम 0.001 K के ताप अंतरों को माप सकते हैं। कॉपर-कांसटैंटन ताप-विद्युत् युग्म 50 K से 500 K की सीमा में ताप मापने के उपयोग में आते हैं। आयरन-कांसटैंटन ताप-वैद्युत युग्म 100 K तक ताप माप सकते हैं। उच्चतर तापों (2000 K तक) को मापने के लिए प्लैटिनम-रोह्डियम मिश्र धातुओं तथा क्रोमेल-एलुमेल मिश्र धातुओं की संधियाँ सुविधाजनक हैं। अति सूक्ष्म तापों (1 K से 50 K) को मापने के लिए कॉपर तथा गोल्ड-आयरन मिश्र धातु की संधि(क्योंकि इसका ताप-विद्युत् वाहक बल अधिक है) का उपयोग किया जाता है।

ताप-विद्युत् संसूचक : ताप-वैद्युत युग्म का विकिरण-संसूचक के रूप में भी उपयोग होता है। यदि ऊष्मा या प्रकाश के रूप में विकिरण ऊर्जा एक संधि पर पड़ रही है तो संधि का ताप बढ़ता है तथा फलस्वरूप ताप-वैद्युत युग्म परिपथ में एक ताप-विद्युत् वाहक बल विकसित होता है। अल्प ताप-विद्युत् धारा को एक संवेदनशील धारामापी (गैल्वेनोमीटर) से मापा जाता है। ताप-विद्युत् संसूचक की संवेदनशीलता को कई ताप-वैद्युत युग्मों को श्रेणी में संयोजित कर बढ़ाया जा सकता है (चित्र 4.19 देखें)। ताप-वैद्युत युग्मों की संधियों के केवल एक समुच्चय को ही विकिरण के तापन-प्रभाव के संपर्क में लाया जाता है जबकि दूसरा समुच्चय विकिरण ऊर्जा से वियुक्त तथा सामान्य ताप पर रखा जाता है। इस प्रकार की युक्ति को **ताप-वैद्युत पुंज** कहते हैं।

चित्र 4.19 ताप-वैद्युत पुंज

ताप-वैद्युत युग्म धारामापी: ताप-विद्युत् प्रभाव धारा मापने के उपयोग में भी आते हैं। चित्र 4.20 में दर्शाए अनुसार, ताप-वैद्युत युग्म धारामापी में एक ताप-वैद्युत युग्म, एक प्रतिरोध R तथा एक संवेदनशील गैल्वेनोमीटर होते हैं। मापने वाली धारा प्रतिरोधक से होकर गुजरती है। इस प्रतिरोधक में I^2Rt तापन के अनुसार ऊष्मा उत्पादित होती है। यह ऊष्मा ताप-वैद्युत युग्म की एक संधि को गरम करती है जबकि दूसरी संधि कमरे के ताप पर रहती है। इससे एक ताप-विद्युत् धारा का उद्भव होता है जो संवेदनशील गैल्वेनोमीटर से होकर प्रवाहित होती है। यह ताप-विद्युत् धारा उत्पन्न होने वाली ऊष्मा की औसत दर, *अर्थात् प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग के माध्य मान के लगभग समानुपाती होती है।* अतः गैल्वेनोमीटर का पाठ मापी जाने वाली धारा के वर्ग के लगभग समानुपाती है।

चित्र 4.20 ताप-वैदुत युग्म धारामापी की व्यवस्था।

ताप-विद्युत् जनित्र (जेनरेटर) : सीबेक प्रभाव का उपयोग ताप-विद्युत् शक्ति उत्पन्न करने में किया जा सकता है। धातुओं से बने ताप-वैद्युत युग्मों की दक्षता 1% से अधिक नहीं होती (जबकि गैसोलीन या डीजल से चलने वाले विद्युत् जनित्र की दक्षता 26% है)। इसके अतिरिक्त सुप्रेक्ष्य वोल्टेज प्राप्त करने के लिए एकांतर संधियों के बीच तापों में अधिक अंतर की आवश्यकता होती है। ताप-वैद्युत युग्मों के तारों के प्रतिरोध से पार पाने में ताप-विद्युत् ऊर्जा के व्यय होने के कारण धातुओं से बने ताप-वैद्युत युग्मों की दक्षता कम होती है। यदि हम तारों का प्रतिरोध कम करने के लिए मोटे तथा छोटे तारों का उपयोग करें तो ऊष्मा का चालन गरम से ठंडी संधि की ओर बहुत ही शीघ्र हो जाता है। अतः जनित्र के उपयोग में आने वाले उपर्युक्त

ताप-वैद्युत युग्म की ऊँची ताप-विद्युत् शक्ति, ऊँची विद्युत् चालकता, तथा अल्प तापीय-चालकता होनी चाहिए। कोई ज्ञात धातु इन शर्तों को पूर्ण नहीं करती। अर्धचालक ताप-वैद्युत युग्मों जिनमें तापीय तथा विद्युत् चालकताएँ अलग-अलग नियंत्रित की जा सकती हैं, ताप-विद्युत् शक्ति के उच्च मान 0.25 mV प्रति केल्विन तक दे सकते हैं। ताप-विद्युत् शक्ति के ये मान धातुओं के ताप युग्मों द्वारा दी जा सकने वाली शक्ति (0.1 mV प्रति केल्विन तक) के मान से अधिक है। बिस्मथ टेलुराइड (Bi_2Te_3) मिश्र धातुओं के ताप वैद्युत युग्म जेनरेटरों के लिए आशावान अर्धचालक पदार्थ हैं। ऐसे ताप युग्म के दोनों संधियों के तापों में लगभग 550 K के अंतर के अनुमानतः 7% दक्षता दर्शाते हैं। वियुक्त तथा सुदूर क्षेत्रों में उपयोग के लिए अल्प शक्ति ताप विद्युत् जेनरेटरों का विकास किया गया है। ताप-वैद्युत युग्म की एक संधि को केरोसिन तेल के लैंप की छाया में गरम किया जाता है। जबकि दूसरी संधि कमरे के ताप पर रखी जाती है। हाल ही में, अर्धचालक मिश्र धातु के ताप-विद्युत् जनरेटरों से 5 kW तक की विद्युत् शक्ति का उत्पादन किया जा सका है।

ताप विद्युत् प्रशीतित्र (रेफ्रिजरेटर) : ताप विद्युत् प्रशीतन पेल्टियर प्रभाव पर आधारित है। धारा प्रवाहित होने पर किसी संधि द्वारा होने वाले ऊष्मा के अवशोषण से एक बंद क्षेत्र को ठंडा किया जा सकता है। इन प्रशीतित्रों में कोई मोटर या चलित पुर्जा न होने के कारण ये शोर रहित होते हैं। इनकी सक्षमता काफी कम होती है, परंतु यदि ठंडा होने वाला क्षेत्र छोटा हो तो ये प्रशीतित्र वरीय विकल्प है। उदाहरण के लिए, Bi_2Te_3 मिश्र धातु के अर्धचालक वाली संधियों से 160 K तक कम ताप प्राप्त किए जा चुके हैं। ताप-विद्युत् पदार्थों की अभिकल्पना में उन्नति, ओजोन परत को घटाने या हरितगृह (ग्रीनहाउस) प्रभाव को बढ़ाने वाले प्रशीतित्रों से छुटकारा प्रदान करा सकती है।

सारांश

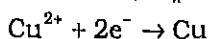
1. यदि कोई धारा I एक विभवपात V से प्रवाहित होती है तो अपवाहित आवेशों द्वारा होने वाले प्रति सेकंड ऊर्जा क्षय VI है। किसी R प्रतिरोध के प्रतिरोधक में, ऊर्जा का यह क्षय ऊष्मा के रूप में प्रकट होता है। ऊष्मा उत्पादन की दर P

$$P = VI = I^2R = V^2/R$$

है तथा यह धारा की दिशा पर निर्भर नहीं करती।

2. $CuSO_4$ का विद्युत् अपघटन :

Cu^{2+} आयरन कैथोड की ओर अपवाह करते हैं तथा वहाँ पर वे बाहरी स्रोत के ऋणात्मक टर्मिनल से प्रवाहित होकर आने वाले इलेक्ट्रॉनों द्वारा उदासीन हो जाते हैं। कैथोड पर होने वाली अपचयन

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$$

क्रिया है। कॉपर के परमाणु विलयन में घुलकर Cu^{2+} तथा $2e^-$ उत्पन्न करते हैं। ये इलेक्ट्रान स्रोत के धनात्मक टर्मिनल की ओर प्रवाह करते हैं। एनोड पर होने वाली ऑक्सीकरण क्रिया $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$ है। संक्षेप में, एनोड से कॉपर घुलता है तथा कैथोड पर निक्षेपित होता है। इस प्रक्रिया में धातु के संयोजी तारों से होकर प्रवाहित होने वाले इलेक्ट्रॉनों के प्रत्येक युगल के लिए कैथोड पर एक कॉपर का परमाणु निक्षेपित होता है।

3. $AgNO_3$ का विद्युत्-अपघटन :

Ag^+ आयन कैथोड की ओर गति करते हैं तथा बाहरी स्रोत के ऋणात्मक सिरे से प्रवाहित होकर आने वाले धातु के इलेक्ट्रॉन द्वारा उदासीन हो जाते हैं। कैथोड पर होने वाली अपचयन क्रिया $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$ है। एनोड पर होने वाली आक्सीकरण क्रिया $Ag + NO_3^- \rightarrow AgNO_3 + e^-$ है। Ag के परमाणु, विलयन में घुलते हैं तथा मुक्त होने वाले इलेक्ट्रॉन बाहरी स्रोत के धनात्मक सिरे की ओर प्रवाहित होते हैं। इस प्रक्रिया में कैथोड पर निक्षेपित होने वाले प्रत्येक परमाणु के लिए परिपथ में एक इलेक्ट्रॉन परिसंचरित होता है।

4. फैराडे के विद्युत्-अपघटन के नियम :

(a) विद्युत्-अपघटन में कैथोड पर निक्षेपित होने वाले (या एनोड से घुलने वाले) पदार्थ का द्रव्यमान (m)

परिपथ से प्रवाहित होने वाले कुल आवेश Q के समानुपाती होता है। यदि कोई नियत धारा I समय के लिए प्रवाहित होती है तो t, $q = It$ तथा $m = ZIt$, जहाँ Z एक समानुपाती नियतांक है तथा पदार्थ का विद्युत्-रासायनिक तुल्यांक कहलाता है।

(b) विद्युत्-अपघटन में समान मात्रा में प्रवाहित होने वाले आवेश द्वारा उत्पादित किए गए विभिन्न पदार्थों के द्रव्यमान उनके तुल्यांक द्रव्यमानों (अथवा रासायनिक तुल्यांकों) के समानुपाती होते हैं।

इन नियमों को परमाण्वीय चित्रण के आधार पर सरलता से समझा जा सकता है। p संयोजकता वाले प्रत्येक परमाणु के निक्षेपण के लिए, आवेश pe को परिपथ में प्रवाहित होना होगा। अतः पदार्थ के 1 मोल के निक्षेपण के लिए (अर्थात् $m = M$, जहाँ M परमाण्वीय द्रव्यमान है), परिपथ में प्रवाहित होने वाला कुल आवेश $N_A pe$ है। यहाँ N_A एवोगाद्रो संख्या है। अतः $M = ZN_A pe$ या $Z = M/N_A ep$ है।

यहाँ M/p पदार्थ का तुल्यांक द्रव्यमान है। अतः $m = \frac{MIt}{N_A pe}$ किसी $\frac{M}{p}$ के नियत मान (किसी दिए गए पदार्थ) के लिए $m \propto It$। यह विद्युत्-अपघटन का प्रथम नियम है। एक नियत आवेश It के मान के लिए $m \propto \frac{M}{p}$। यह विद्युत्-अपघटन का द्वितीय नियम है।

5. फैराडे के विद्युत्-अपघटन का द्वितीय नियम के कुछ महत्त्वपूर्ण आशय हैं। यह नियम बताता है कि संयोजकता तथा विद्युत् आवेश एक-दूसरे से जुड़े हैं तथा सभी द्रव्यों में सर्वनिष्ठ प्राथमिक आवेश e है, तथा सभी अन्य आवेश e के पूर्ण गुणक हैं। मौलिक नियतांक $N_A e$ फैराडे नियतांक (या फैराडे) कहलाता है तथा इसे F से निर्दिष्ट किया जाता है। विद्युत्-अपघटन के प्रयोगों से मापे गए F के मान 96,487 C/mol तथा ब्राउनी गति के प्रयोगों से प्राप्त N_A के मान 6.02×10^{23}/mol द्वारा e का आकलित मान 1.6×10^{-19} C है।

6. विद्युत् रासायनिक सेलों में रासायनिक अभिक्रियाएं विद्युत् ऊर्जा का स्रोत हैं। डेनियल सेल तथा कार्बन-जिंक शुष्क सेल विद्युत् रासायनिक सेलों के उदाहरण हैं। किसी द्वितीयक (सेकंडरी) सेल या संचायक सेल जैसे कि लैड सल्फ्यूरिक अम्ल सेल में विसर्जन के दौरान इलेक्ट्रोडों पर हुई रासायनिक क्रियाएं सेल में विपरीत दिशा में धारा प्रवाहित करने पर उलट जाती हैं। इस प्रकार सेल का पुनः आवेशन (रिचार्ज) हो जाता है तथा सेल अपनी प्रारंभिक दशा को पुनः प्राप्त कर लेता है।

7. (a) *सीबेक-प्रभाव* : यदि दो असमान चालकों की दो संधियों को विभिन्न ताप पर रखा जाए तो एक विद्युत् वाहक बल विकसित होता है जो परिपथ में धारा प्रवाहित कराता है। दो पदार्थों A तथा B के लिए ताप-विद्युत् वाहक बल V_{AB} दो ताप वैद्युत युग्मों AC तथा BC के विद्युत् वाहक बलों के बीच का अंतर है। (जबकि संधियाँ समान ताप पर रखी हों) अर्थात् $V_{AB} = V_{AC} - V_{BC}$ ताप-वैद्युत युग्म ताप मापने के लिए एक यथार्थ तथा सुगम युक्ति प्रदान करता है। कॉपर कांसटेंटन ताप युग्म 50 K से 400 K तक का ताप मापने के लिए बहुत ही अनुरूप युक्ति है। यह ताप-वैद्युत युग्म 40 μV प्रति K का वोल्टेज विकसित करता है। यह प्रभाव ताप-विद्युत् जनित्र (जनरेटर) में भी उपयोग में लाया जाता है।

(b) *पेल्टियर-प्रभाव* : जब कोई विद्युत् धारा किन्हीं दो असमान चालकों की एक संधि से होकर प्रवाहित होती है तो संधि पर या तो ऊष्मा उत्सर्जित होती है या अवशोषित हो जाती है। यह धारा की दिशा पर निर्भर करता है। इस प्रभाव का उपयोग ताप-विद्युत् प्रशीतित्र (रेफ्रिजरेटर) में होता है।

(c) *थॉमसन-प्रभाव* : यह प्रभाव एक ही धातु के किन्हीं दो सिरों के बीच विकसित होने वाले विद्युत् वाहक बल से संबंधित है।

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
रासायनिक तुल्यांक	E	$[M\ mol^{-1}]$	$kg\ mol^{-1}$	मोलर द्रव्यमान / संयोजकता
विद्युत् रासायनिक तुल्यांक	Z	$[ML^0T^{-1}A^{-1}]$	$kg\ C^{-1}$	$Z = m/It$
फैराडे नियतांक	F	$[M^0L^0TA\ mol^{-1}]$	$C\ mol^{-1}$	$F = N_A e$
सीबेक विद्युत् वाहक बल	V	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	volt	
पेल्टियर विद्युत् वाहक बल	π	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	volt	
टॉम्सन-गुणांक	σ	$[ML^2T^{-3}A^{-1}K^{-1}]$	volt K^{-1}	

विचारणीय विषय

1. प्राथमिक सेल में हो रही रासायनिक क्रियाओं के द्वारा विद्युत् ऊर्जा उत्पन्न होती है। सामान्यत: ये क्रियाएँ अनुत्क्रमणीय होती हैं। परंतु कुछ सेलों जैसे लीथियम सेल, का पुन: आवेशन किया जा सकता है। द्वितीयक (सेकंडरी) सेल में पहले विद्युत् ऊर्जा रासायनिक ऊर्जा के रूप में संचित की जाती है। जब इस सेल से धारा ली जाती है तब रासायनिक ऊर्जा विद्युत् ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है तब रासायनिक क्रियाएँ विद्युत् ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती हैं। रासायनिक क्रियाएँ उत्क्रमणीय हैं तथा इसीलिए इन सेलों का पुन: आवेशन (रिचार्ज) हो सकता है।
2. जब किसी बैटरी से धारा प्रवाहित कराई जाती है, अर्थात् बैटरी के विसर्जन की दशा में बैटरी के आंतरिक प्रतिरोध के कारण विभव का पतन होता है। इसलिए, बैटरी का टर्मिनल वोल्टेज कम हो जाता है तथा बैटरी के विद्युत् वाहक बल एवं विभव पतन के अंतर के बराबर होता है। बैटरी के आवेशन (चार्ज) की दशा में इसका विद्युत् वाहक बल तथा इसके आंतरिक प्रतिरोध के कारण होने वाले वोल्टेज की हानि दोनों ही समान दिशा में होते हैं। अत: बैटरी के चार्ज होने की अवधि में इसके दोनों टर्मिनलों के बीच विभवांतर बैटरी के विद्युत् वाहक बल से अधिक होता है।
3. पेल्टियर प्रभाव में किसी संधि का शीतलन अथवा तापन इस प्रकार होता है कि सीबेक प्रभाव की दिशा का अनुमान लगाया जा सके। चित्र 4.15 में यदि संधियों के शीतलन तथा तापन को उलट दिया जाए तो सीबेक प्रभाव के द्वारा प्रवाहित होने वाली धारा तथा बाह्य परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा जुड़कर और अधिक शीतलन या तापन उत्पन्न करेंगी। इस कारण से सीबेक प्रभाव और अधिक हो जाएगा, इत्यादि। निस्संदेह, इस प्रकार की स्थिति बिना किसी रुकावट के आगे बढ़ती है तथा यह भौतिक रूप से अस्वीकार्य है।
4. तापीय प्रवणता (ग्रेडिएंट) के साथ एक चालक के दोनों सिरों के बीच टॉम्सन विद्युत् वाहक बल का प्रेक्षण करने के लिए चालक में से धारा का प्रवाह होना आवश्यक है।

अभ्यास

4.1 कोई 4.0 A की धारा एक 12 Ω के प्रतिरोधक से होकर प्रवाहित होती है। प्रतिरोधक में उत्पन्न होने वाली ऊष्मीय ऊर्जा की दर क्या है?

4.2 एक विद्युत् मोटर 50 V के निवेश पर कार्य करती है तथा 12 A की धारा लेती है। यदि मोटर 150 W की यांत्रिक शक्ति उत्पन्न करती है तो मोटर की प्रतिशत दक्षता क्या है?

4.3 नगण्य आंतरिक प्रतिरोध वाली 10 V की एक बैटरी का 200 V dc की बैटरी द्वारा आवेशन

(चार्ज) किया जाता है। यदि चार्जिंग परिपथ में 38 Ω का प्रतिरोध लगा है तो चार्जिंग धारा का क्या मान है?

4.4 एक तापन तंतु पर 210 V, 630 W लिखा है। तंतु द्वारा एक 210 V dc के मुख्य स्रोत से संयोजित होने पर तंतु द्वारा ली गई धारा का मान क्या है? तंतु का प्रतिरोध कितना है?

4.5 एक नगण्य आंतरिक प्रतिरोध वाली 10 V की संचायक बैटरी एक 50 Ω प्रतिरोध के मैंगनिन मिश्र धातु के प्रतिरोधक के साथ संयोजित है। एक घंटे में प्रतिरोधक में कितनी ऊष्मीय ऊर्जा उत्पन्न होगी? इस ऊर्जा का स्रोत क्या है?

4.6 एक विद्युत् मोटर 50 V dc पर कार्य करती है तथा 12 A की धारा लेती है। यदि मोटर की दक्षता 30% है, तो मोटर की कुंडली के प्रतिरोध की गणना कीजिए।

4.7 एक विद्युत् बल्ब जिस पर 100 W, 230 V लिखा है, यदि निवेशित वोल्टेज 115 V तक गिर जाता है तो बल्ब द्वारा 20 मिनट में उत्पन्न होने वाली ऊष्मीय तथा प्रकाशीय ऊर्जाओं के मान क्या होंगे?

4.8 एक 20 Ω के प्रतिरोधक का अधिकतम शक्ति सीमांक (रेटिंग) 2.0 kW है [यह प्रतिरोधक द्वारा बिना पिघले या किसी अन्य अवांछनीय रूप में बदले (जैसे ऊष्मा के रूप में) क्षय होने वाली अधिकतम शक्ति है]। क्या आप इस प्रतिरोधक को एक नगण्य प्रतिरोध वाले 300 V dc स्रोत के साथ सीधे ही जोड़ना चाहेंगे। अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

4.9 दो तापकों पर क्रमशः 200 V, 300 W तथा 200 V, 600 W लिखा है। यदि दोनों तापक श्रेणी में जुड़े हों तथा यह संयोजन एक 200 V dc के स्रोत से जुड़ा हो तो कौन-सा तापक ज्यादा ऊष्मा प्रदान करेगा?

4.10 एक विद्युत् शक्ति सयंत्र (100 MW) एक दूरस्थ लोड को लंबी तथा पतली तारों द्वारा नियत शक्ति संचार करता है। निम्न दी गई दो रीतियों में से किस रीति में होने वाले शक्ति संचरण में कम शक्ति व्यर्थ होगी :

(i) 20,000 V पर शक्ति संचरण, या

(ii) 200 V पर शक्ति संचरण ?

4.11 ताप विद्युत् धारा की दिशा बताइए :

(i) कॉपर-बिस्मथ तापयुग्म की ठंडी संधि पर

(ii) आयरन-कॉपर तापयुग्म की गरम संधि पर, तथा

(iii) प्लैटिनम-लैड तापयुग्म की ठंडी संधि पर।

अतिरिक्त अभ्यास

4.12 एक 1.5 V तथा 0.10 Ω आंतरिक प्रतिरोध वाले शुष्क सेल को एक प्रतिरोधक के साथ एक बहुत कम प्रतिरोध वाले एमीटर को श्रेणी में जोड़ा जाता है। परिपथ में धारा प्रवाहित कराने पर एमीटर 20 A का अपरिवर्ती मान दर्शाता है।

(a) सेल में होने वाली रासायनिक ऊर्जा क्षय की अपरिवर्ती दर क्या है?

(b) सेल के अंदर होने वाली ऊर्जा क्षय की दर क्या है?

(c) प्रतिरोधक में होने वाले ऊर्जा क्षय की दर क्या है? तथा

(d) स्रोत की निर्गत शक्ति क्या है?

4.13 2 V तथा 0.50 Ω के आंतरिक प्रतिरोध वाले 6 लैड संचायकों की एक श्रेणी बैटरी का 100 V dc के स्रोत द्वारा आवेशन (चार्ज) किया जाता है। 8 A तक की धारा प्रवाहित कराने के लिए चार्जिंग परिपथ में श्रेणी में कितना प्रतिरोध लगाना होगा? आवश्यक प्रतिरोध लगाने के पश्चात् ज्ञात कीजिए :

(a) dc स्रोत द्वारा निवेशित शक्ति,

(b) ऊष्मा के रूप में क्षय होने वाली शक्ति, तथा

(c) बैटरी द्वारा 15 मिनट में संचित की गई रासायनिक ऊर्जा।

4.14 (a) विद्युत् वाहक बल तथा आंतरिक प्रतिरोध r वाली बैटरी को एक प्रतिरोध R वाली शुद्ध प्रतिरोधक युक्ति के साथ संयोजित किया जाता है (उदाहरणत: एक विद्युत् तापक तथा एक विद्युत् बल्ब)। दिखाइए कि युक्ति का अधिकतम शक्ति निर्गम (आउटपुट) बाह्य प्रतिरोध तथा स्रोत के प्रतिरोध के पूर्ण 'सुमेलन' (अर्थात् जब $R = r$) की अवस्था में होगा। इस अधिकतम निर्गत शक्ति की गणना कीजिए।

(b) बैटरी को लघु-पथित करने पर उपरोक्त स्रोत की निर्गत शक्ति क्या होगी? इस दशा में बैटरी के अंदर होने वाला शक्ति क्षय क्या है?

4.15 एक 24 V की बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 4.0 Ω है, एक परिवर्ती प्रतिरोधक के साथ जुड़ी है। बैटरी से ली गई धारा के किस मान के लिए प्रतिरोधक में उत्पन्न होने वाली ऊष्मा की दर अधिकतम होगी?

4.16 (a) एक विद्युत् मोटर किसी विद्युत् वाहक बल ε एवं आंतरिक प्रतिरोध r वाली बैटरी से चलती है। दर्शाइए कि मोटर धारा $\varepsilon/2r$ प्रवाहित होने पर स्रोत से अधिकतम शक्ति निर्गम होती है।

(b) दर्शाइए कि मोटर की कुंडली के नगण्य प्रतिरोध होने की स्थिति में, यदि विरोधी विद्युत् वाहक बल स्रोत के विद्युत् वाहक बल का आधा हो तो विद्युत् मोटर की निर्गत शक्ति अधिकतम होगी।

(c) इस अभ्यास में दी गई स्थिति की अभ्यास 4.14 की स्थिति से सावधानीपूर्वक तुलना कीजिए।

4.17 एक 64 V dc संभरण की शक्ति से 8 लैड संचायकों की बैटरी का आवेशन (चार्ज) होता है। प्रत्येक लैड संचायक का विद्युत् वाहक बल 2.0 V तथा आंतरिक प्रतिरोध (1/8) Ω है। चार्जिंग धारा बैटरी की श्रेणी में लगी एक विद्युत् मोटर को भी चलाती है। यदि मोटर की कुंडली का प्रतिरोध 7.0 Ω तथा प्रवाहित अपरिवर्ती धारा 3.5 A है तो

(a) मोटर द्वारा 1 घंटे में उत्पन्न की गई यांत्रिक ऊर्जा, तथा

(b) बैटरी में आवेशन के सयम 1 घंटे में संचित रासायनिक ऊर्जा का मान क्या होगा?

4.18 निम्नलिखित विशिष्टताओं वाले दो रिबन A और B दिए गए हैं। स्थिर वोल्टेज संभरण के लिए, दोनों में से कौन-सा रिबन अधिक दर से ऊष्मा दर का उत्पादन करेगा।

मिश्र धातु	कांसटैंटन	नाइक्रोम
लंबाई (m)	8.456	4.235
चौड़ाई (mm)	1.0	2.0
मोटाई (mm)	0.03	0.06
प्रतिरोधकता का तापीय गुणांक ($^oC^{-1}$)	नगण्य	नगण्य
प्रतिरोधकता (10^{-7} Wm)	4.9	11

4.19 राँगा चढ़े हुए कॉपर से बने दो तारों जिनके अनुप्रस्थ क्षेत्रफल समान ($= 10^{-6}\ m^2$), तथा लंबाई 10 cm और 15 cm है, का फ्यूज में उपयोग किया जाता है। दर्शाइए कि दोनों फ्यूज एकसमान धारा के प्रवाहित होने पर पिघल जाएँगे।

4.20 एक 0.15 mm गोलीय अनुप्रस्थ त्रिज्या वाला फ्यूज 15 A की धारा प्रवाहित होने पर उड़ जाता है। 30 A धारा के प्रवाहित होने पर उड़ने वाले समान पदार्थ से बने फ्यूज की गोलीय अनुप्रस्थ त्रिज्या का क्या मान होना चाहिए?

4.21 (a) 230 V संभरण पर नाइक्रोम का एक तापन तंतु 1.5 kW शक्ति उपभोग करता है तथा 750 °C के ताप तक गरम हो जाता है। समान संभरण के परित: लगा टंगस्टन बल्ब प्रकाश का उत्सर्जन करने के लिए, 1600 °C के काफी अधिक ताप पर कार्य करता है। क्या इसका अर्थ यह है कि टंगस्टन बल्ब आवश्यक रूप से अधिक शक्ति उपभोग करता है?

(b) निम्न दोनों में से किसका प्रतिरोध अधिक है : एक 1 kW का विद्युत्-तापक या 100 W का टंगस्टन बल्ब? दोनों पर ही 230 V लिखा है।

4.22 एक कॉपर-कांसटैंटन तापयुग्म का ताप विद्युत् वाहक बल ε तथा गरम संधि का ताप θ (ठंडी संधि का ताप 0 °C है) के बीच निम्न संबंध लगभग संतुष्ट होता है :

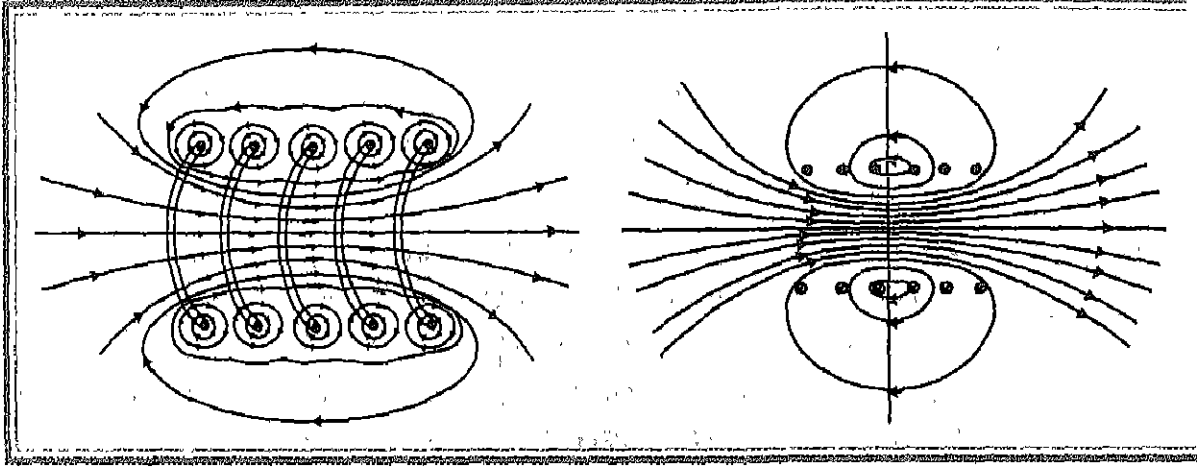
$$\varepsilon = \alpha\theta + \beta\theta^2$$

जहाँ ε μV में, θ °C में, $\alpha = 41\ \mu V\ ^oC^{-1}$ तथा $\beta = 0.041\ \mu V\ ^oC^{-2}$ है। ताप-विद्युत् वाहक बल के 5.5 mV मापे गए मान के लिए गरम संधि का ताप क्या है?

4.23 एक सूक्ष्मग्राही माइक्रोफोन 0.05 A से ज्यादा विद्युत् धाराएँ नहीं सह सकता। इसे जब एक 8.5 mV विद्युत् वाहक बल वाले ताप वैद्युत युग्म के साथ संयोजित करते हैं तो परिपथ में श्रेणी में लगा एक बहुत कम प्रतिरोध वाला एमीटर धारा का मान 34 mA पढ़ता है। माइक्रोफोन का प्रतिरोध क्या है?

4.24 दो धातुओं की संधि के परित: धारा प्रवाहित होने पर ऊष्मा का उत्पादन होता है। धारा की दिशा विपरीत करने पर इस संधि पर ऊष्मा अवशोषित होती है (अर्थात् संधि का ताप कम हो जाता है)। क्या इस स्थिति में सामान्य सूत्र (ऊष्मा के रूप में क्षयित शक्ति = I^2R) लागू होता है? यदि नहीं तो क्यों?

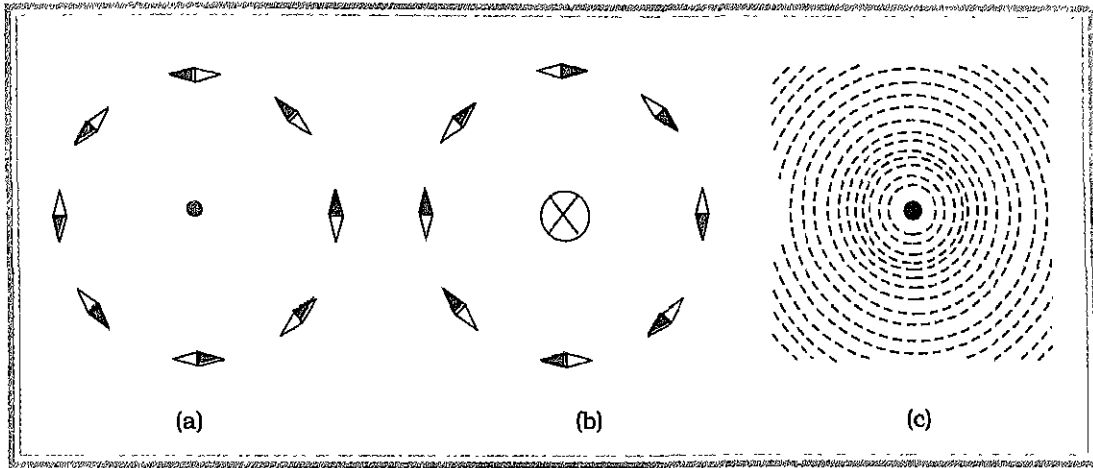
अध्याय 5

गतिमान आवेश और चुंबकत्व

5.1 भूमिका

दैनिक जीवन में हमारा चुंबकों के साथ अनुभव होता रहता है। ऑडियो स्पीकरों, मोटरों, ट्रांसफॉर्मरों और धारामापियों में चुंबक लगे होते हैं। कण त्वरकों, चुंबकीय अनुवाद बिम्बसृर्जीयों (Magnetic Resonance Imaging) और भारी बोझ उठाने वाली क्रेनों में शक्तिशाली चुंबकों का प्रयोग होता है। टेलीविजन एवं ध्वनि-पुनर्लेखन (audio recording) तथा कंप्यूटर स्मृतियाँ चुंबकीय टेपों पर आधारित होती हैं। इस अध्याय में जिस आधारभूत समस्या पर हम विचार करेंगे वह यह है कि चुंबकत्व का मूल क्या है?

काफी लंबे समय तक यह विश्वास किया जाता रहा है कि विद्युत् तथा चुंबकत्व दो बिल्कुल अलग परिघटनाएँ हैं और दोनों में उभयनिष्ठ कुछ भी नहीं है। पर, 1820 की ग्रीष्म ऋतु में हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड ने एक अति महत्त्वपूर्ण खोज की जिसमें उन्होंने यह दर्शाया कि विद्युत् और चुंबकत्व में अत्यंत निकट संबंध है। इससे पहले कि इस खोज का विवरण दें, हम यह बताना चाहेंगे कि काफी पहले सत्रहवीं शताब्दी में, विद्युत् और चुंबकत्व में संबंध दर्शाने वाले विचित्र प्रभावों की जानकारी दी गई थी। 1681 में अमेरिका के बोस्टन शहर की ओर जाते हुए एक पानी के जहाज पर तड़ित प्रहार हुआ। देखा गया कि जहाज के अंदर लगे दिशासूचक चुंबकीय संयंत्रों की सूइयाँ असामान्य रूप से घट-बढ़ (fluctuation) दर्शाने लगीं। जहाज जब बोस्टन में रुका तो पाया गया कि उन सूइयों में से कुछ का दिक्विन्यास पूर्णत: पलट गया था। अनुमानत: तड़ित से जुड़े निरावेशन धारा निस्सरण ने उन पर किसी तरह का प्रभाव डाला था। लगभग सन् 1800 में हुए वोल्टाई पुंज के आविष्कार ने विद्युत् धारा पर आधारित बहुत से प्रयोगों के विश्लेषण को सुलभता प्रदान की। 1802 में एक इतालवी विधिवेत्ता गियान डोमेनिको रोमाग्नोजी ने यह पता लगाया कि किसी तार में धारा प्रवाहित करने पर उसके पास रखी चुंबकीय सूई प्रभावित होती है उनका यह प्रेक्षण एक स्थानीय समाचार पत्र में छपा भी परंतु यह सब प्रेक्षण वैज्ञानिक समुदाय के ध्यान में नहीं आ पाया। इसके 18 साल बाद ही

इस प्रभाव की फिर से खोज हुई, तब इसे सिद्धांत रूप दिया गया और इसके बारे में रिपोर्ट प्रकाशित हुई। इस खोज का श्रेय ऑर्स्टेड को जाता है।

1820 की ग्रीष्म ऋतु में, डच भौतिकविद् हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड ने, अपने एक भाषण के दौरान प्रयोग प्रदर्शित करते हुए देखा कि एक सीधे तार में विद्युत् धारा प्रवाहित करने पर पास रखी हुई चुंबकीय सूई में सुस्पष्ट विक्षेप प्राप्त होता है। उन्होंने इस परिघटना पर शोध आरंभ किया। उन्होंने पाया कि तार के अभिलंबवत् तल में तार की स्थिति के केंद्रत: वृत्त की स्पर्श रेखा के समांतर संरेखित होती है। इस स्थिति को चित्र 5.1(a) में दर्शाया गया है। पर यह देखने के लिए तार में पर्याप्त धारा प्रवाहित होनी चाहिए और चुंबकीय सूई तार के काफी निकट रखी होनी चाहिए ताकि पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की उपेक्षा की जा सके। यदि तार में धारा की दिशा पलट दी जाए तो चुंबकीय सूई भी घूम कर विपरीत दिशा में संरेखित हो जाती है (देखिए चित्र 5.1 (b))। तार में धारा का परिमाण बढ़ाने या सूई को तार के निकट लाने से चुंबकीय सूई का विक्षेप बढ़ जाता है। तार के चारों तरफ यदि लोहे का बुरादा छिड़कें तो इसके कण तार के संकेंद्रीय वृत्तों में व्यवस्थित हो जाते हैं (देखिए चित्र 5.1 (c))। इस परिघटना से ऑर्स्टेड ने निष्कर्ष निकाला कि गतिमान आवेश (धारा) अपने चारों ओर एक चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं।

चित्र 5.1 *एक सीधे लंबे धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र तार, कागज के तल पर अभिलंबवत् है। तार के चारों ओर चुंबकीय सूइयों की एक मुद्रिका बनाई गई है। चुंबकीय सूइयों का अभिविन्यास : (a) जब धारा कागज के तल से बाहर की ओर प्रवाहित होती है। (b) जब धारा कागज के तल से अंदर की ओर प्रवाहित होती है। (c) लोह चूर्ण कणों का तार के चारों ओर अभिविन्यास। सूइयों के काले सिरे उत्तरी ध्रुव प्रदर्शित करते हैं। यहाँ भू-चुंबकत्व के प्रभाव की उपेक्षा की गई है।*

इस अध्याय में और आगे आने वाले चुंबकत्व संबंधी अध्याय में हम निम्नलिखित परंपरा का पालन करेंगे। कागज के तल से बाहर की ओर निर्गमित होने वाली धारा या क्षेत्र (विद्युत् अथवा चुंबकीय) को बिंदु से व्यक्त करेंगे जो कि नुकीले तीर की नोक जैसा दिखाई पड़ता है। कागज के तल में प्रवेश करने वाली धारा या क्षेत्र को एक क्रॉस द्वारा चित्रित करेंगे जो कि किसी तीर की पंखयुक्त पूँछ की तरह दिखाई पड़ता है। चित्र 5.1 (a) एवं 5.1 (b) में क्रमश: इन्हीं दो स्थितियों का प्रयोग किया गया है।

ऑर्स्टेड की खोज ने 1820 में, वैज्ञानिक गतिविधियों की शुरुआत की। फ्रांसिसी भौतिकविदों ने इसमें एक प्रमुख भूमिका निभाई। फ्रैंकोइस अरैगो ने प्रदर्शित किया कि लोहकण विद्युत् धारा की ओर आकर्षित होते हैं। धारा स्थाई चुंबकत्व पैदा कर सकती है। धारा का यह व्यवहार साधारण चुंबक जैसा ही है। आंद्रे मैरी ऐंपियर ने धारा द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र और दो धारावाही तारों के बीच बल का निर्धारण किया। जीन-बैप्टिस्ट बायो एवं फेलिक्स सावर्ट ने किसी धारा-वाहक अवयव के द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा और दूरी पर निर्भरता निर्धारित की। आगे आने वाले अनुभागों में हम उनकी युगांतरकारी खोजों का वर्णन करेंगे।

आंद्रे ऐंपियर
(1775-1836)

आंद्रे मैरी ऐंपियर एक फ्रांसिसी भौतिक विज्ञानी, गणितज्ञ एवं रसायनज्ञ थे जिन्होंने विद्युत्‌गतिकी विज्ञान की आधारशिला रखी। ऐंपियर एक बाल प्रतिभा थे जिसने 12 वर्ष की आयु में उच्च गणित में महारथ हासिल कर ली थी। ऐंपियर ने ऑर्स्टेड की खोज का महत्त्व समझा और धारा विद्युत् एवं चुंबकत्व में संबंध खोजने के लिए प्रयोगों की एक लंबी शृंखला पार की। इन खोजों की परिणति 1827 में, 'Mathematical theory of Electrodynamic Phenomena Deduced Solely from Experiments' नामक पुस्तक के प्रकाशन के रूप में हुई। उन्होंने परिकल्पना की कि सभी चुंबकीय प्रक्रम, वृत्तवाही विद्युत् धाराओं के कारण होते हैं। ऐंपियर स्वभाव से बहुत विनम्र और भुलक्कड़ थे। एक बार वह सम्राट नेपोलियन का रात्रिभोज का निमंत्रण भी भूल गए थे। 61 वर्ष की उम्र में न्यूमोनिया से उनकी मृत्यु हो गई। उनकी कब्र के पत्थर पर यह समाधि लेख उत्कीर्णित है – *Tandem felix* (अंत में प्रसन्न)।

हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड
(1777-1851)

डेनमार्क के भौतिक विज्ञानी एवं रसायनज्ञ, कॉपेनहेगन में प्रोफेसर थे। उन्होंने यह देखा कि किसी चुंबकीय सूई को जब एक ऐसे तार के पास रखा जाता है जिसमें विद्युत् धारा प्रवाहित हो रही हो तो उसमें विक्षेप होता है। इस खोज ने वैद्युत एवं चुंबकीय प्रक्रमों के बीच संबंध का पहला प्रायोगिक प्रमाण प्रस्तुत किया।

5.2 बायो-सावर्ट का नियम

5.2.1 स्रोत एवं क्षेत्र

यह हम पहले देख चुके हैं कि बिंदु द्रव्यमान M_1 द्वारा, परीक्षण बिंदु द्रव्यमान m पर लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल $\mathbf{F}_1$ (न्यूटन के सार्वभौमिक गुरुत्वाकर्षण नियम) को निम्नलिखित रूप में व्यक्त कर सकते हैं :

$$\mathbf{F}_1 = -\left[\frac{GM_1}{r_1^2}\hat{\mathbf{r}}_1\right]m$$

जहाँ $\mathbf{r}_1$, M_1 को m से मिलाने वाला स्थिति सदिश (position vector) है और $\hat{\mathbf{r}}_1$ उसके संगत इकाई सदिश है। तब अध्यारोपण सिद्धांतानुसार, बिंदु द्रव्यमानों के समुच्चय (M_i; i= 1,2,..,n) द्वारा m पर लगने वाला बल

$$\mathbf{F}_g = -\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{GM_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i\right]m \qquad (5.1)$$

इसी प्रकार, अध्याय 1 में हमने देखा कि कूलॉम के नियम एवं अध्यारोपण सिद्धांत के अनुसार, बिंदु आवेश के समुच्चय (Q_i; i= 1,2,..,n) के द्वारा परीक्षण बिंदु आवेश q पर लगने वाला स्थिर वैद्युत बल

$$\mathbf{F}_e = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i\hat{\mathbf{r}}_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\right]q \qquad (5.2)$$

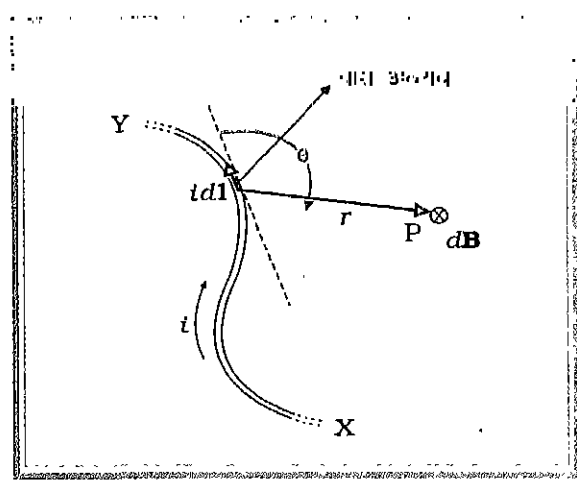
अत: हम यह दावा कर सकते हैं कि द्रव्यमान (M_i) या आवेश (Q_i) क्रमश:, परीक्षण बिंदु द्रव्यमान m और परीक्षण बिंदु आवेश q पर लगने वाले बलों के स्रोत हैं। दूसरे शब्दों में समीकरण (5.1) और समीकरण (5.2) के दीर्घ कोष्ठकों में रखी गई राशियों को हम क्षेत्र के रूप में परिभाषित कर सकते हैं। वास्तव में अध्याय 1 में, समीकरण (5.2) के दीर्घ कोष्ठक में रखी राशि को हमने विद्युत् क्षेत्र $\mathbf{E}$ के रूप में परिभाषित किया है। तब, परीक्षण आवेश q पर लगने वाला बल

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{E}\, q \qquad (5.3)$$

अब स्रोतों की अपेक्षा क्षेत्रों के रूप में हम घटनाओं का विवरण दे सकते हैं। क्योंकि क्षेत्र के निर्धारित हो जाने पर स्रोत का अनपेक्ष बल निर्धारित किया जा सकता है।

चुंबकत्व में हम 'क्षेत्र-पद्धति' को अपनाते हैं। इसका एक कारण तो यह है कि चुंबकीय क्षेत्रों के स्रोत कोई सरल नहीं हैं। बिंदु चुंबकीय आवेश अथवा एकल ध्रुव जैसी कोई वस्तु नहीं होती। चुंबकत्व के ज्ञात स्रोत, जैसा कि हम देखेंगे, गतिमान आवेश या विद्युत् धारा हैं। हम यह भी देखेंगे कि चुंबकीय बलों का वर्णन उस तरह से नहीं किया जाता कि जो न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम या कूलॉम नियम के तुल्य रूप हो। गुरुत्वाकर्षण या वैद्युत स्थैतिकी पर विवेचन पद्धति के विपरीत यहाँ हम पहले क्षेत्रों पर चर्चा करेंगे और फिर बलों पर।

5.2.2 बायो-सावर्ट का नियम

आर्स्टेड की खोज के कुछ ही समय बाद दो फ्रांसिसी भौतिक विज्ञानी, जीन-बैप्टिस्ट बायो एवं फेलिक्स सावर्ट ने सरल आकृति के धारावाही चालकों के आसपास उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के मापन संबंधी अनेक प्रयोग किए। उन्होंने चालकों के निकट रखी चुंबकीय सूई पर लगने वाले बल को तो मापा ही साथ ही धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बलों को भी मापा। इन मापों के आधार पर उन्होंने i धारा युक्त, $d\mathbf{l}$ लंबाई के चालक अवयव के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $d\mathbf{B}$ के विषय में ठीक-ठीक अनुमान लगाया। इन राशियों में संबंध बताने वाला नियम **बायो-सावर्ट का नियम** कहलाता है और इसका कथन चित्र 5.2 की सहायता से समझा जा सकता है।

चित्र 5.2 बायो-सावर्ट नियम का निदर्श-चित्र धारा-अवयव $i\,d\mathbf{l}$, r दूरी पर स्थित बिंदु पर क्षेत्र $d\mathbf{B}$ उत्पन्न करता है। ⊗ चिह्न यह इंगित करता है कि क्षेत्र कागज के तल के अभिलंबवत् नीचे की ओर प्रभावी है।

चित्र 5.2 में एक सीमित लंबाई का चालक दिखाया गया है जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही है। चालक का एक अत्यंत सूक्ष्म अंश dl लें। माना कि धारा-तत्त्व Idl से उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र का मान इससे **r** दूरी पर स्थित बिंदु P पर ज्ञात करना है। माना dl तथा स्थिति सदिश $\hat{\mathbf{r}}$ के बीच θ कोण बनता है। तब बायो-सावर्ट के नियमानुसार चुंबकीय क्षेत्र d**B** का परिमाण धारा I तथा, धारा अवयव की लंबाई dl के अनुक्रमानुपाती एवं दूरी r के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होगा। इस क्षेत्र की दिशा उस तल के अभिलंबवत् होगी जिसमें dl एवं **r** अवस्थित हैं। अत: सदिश अंकन पद्धति में –

$$d\mathbf{B} \propto I\frac{d\mathbf{l}\times\mathbf{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I\frac{d\mathbf{l}\times\mathbf{r}}{r^3} \qquad (5.4)$$

जहाँ $\mu_0/4\pi$ अनुक्रमानुपातिक नियतांक है। उपरोक्त समीकरण तब लागू होता है जबकि माध्यम निर्वात होता है।

इस क्षेत्र का परिमाण

$$|d\mathbf{B}| = \frac{I\,dl\sin\theta}{r^2} \qquad (5.5)$$

यहाँ हमने सदिश-गुणनफल के गुणधर्म $|d\mathbf{l}\times\mathbf{r}| = dl\,r\sin\theta$ का उपयोग किया है। ठीक वैसे ही, जैसे कि समीकरण (5.2) के दीर्घ कोष्ठक में रखा गया पद विद्युत् क्षेत्र को अभिव्यक्त करता है। चुंबकीय क्षेत्र के लिए समीकरण (5.4) मूल समीकरण है। चुंबकीय क्षेत्र एक सदिश है। इसका SI मात्रक टेस्ला (T) है जो युगोस्लावी आविष्कारक निकोला टेस्ला की स्मृति में है। अनुक्रमानुपाती नियतांक $\frac{\mu_0}{4\pi}$ का यथार्थ मान है :

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A} \qquad (5.6)$$

राशि μ_0 को मुक्त आकाश (या निर्वात) की चुंबकशीलता नियतांक कहते हैं।

5.2.3 कूलॉम नियम से तुलना

चुंबकीय क्षेत्र के बायो-सावर्ट नियम और स्थिर वैद्युतिकी के कूलॉम नियम में कुछ समानताएँ हैं और कुछ असमानताएँ। इनमें से कुछ निम्न प्रकार हैं–

(i) दोनों दीर्घ-परासी हैं, क्योंकि दोनों ही स्रोत से परीक्षण बिंदु तक की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होते हैं।

(ii) चुंबकीय क्षेत्र एक सदिश स्रोत Id**l** से उत्पन्न होता है जबकि विद्युत् क्षेत्र एक अदिश स्रोत आवेश से उत्पन्न होता है।

(iii) स्थिर वैद्युत क्षेत्र, स्रोत एवं क्षेत्र-बिंदु को मिलाने वाले विस्थापन सदिश की दिशा में होता है। चुंबकीय क्षेत्र उस तल के अभिलंबवत् होता है जिसमें विस्थापन सदिश **r** एवं धारा-तत्त्व Idl अवस्थित होते हैं।

(iv) अध्यारोपण सिद्धांत दोनों क्षेत्रों पर लागू होता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि चुंबकीय क्षेत्र का अपने स्रोत Id**l** से एक रेखीय संबंध है और विद्युत् क्षेत्र का भी अपने स्रोत विद्युत्-आवेश से एक रेखीय संबंध है।

(v) बायो-सावर्ट नियम में कोण निर्भरता है जबकि स्थिर वैद्युत में ऐसा नहीं है। चित्र 5.2 में सदिश dl की दिशा में (डैश रेखा द्वारा प्रदर्शित) किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र शून्य है। क्योंकि इस रेखा की दिशा में $\theta = 0$ और समीकरण (5.5) के अनुसार $\sin\theta = 0$ अत: $|d\mathbf{B}| = 0$

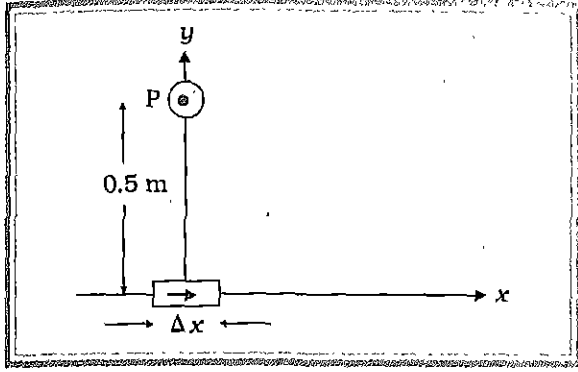
निर्वात की विद्युत्शीलता ε_0, चुंबकशीलता μ_0, एवं निर्वात में प्रकाश के वेग में एक रोचक संबंध है।

$$\varepsilon_0\mu_0 = (4\pi\varepsilon_0)\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{9\times10^9}\right)(10^{-7})$$

$$= \frac{1}{(3\times10^8)^2} = \frac{1}{c^2} \qquad (5.7)$$

विद्युत् चुंबकीय तरंगों संबंधी अध्याय 9 में हम इस विषय में और अधिक विस्तार से चर्चा करेंगे। चूंकि निर्वात में प्रकाश का वेग नियत है, गुणनफल $\mu_0\varepsilon_0$ के परिमाण और दिशा दोनों नियत होते हैं। दोनों में से यदि एक ले लें तो दूसरा स्वत: ही नियत हो जाता है।

उदाहरण 5.1 एक धारा अवयव $\Delta\mathbf{l} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}$ मूल बिंदु पर अवस्थित है और इसमें उच्च मान की धारा, $I = 10$ A, प्रवाहित हो रही है। इसके कारण, y-अक्ष पर, 0.5 m की दूरी पर चुंबकीय-क्षेत्र कितना होगा? $\Delta x = 1$ cm।

चित्र 5.3 उदाहरण 5.1 की स्थिति का चित्रण

हल

$$|d\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \;dl\sin\theta}{r^2} \qquad \text{[समीकरण (5.5)]}$$

$dl = \Delta x = 10^{-2}$ m $\qquad I = 10$ A

$r = 0.5$ m $= y \qquad \mu_0/4\pi = 10^{-7}\dfrac{\text{Tm}}{\text{A}}$

$\theta = 90°$; $\sin\theta = 1$

$$|\Delta\mathbf{B}| = \frac{10^{-7}\times 10\times 10^{-2}}{25\times 10^{-2}}$$

$$= 4\times 10^{-8}\ \text{T}$$

इस क्षेत्र की दिशा +z-दिशा है। ऐसा इसलिए है क्योंकि

$$d\mathbf{l}\times\mathbf{r} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}\times y\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$= \Delta x y\,(\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}})$$

$$= \Delta x y\,\hat{\mathbf{k}}$$

यहाँ हम आपको सदिश गुणन का निम्नलिखित चक्रात्मक गुणधर्म स्मरण कराना चाहेंगे।

$$\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}};\ \hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}};\ \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}$$

ध्यान दीजिए कि उपरोक्त उदाहरण में क्षेत्र का परिमाण बहुत कम है। टेस्ला एक बड़ा मात्रक है। प्रयोगशाला में जो अधिकतम क्षेत्र हम उत्पन्न कर सकते हैं वह ≤ 50 T है। सारणी 5.1 में कुछ विशिष्ट चुंबकीय क्षेत्रों को सूचीबद्ध किया गया है।

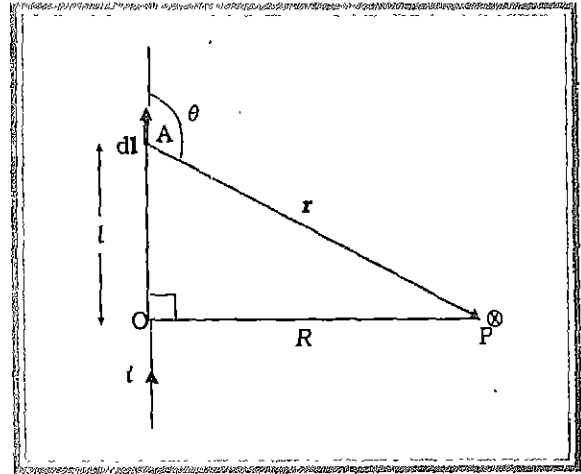
सारणी 5.1 प्रतिरूपी चुंबकीय क्षेत्र

न्यूट्रॉन सितारे की सतह पर	10^8 T
प्रयोगशाला में बड़ा क्षेत्र	1 T
एक छोटे चुंबक के निकट	10^2 T
पृथ्वी की सतह पर	10^{-4} T
मानवीय तंत्रिका तंतु पर	10^{-10} T
अंतरातारकीय आकाश	10^{-12} T

अगले अनुभाग में हम सरल आकार के धारावाही चालकों के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की गणना करने के लिए बायो-सावर्ट के नियम का उपयोग करेंगे।

5.3 चुंबकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करना

इस अनुभाग में हम दो सरल परिस्थितियों में चुंबकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करेंगे : एक बहुत लंबे सीधे तार के कारण एवं दूसरे वृत्ताकार कुंडली के कारण इसकी अक्ष पर। चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के प्रकरण में हम पूर्व अनुभाग में वर्णित लघु धारा अवयवों ($Id\mathbf{l}$) के प्रभावों को जोड़ेंगे। हम यह मान कर चलेंगे कि धारा I अपरिवर्ती है और इसके कारण उत्पन्न क्षेत्र निर्वात में ज्ञात किया जा रहा है।

5.3.1 एक बहुत लंबे सीधे तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र

चित्र 5.4 एक बहुत लंबे सीधे तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करना जबकि इस तार में अपरिवर्ती धारा I प्रवाहित हो रही हो। चुंबकीय क्षेत्र का मान बिंदु P पर ज्ञात करना है और इसकी दिशा ⊗ द्वारा दर्शाई गई है। दिशा ज्ञात करने का एक नियम चित्र 5.5 में प्रदर्शित किया गया है।

चित्र 5.4 में एक बहुत लंबा सीधा तार दर्शाया गया है जिसमें अपरिवर्ती धारा I प्रवाहित हो रही है। हम बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करना चाहते हैं जिसकी तार से लंबवत् दूरी R है (OP = R)। स्थिति A पर तार का एक धारा-अवयव $d\mathbf{l}$ लेते हैं। इसकी P से दूरी r है (**AP = r**)। बिंदु O से इसकी दूरी l है (OA = l)। बायो-सावर्ट के नियमानुसार P बिंदु पर, इसके कारण चुंबकीय क्षेत्र को योगदान होगा :

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,d\mathbf{l}\times\mathbf{r}}{r^3} \qquad (5.8)$$

हम पहले चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण पर अपना ध्यान केंद्रित करेंगे। चित्र 5.4 से हम देख सकते हैं कि

$$|d\mathbf{l}\times\mathbf{r}| = dl\, r \sin\theta \quad (5.9a)$$

और चूंकि AOP एक समकोणीय त्रिभुज है

$$\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{OP}{AP}$$

$$= \frac{R}{\left(l^2+R^2\right)^{1/2}} \quad (5.9b)$$

जहाँ $AP = r = \left(l^2+R^2\right)^{1/2}$ समीकरणों [5.9(a) और 5.9 (b)] से समीकरण (5.8) में मान प्रतिस्थापित करने पर

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i R\, dl}{\left(l^2+R^2\right)^{3/2}} \quad (5.10)$$

संपूर्ण तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए हमें केवल इसके ऐसे सभी अवयवों के कारण प्राप्त क्षेत्रों का योग करना है। क्योंकि प्रत्येक अवयव छोटा है यह योग एक समाकलन के रूप में व्यक्त कर सकते हैं। क्योंकि सभी अवयवों के कारण क्षेत्र एक ही दिशा (जैसा चित्र 5.4 में दिखाया गया है, कागज के तल के अभिलंबवत् अंदर की ओर) है अत: उक्त प्रक्रिया उचित है। इस प्रकार से

$$B = \frac{\mu_0\, iR}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dl}{\left(l^2+R^2\right)^{3/2}} \quad (5.11)$$

समाकलन का मान निम्नानुसार प्रतिस्थापन करके ज्ञात कर सकते हैं (देखिए चित्र 5.4) :

$$\cot(\pi-\theta) = l/R$$

$$l = -R\cot\theta$$

$$dl = R\,\mathrm{cosec}^2\theta\, d\theta \quad (5.12)$$

$$l^2+R^2 = R^2\cot^2\theta + R^2$$

$$= R^2(\cot^2\theta+1)$$

$$= R^2\,\mathrm{cosec}^2\theta$$

अत:

$$\frac{dl}{\left(l^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{R\,\mathrm{cosec}^2\theta\, d\theta}{R^3\,\mathrm{cosec}^3\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{R^2}d\theta \quad (5.13)$$

चित्र 5.4 के अनुसार हमें समाकलन की सीमाएँ निश्चित करने की भी आवश्यकता है।

$$\tan\theta = -\frac{R}{l}$$

अत: जब

$$l\to\infty,\ \theta\to\pi \quad (5.14a)$$

$$l\to-\infty,\ \theta\to 0 \quad (5.14b)$$

समीकरण (5.12) से लेकर (5.14) तक का प्रयोग समीकरण (5.11) में करें तो हम पाते हैं कि

$$B = \frac{\mu_0\, i R}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin\theta}{R^2}d\theta \quad (5.15)$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left[\cos(0)-\cos(\pi)\right]$$

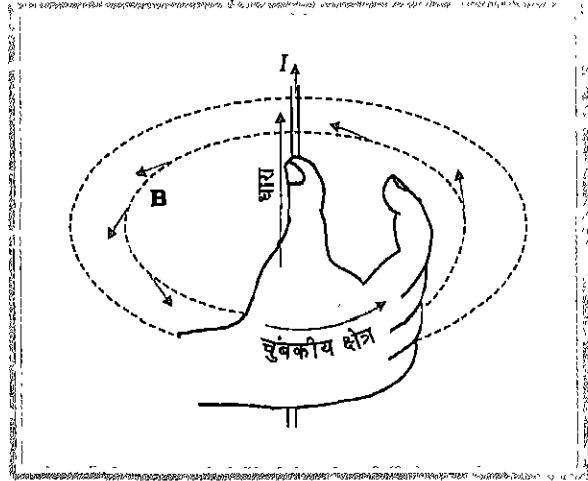
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (5.16)$$

यहाँ यह ध्यान दीजिए कि $\cos(0) = 1$ एवं $\cos(\pi) = -1$ है।

समीकरण (5.16) का निष्कर्ष कई दृष्टिकोणों से दिलचस्प है। इसका आशय यह है कि तार को केंद्र मानकर खींचे गए R त्रिज्या के वृत्त के प्रत्येक बिंदु पर एक ही परिमाण का क्षेत्र है। इस वृत्त के किसी बिंदु पर क्षेत्र की दिशा इस पर खींची गई स्पर्श रेखा के अनुदिश है। इसीलिए नियत परिमाण के चुंबकीय क्षेत्र की रेखाएँ संकेंद्रिक वृत्त बनाती हैं। चित्र 5.1 (c) में देखिए कि लोह-कण संकेंद्रित वृत्त बनाते हैं। ये रेखाएँ, जो चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ कहलाती हैं, बंद लूप बनाती हैं जबकि इनके विपरीत स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ आवेशों से शुरू होकर आवेशों पर समाप्त होती हैं। इस अध्याय में हमनें ऑर्स्टेड के प्रयोग को सैद्धांतिक तर्क संगति प्रदान की है। दूसरी दिलचस्प ध्यान देने योग्य बात यह है कि यद्यपि तार अनंत लंबाई का है इसके द्वारा किसी परिमित दूरी पर उत्पन्न क्षेत्र अनंत नहीं है। यह केवल तभी तेज़ी से बढ़ता है जब हम तार के बहुत निकट आने लगते हैं जब ($R\to 0$)। क्षेत्र धारा के अनुक्रमानुपाती है और (अनंत लंबाई वाले) धारा-स्रोत से दूरी के व्युत्क्रमानुपाती है।

एक लंबे तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने

के लिए एक सरल नियम है। यह नियम जिसे दाएँ हाथ का नियम (चित्र 5.5) कहते हैं इस प्रकार हैं –

तार को अपने दाएँ हाथ में इस प्रकार पकड़ें कि तना हुआ अंगूठा धारा की दिशा में संकेत करे तब आपकी मुड़ी हुई उंगलियाँ चुंबकीय क्षेत्र की दिशा इंगित करेंगी।

चित्र 5.5 सीधे लंबे तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने के लिए दाएँ हाथ का नियम। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ तार को केंद्र मानकर उसके चारों ओर वृत्ताकार में हैं, जो हमें चित्र 5.1 में प्रदर्शित ऑर्स्टेड के प्रयोग का स्मरण दिलाती हैं।

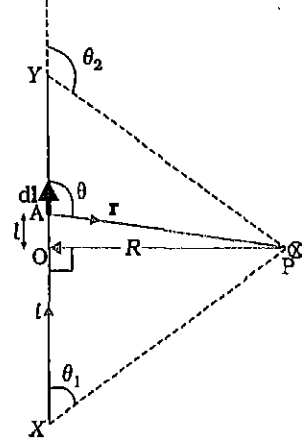
उदाहरण 5.2 सीमित लंबाई का सीधा तार। सीमित लंबाई के एक सीधे तार, जिसमें धारा i प्रवाहित हो रही है, के कारण चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करें। रुचि का बिंदु P तार के सिरों पर θ_1 एवं θ_2 कोण बनाता है जैसा कि चित्र 5.6 में दर्शाया गया है।

हल

बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने का ढंग, अनंत लंबाई के तार के लिए जो ढंग हमने अपनाया था, उसके जैसा ही है (देखिए चित्र 5.6)। चित्र 5.6 के अनुसार यदि हम समीकरण (5.15) में सीमाएँ निर्धारित करें तो क्रमशः, ∠OXP की अपेक्षा निम्न सीमा θ_1 और ∠OYP की अपेक्षा उच्च सीमा θ_2 रखने पर

$$B = \frac{\mu_0 \, i R}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin\theta}{R^2} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\cos\theta)\Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

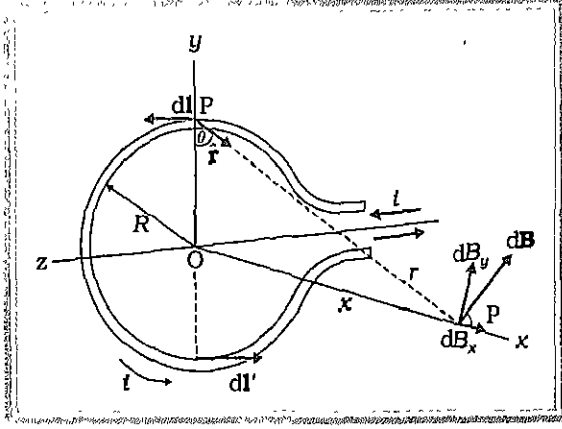
$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (5.17)$$

चित्र 5.6 सीमित लंबाई के अपरिवर्ती धारावाही तार XY के कारण चुंबकीय क्षेत्र। क्षेत्र बिंदु P पर ज्ञात किया जाना है। P को तार के सिरों से मिलाने वाली रेखाएँ तार के साथ क्रमशः कोण θ_1 एवं θ_2 बनाती हैं। यहाँ भी क्षेत्र ज्ञात करने की विधि असीमित लंबाई के तार के लिए अपनायी गई विधि जैसी ही है।

असीमित लंबाई की तार की सीमांत स्थिति के लिए ऊपर के समीकरण में हमें केवल $\theta_1 = 0$ और $\theta_2 = 0$ का उपयोग करना होगा।

5.3.2 किसी वृत्ताकार धारा-लूप के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र

चित्र 5.7 में एक वृत्ताकार लूप दिखाया गया है जिसमें धारा i प्रवाहित हो रही है। लूप की त्रिज्या R है और उसको y-z तल में इस प्रकार रखा गया है कि मूल बिंदु O इसके केंद्र पर ही तथा x-अक्ष इस लूप का भी अक्ष है। हम इस अक्ष के बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करना चाहते हैं। माना कि लूप के केंद्र से बिंदु P की दूरी x है।

लूप का कोई चालक अवयव d**l** लीजिए। यह चित्र 5.7 में दर्शाया गया है। d**l** के कारण चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण dB बायो-सावर्ट के नियम [समीकरण (5.4)] द्वारा इस प्रकार व्यक्त होता है :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i|d\mathbf{l} \times \mathbf{r}|}{r^3}$$

चित्र 5.7 R त्रिज्या का वृत्ताकार धारा-लूप जिसमें धारा I प्रवाहित है।

अब $r^2 = x^2 + R^2$, और लूप का कोई भी लघु-अवयव इसके अक्षीय बिंदु P तक के विस्थापन सदिश के लंबवत् होगा। उदाहरण के लिए, चित्र 5.7 में दिखाया गया अवयव dl, y-z तल में है जबकि **dl** से अक्षीय बिंदु P तक का विस्थापन सदिश **r**, x-y तल में है, अतः परिणामस्वरूप $|d\mathbf{l}\times\mathbf{r}| = r\,dl$ तथा

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{(x^2+R^2)} \qquad (5.18)$$

dB की दिशा चित्र 5.7 में दर्शायी गई है। यह **dl** एवं **r** से निर्मित तल के अभिलंबवत् है। इसका x- घटक dB_x एवं y- घटक dB_y* है। जब हम x-अक्ष के लंबवत् घटकों का योग करते हैं तो परिणाम में शून्य प्राप्त होता है। उदाहरण के लिए, **dl** के कारण प्राप्त चुंबकीय क्षेत्र का y-घटक dB_y इसके संगत व्यास के दूसरे सिरे पर स्थित समान अल्पांश **dl** द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के y-घटक द्वारा निष्पादित हो जाएगा (जैसा चित्र 5.7 में दर्शाया गया है)। अतः केवल x-घटक बचे रहेंगे। x-दिशा में सभी अल्पांशों से चुंबकीय क्षेत्रों का कुल योगदान, $dB_x = dB\cos\theta$ का पूर्ण लूप के लिए समाकलन करने से प्राप्त किया जा सकता है। चित्र 5.7 के अनुसार

$$\cos\theta = \frac{R}{(x^2+R^2)^{1/2}} \qquad (5.19)$$

समीकरणों (5.18) एवं (5.19) से

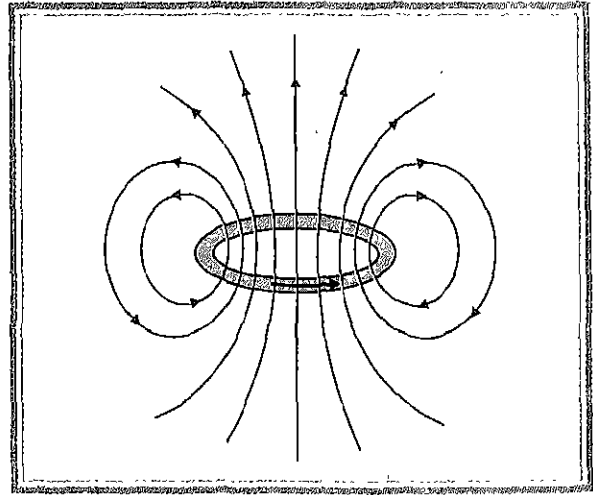
$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\,R}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

समग्र लूप के लिए **dl** अल्पांशों का योग करने से $2\pi R$ प्राप्त होता है जो कि लूप की परिधि है। अतः

$$\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} \qquad (5.20)$$

उपर्युक्त वर्णित परिणाम के एक विशेष उप फल के रूप में हम लूप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र प्राप्त कर सकते हैं। यहाँ $x = 0$, और तब

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}\hat{\mathbf{i}} \qquad (5.21)$$

किसी धारावाही वृत्ताकार लूप के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ, जैसा कि चित्र 5.8 में दर्शाया गया है, बंद लूप बनाती हैं। इस चुंबकीय क्षेत्र की दिशा **दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम** द्वारा प्राप्त की जाती है। यह नियम इस प्रकार है – **अपनी दाईं हथेली को लूप के ऊपर इस प्रकार मोड़ो कि उंगलियां धारा की दिशा में संकेत करें, तब, इस हाथ का फैला हुआ अंगूठा चुंबकीय क्षेत्र की दिशा बताएगा।**

चित्र 5.8 एक धारा लूप के लिए चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ। क्षेत्र की दिशा का ज्ञान दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम से होता है जिसका विवरण मूल-पाठ में दिया गया है। लूप का ऊपरी पृष्ठ किसी चुंबक का उत्तर ध्रुव और निचला पृष्ठ दक्षिण ध्रुव माना जा सकता है।

* आप बीजगणित तर्क भी दे सकते हैं। चित्र 5.7 में दर्शाए अनुसार, $d\mathbf{l} = dl\,\hat{\mathbf{k}}$ तथा $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} - R\hat{\mathbf{j}}$। अतः $d\mathbf{l}\times\mathbf{r} = dl\times(x\hat{\mathbf{i}} - R\hat{\mathbf{j}}) = dl\,(R\hat{\mathbf{i}} + x\hat{\mathbf{j}})$ जो x-y तल में एक सदिश है।

उदाहरण 5.3 एक 10 सेंटीमीटर त्रिज्या की ऐसी कुंडली पर विचार कीजिए जिसमें बहुत सटा कर 100 लपेटे बनाए गए हैं और जिसमें 1 A धारा प्रवाहित हो रही है। इस कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल
क्योंकि कुंडली में लपेटे सटा कर बनाए गए हैं हम प्रत्येक वृत्ताकार अवयव की त्रिज्या $R = 10$ cm $= 0.1$ m ले सकते हैं।
कुंडली में लपेटों की संख्या $N = 100$
चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}}$$

$$= 2\pi \times 10^{-4}$$

$$= 6.28 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

SI मात्रकों में यह क्षेत्र बहुत कम मान का है।

5.4 ऐंपियर का परिपथीय नियम

बायो-सावर्ट के नियम को व्यक्त करने का एक वैकल्पिक एवं आकर्षक तरीका भी है। इसको समझने के लिए हम अनुभाग 5.3.1 की सहायता लेंगे, जिसमें एक लंबे तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र का विवेचन किया गया है। इस क्षेत्र को व्यक्त करने वाले समीकरण (5.16) को निम्नलिखित रूप में लिख सकते हैं –

$$B(2\pi R) = \mu_0 i \qquad (5.22)$$

समीकरण का वाम पक्ष चुंबकीय क्षेत्र B एवं R त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि $2\pi R$, का गुणनफल है। परिधि $2\pi R$ पर क्षेत्र B अचर है। समीकरण का दायाँ पक्ष उस धारा i के अनुक्रमानुपाती है जो वृत्ताकार लूप में निहित है। ऐंपियर का परिपथीय नियम इसी निष्कर्ष का सामान्यीकृत रूप है। हम इस नियम का कथन उस सीमित स्थिति में करेंगे जब

(i) **B** की दिशा किसी बंद वृत्त की परिमिति के प्रत्येक बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा की दिशा में हो।

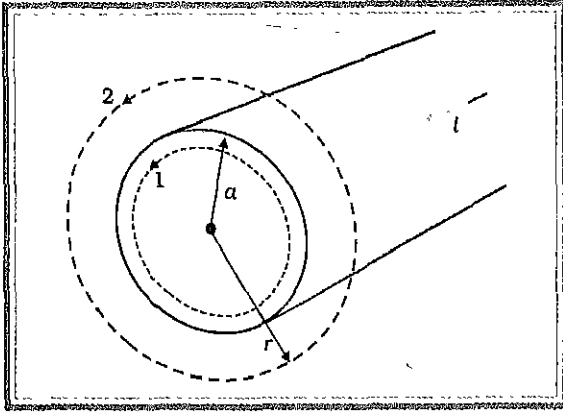
(ii) परिमिति पर हर जगह **B** का परिमाण समान हो।
इस स्थिति में परिपथीय नियम के अनुसार

$$BL = \mu_0 i_e \qquad (5.23)$$

जहाँ L बंद वक्र (लूप) की परिमिति है एवं i_e लूप द्वारा घेरी गई कुल धारा है। दूसरे शब्दों में, i_e बंद परिपथ की परिमिति द्वारा घिरी सतह को पार करने वाली कुल धारा है। यहाँ बताया गया बंद परिपथ ऐंपियर का लूप कहलाता है। यह कोई वास्तविक तार का लूप नहीं है वरन् एक ज्यामितीय सत्व है।

ऐंपियर का परिपथीय नियम ऊपर वर्णित दो प्रतिबंधों की सीमा से बाहर जाता है। हम इन प्रतिबंधों को क्रमश: **स्पर्शिता** की शर्त एवं अचरता (**B** के परिमाण B की) की शर्त कहेंगे। ये शर्तें सिर्फ उच्च सममिति की स्थिति में ही लागू होती हैं। हालाँकि ऐंपियर का परिपथीय नियम अनुभाग 5.3.2 में वर्णित वृत्ताकार लूप के मामले में सही है, पर धारावाही लूप के केंद्र पर क्षेत्र के लिए सरल व्यंजक $B = \mu i/2R$ (समीकरण 5.21) की व्युत्पत्ति के लिए इसको प्रयोग करने में कोई लाभ नहीं होता। फिर भी, उच्च सममिति की ऐसी अनेक स्थितियाँ हैं जिनमें इस प्रमेय का प्रयोग लाभदायक है। इस बात को हम अगले अनुभाग में देखेंगे जब हम दो सामान्यत: प्रयोग में आने वाले और अत्यंत लाभकारी चुंबकीय निकायों – परिनालिका एवं टोरॉइड द्वारा उत्पन्न क्षेत्र की गणना करेंगे।

ऐंपियर का परिपथीय नियम, बायो-सावर्ट के नियम से भिन्न नहीं है। दोनों ही चुंबकीय-क्षेत्र और धारा में संबंध बताते हैं और दोनों ही विद्युत् धारा के भौतिक परिणामों को व्यक्त करते हैं। ऐंपियर के नियम और बायो-सावर्ट के नियम में वही संबंध है जो गॉस प्रमेय और कूलॉम के नियम में है। ऐंपियर एवं गॉस दोनों नियम परिमिति पर प्रभावी एक भौतिक राशि (चुंबकीय या विद्युत् क्षेत्र) का दूसरी भौतिक राशि उदाहरणार्थ, अंत: क्षेत्र में उपस्थित स्रोत (धारा या आवेश) के साथ संबंध बताते हैं। हम इस बात पर भी ध्यान दें कि ऐंपियर का परिपथीय नियम अपरिवर्ती धारा के लिए ही लागू होता है (जो समय के साथ नहीं बदलती)। निम्नलिखित उदाहरण हमें यह समझने में मदद करेगा कि "घिरी हुई धारा" से हमारा क्या अभिप्राय है?

उदाहरण 5.4 चित्र 5.9 में एक लंबा, सीधा, सीमित अनुप्रस्थ काट वाला तार दिखाया गया है जिसमें अपरिवर्ती धारा i प्रवाहित हो रही है। धारा a त्रिज्या की पूरी अनुप्रस्थ काट पर एकसमान रूप से बँटी हुई है। क्षेत्र $r < a$ एवं $r > a$ पर चुंबकीय क्षेत्र की गणना कीजिए।

चित्र 5.9 एक अपरिवर्ती धारा, a त्रिज्या वाले तार पर एकसमान रूप से वितरित हैं।

हल

स्थिति $r > a$ लें तो ऐंपियर का लूप वह वृत्त है जिसको हमने 2 अंकित किया है। इस लूप के लिए समीकरण (5.23) में

$$L = 2\pi r$$

$i_e = i$ रखने पर

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$B = \frac{m_0 i}{2\ r} \qquad (5.24)$$

$$B \quad \frac{1}{r} \qquad (r > a)$$

यह परिणाम लंबे सीधे तार के लिए सुपरिचित व्यंजक है। स्थिति $r < a$ में, ऐंपियर का लूप 1 अंकित वृत्त है। इस लूप के लिए यदि वृत्त की त्रिज्या r लें तो

$$L = 2\pi r$$

पर अब धारा i_e का मान i नहीं है इससे कुछ कम है। चूँकि धारा वितरण एकसमान है, धारा का जो अंश वृत्त से घिरा है उसका मान है

$$i_e = i\left(\frac{\pi r^2}{\pi a^2}\right)$$

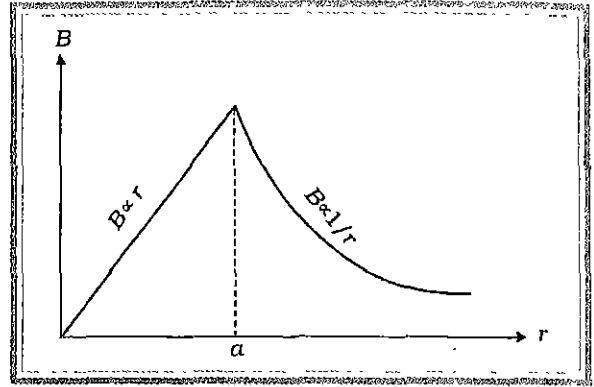
$$= \frac{i r^2}{a^2}$$

अतः समीकरण (5.23) से

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{i r^2}{a^2}$$

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi a^2}\right) r \qquad (5.25)$$

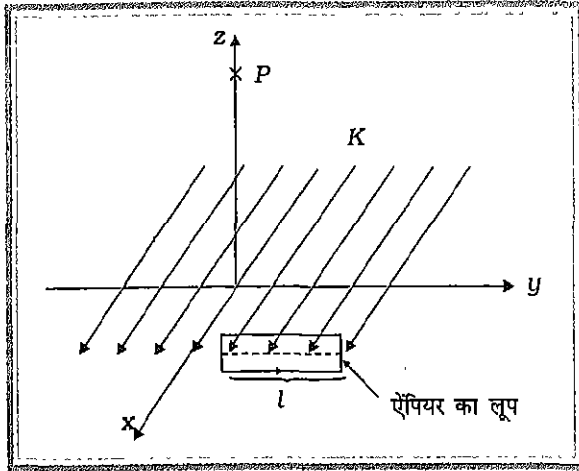
$$B \propto r \qquad (r < a)$$

चित्र 5.10 **B** के परिमाण का तार के केंद्र से दूरी r के साथ संबंध दर्शाने वाला आरेख क्षेत्र की दिशा वृत्ताकार

चित्र 5.10 a त्रिज्या वाले लंबे चालक के लिए चुंबकीय-क्षेत्र के परिमाण का आरेख।

लूप-1 या 2 पर स्पर्श रेखा है और चित्र 5.5 में वर्णित दाएँ हाथ के नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है। इस उदाहरण में आवश्यक सममिति विद्यमान है और इस कारण ऐंपियर का नियम लागू किया जा सकता है।

5.5 परिनालिका एवं टोरॉइड

परिनालिका एवं टोरॉइड ऐसे दो उपकरण हैं जो चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। दोनों में ही हमें उच्च सममिति की ऐसी स्थिति प्राप्त होती है जिसमें ऐंपियर का नियम लगाने से विवेचना आसान हो जाती है।

हम अपने विवेचन की शुरुआत एक ऐसे विशाल धात्विक पटल के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की गणना से करते हैं जो x-y तल में रखा है और जिसमें एकसमान समतल धारा x-दिशा में प्रवाहित हो रही है, जैसा कि चित्र 5.11 में दिखाया गया है। किसी चौड़ाई Δy में धारा $K\Delta y$ है जहाँ K एक नियतांक है। ध्यान दें कि K की विमाएं $[AL^{-1}]$ हैं। मान लें कि x-y तल के कुछ ऊपर कोई बिंदु P है। तब हमारा तर्क है कि इस बिंदु पर **B** का कोई x-या z-घटक नहीं है ($B_x = B_z = 0$)। बायो-सावर्ट के नियमानुसार x-घटक शून्य है क्योंकि धारा स्वयं x-दिशा में प्रवाहित हो रही है। और z-घटक इसलिए शून्य है क्योंकि $+y$ स्थिति पर रखे तंतु के कारण ऊर्ध्वाधर घटक, y स्थिति पर रखे संगत तंतु के ऊर्ध्वाधर घटक से निरस्त हो जाता

चित्र 5.11 एकसमान धारावाही विशाल धात्विक पटल जो xy तल में रखा है।

है। अतः **B** का सिर्फ y-घटक है। दाएँ हाथ का नियम हमें बताता है कि P बिंदु पर यह क्षेत्र बाईं ओर अर्थात् $-\hat{\mathbf{j}}$ दिशा में प्रभावी है। पटल के नीचे की ओर अर्थात् $z < 0$ के लिए दाईं ओर अर्थात् $+\hat{\mathbf{j}}$ दिशा में इंगित करता है। यह तथ्य मस्तिष्क में रखते हुए हम एक आयताकार ऐंपियर का लूप बनाते हैं जैसा चित्र 5.11 में दिखाया गया है। इस लूप के ऊर्ध्वाधर खंडों का परिणाम शून्य हैं क्योंकि **B** तो $\pm\hat{\mathbf{j}}$ दिशा में है जबकि ये खंड लंबवत् $\pm\hat{\mathbf{k}}$ दिशा में। समीकरण (5.23) से हम पाते हैं

$$L = 2l$$

$$I_e = Kl$$

अतः

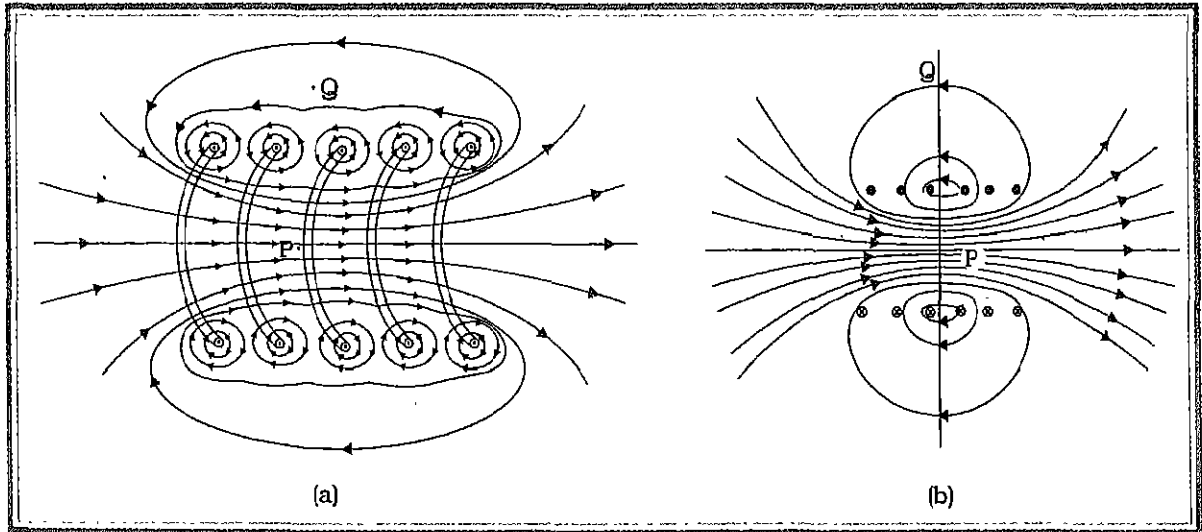
$$B\,(2l) = \mu_0 Kl$$

$$B = \frac{\mu_0 K}{2} \qquad (5.26)$$

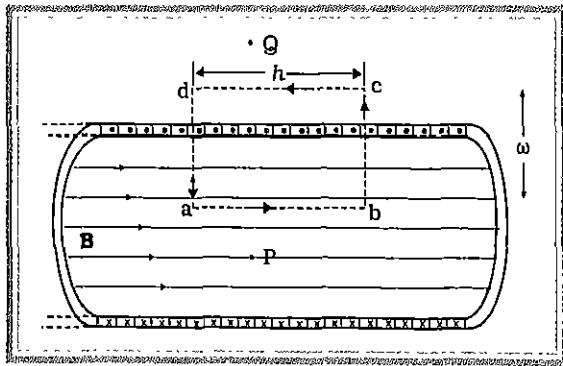
इसकी दिशा, $z < 0$ के लिए, $\pm\hat{\mathbf{j}}$ एवं $z > 0$ के लिए, $-\hat{\mathbf{j}}$ है। यह क्षेत्र, ठीक वैसे ही पटल से दूरी के ऊपर निर्भर नहीं करता जैसे कि अध्याय 1 के अनुभाग 1.15 में वर्णित एकसमान आवेश पटल के कारण विद्युत् क्षेत्र। यह सब विवेचन परिनालिका के कारण उत्पन्न क्षेत्र को समझने में हमारी मदद करेगा।

5.5.1 परिनालिका

हम एक लंबी परिनालिका की चर्चा करेंगे। इसमें एक लंबे तार से कुंडलिनी के रूप में निकट सटे लपेटे लगा कर बना होता है। प्रत्येक लपेटे को एक वृत्ताकार लूप माना जा सकता है और कुल चुंबकीय क्षेत्र इन सभी लपेटों के कारण प्राप्त क्षेत्रों का सदिश योग है। जब हम लंबी परिनालिका कहते हैं तो हमारा तात्पर्य यह है कि परिनालिका की लंबाई इसकी त्रिज्या की तुलना में अधिक है।

चित्र 5.12 एक परिमित लंबाई की परिनालिका के लिए चुंबकीय क्षेत्र प्रदर्शित करता है। चित्र 5.12(a) में हमने इस परिनालिका के एक खंड को विस्तारित करके दिखाया है। चित्र 5.12(b) में हमने पूरी परिमित परिनालिका उसके चुंबकीय क्षेत्र

चित्र 5.12 (a) परिनालिका के एक खंड के कारण चुंबकीय क्षेत्र, जिसको स्पष्टता के लिए प्रवर्धित किया गया है। केवल वृत्ताकार अग्रभाग ही दर्शाया गया है। ध्यान दीजिए कि किस प्रकार दो पास-पास के लपेटों के बीच वृत्ताकार लूप एक-दूसरे को निरस्त करने के लिए प्रवृत्त होते हैं। (b) सीमित परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र।

सहित दर्शाई है। चित्र 5.12(a) में वृत्ताकार लूपों से यह स्पष्ट है कि पास-पास के दो लपेटों के बीच की क्षेत्र रेखाओं में एक दूसरे को निरस्त करने की प्रवृत्ति होती है। चित्र 5.12(b) में हम देखते हैं कि क्षेत्र अंतः भाग के मध्य बिंदु P पर एक-सा और शक्तिशाली है। बाह्य भाग के मध्य बिंदु पर क्षेत्र अत्यंत क्षीण है और परिनालिका की अक्ष के समानांतर है, अक्ष के लंबवत् इसका कोई घटक नहीं है। यह प्रेक्षण चित्र 5.11 में वर्णित स्थिति से मिलता-जुलता है। हम उस विवेचन को परिनालिका के लिए आगे बढ़ाएंगे।

जैसे-जैसे परिनालिका को लंबा बनाते जाते हैं यह एक लंबी, बेलनाकार धात्विक पटल जैसी दिखने लगती है। चित्र 5.13 यह आदर्शीकृत चित्र प्रस्तुत करता है। परिनालिका के बाहर क्षेत्र का मान शून्य होने लगता है। चित्र 5.11 में वर्णित स्थिति से भी यह तर्क दिया जा सकता है। चित्र 5.13 में बिंदुओं को ऊपर से देखें तो यह कागज के तल से बाहर आता हुआ एकसमान धारा सतह-सा दिखाई पड़ता है। दाएँ हाथ के नियम के अनुसार इसके कारण Q बिंदु (ऊपर) पर क्षेत्र बाईं ओर है और P बिंदु (नीचे) दाईं ओर। चित्र 5.13 में नीचे की ओर बनी गुणन चिह्नों की पंक्ति, कागज के तल में अंदर की ओर प्रवेश करते हुए एकसमान धारा सतह की तरह है। इसके ऊपर की ओर स्थित किसी बिंदु पर क्षेत्र की दिशा दाईं ओर है। दोनों क्षेत्र एक-दूसरे को बिंदु P पर प्रबलित करते हैं और बिंदु Q पर पूर्णतः निरस्त कर देते हैं।

चित्र 5.13 एक बहुत लंबी परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र। क्षेत्र ज्ञात करने के लिए ऐंपियर का एक आयताकार लूप abcd।

हम एक आयताकार ऐंपियर लूप **abcd** लेते हैं। जैसा कि ऊपर समझाया गया है, **cd** के समांतर क्षेत्र शून्य है। अनुप्रस्थ खंडों **bc** एवं **cd** के कारण परिनालिका के बाहर तथा अक्ष के समांतर (इस कारण खंडों के अभिलंबवत्) परिनालिका के अंदर क्षेत्र शून्य है। अतः इन दो खंडों **bc** और **cd** का कोई योगदान नहीं है। माना कि **ab** के अनुदिश क्षेत्र, B है। तब संगत ऐंपियर लूप की लंबाई

$$L = h$$

यदि परिनालिका की इकाई लंबाई में लपेटों की संख्या n लें तो परिबद्ध धारा

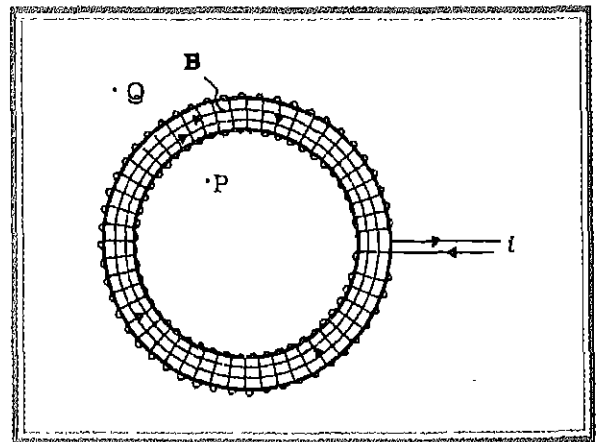
$$I_e = I\,(nh)$$

जहाँ I परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा है, ऐंपियर के परिपथीय नियम (समीकरण 5.23) के अनुसार

$$BL = \mu_0 I_e$$
$$Bh = \mu_0 I\,(nh)$$
$$B = \mu_0\, nI$$

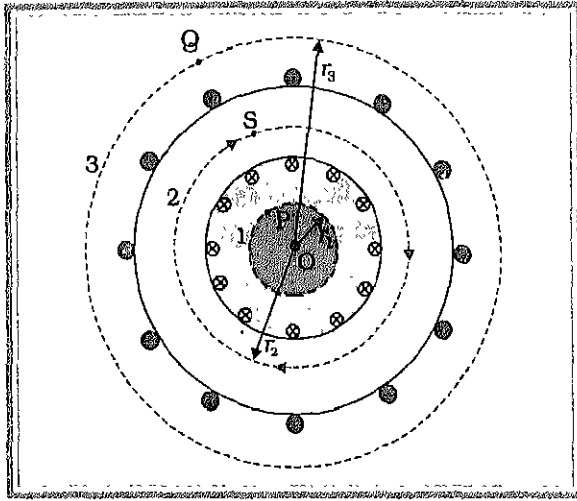
क्षेत्र की दिशा दाएँ हाथ के नियम द्वारा प्राप्त की जाती है। आम तौर पर परिनालिका का उपयोग एकसमान चुंबकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए किया जाता है। अगले अध्याय में हम देखेंगे कि परिनालिका के अंदर एक मृदु लोह क्रोड डाल देने से एक शक्तिशाली क्षेत्र संभव हो जाता है।

5.5.2 टॉरॉइड

टॉरॉइड एक ऐसी खोखली, वृत्ताकार मुद्रिका है जिस पर किसी तार के बहुत से लपेटे सटा-सटा कर लगाए गए होते हैं।* इसको एक ऐसी परिनालिका के रूप में देख सकते हैं जिसको मोड़ कर वृत्ताकार रूप दे दिया जाता है जिससे इसके सिरे आपस में मिल जाएँ। यह चित्र 5.14 में दिखाया गया है और इसमें धारा I प्रवाहित हो रही है। हम देखेंगे कि टॉरॉइड के भीतर खुले आकाश में (बिंदु P पर) और इसके

चित्र 5.14 एक टॉरॉइड जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही है।

* टॉरॉइड का आकार भारतीय खाद्य पदार्थ मेदु-वड़ा या डोनट के समरूपी है।

बाहर (बिंदु Q पर) चुंबकीय क्षेत्र शून्य है। सटा-सटा कर लपेटे लगा कर बनायी गई आदर्श टोरॉइड के अंदर चुंबकीय क्षेत्र **B** का परिमाण अचर है।

चित्र 5.15 एक टोरॉइड की अनुप्रस्थ काट दर्शाता है। वृत्ताकार लूपों के लिए लागू होने वाले दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम के अनुरूप अंदर चुंबकीय क्षेत्र की दिशा दक्षिणावर्त है। डैश रेखाओं द्वारा तीन वृत्ताकार लूप दर्शाए गए हैं। सममिति द्वारा, चुंबकीय क्षेत्र इन लूपों पर स्पर्श रेखावत् होने चाहिए और लूपों में से प्रत्येक के लिए क्षेत्र का परिमाण अचर होना चाहिए।

चित्र 5.15 टोरॉइड की अनुप्रस्थ काट। टोरॉइड के केंद्र से किसी इच्छित दूरी r पर चुंबकीय क्षेत्र ऐंपियर के परिपथीय नियम द्वारा ज्ञात किया जा सकता है। 1, 2, 3 अंकित खंड रेखाएँ तीन वृत्तीय ऐंपियर लूप हैं।

माना कि लूप-1 पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण B_1 है। तब ऐंपियर के परिपथीय नियम [समीकरण (5.23)] के अनुसार

$$L = 2\pi r_1$$

किंतु यह लूप कोई धारा परिबद्ध नहीं करता है।

इसलिए $I_e = 0$

अतः

$$B_1(2\pi r_1) = \mu_0(0)$$

$$B_1 = 0$$

टोरॉइड के अंदर मुक्त आकाश में स्थित किसी बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र शून्य होता है।

यह मान लें कि लूप 3 के अनुदिश चुंबकीय क्षेत्र का मान $\mathbf{B}_3$ है। एक बार फिर ऐंपियर के नियम से $L = 2\pi r_3$ है। परंतु, अनुप्रस्थ काट में हम देखते हैं कि कागज के तल से बाहर आती हुई धारा कागज के अंदर की ओर जाती हुई धारा से पूर्णतः निरस्त हो जाती है। अतः $I_e = 0$ और $B_3 = 0$ ।

माना कि टोरॉइड के अंदर चुंबकीय क्षेत्र B है। एक बार हम फिर ऐंपियर के परिपथ नियम का उपयोग करते हैं जिससे

$$L = 2\pi r$$

परिबद्ध धारा I_e टोरॉइड की कुंडलियों के N फेरों के द्वारा दिया जाता है और यह NI होता है। इस प्रकार

$$I_e = N I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \qquad (5.28a)$$

समीकरण [5.28(a)] को हम एक नए रूप में लिख सकते हैं ताकि यह परिनालिका के संगत समीकरण (5.27) जैसा दिखाई पड़े। इसके लिए माना कि टोरॉइड की औसत त्रिज्या r है और इसकी प्रति इकाई लंबाई में n फेरे हैं, तब

$$N = 2\pi r n$$

एवं $$B = \mu_0 n I \qquad (5.28b)$$

आदर्श टोरॉइड में कुंडलियाँ पूर्णतः वृत्ताकार हैं। वास्तव में टोरॉइड के फेरे एक कुंडलिनी बनाते हैं और इसके बाहर हमेशा एक क्षीण चुंबकीय क्षेत्र होता है। टोरॉइड द्वारा **टोकामेक** (Tokamak) में (जो संलयन शक्ति रिऐक्टर में प्लैज्मा परिरोध के उपयोग का एक उपकरण है) एक प्रमुख भूमिका निभाए जाने की संभावना है।

उदाहरण 5.5 एक परिनालिका की लंबाई 0.5 m और त्रिज्या 1 cm है। इसमें फेरों की संख्या 500 है और 5 A धारा प्रवाहित हो रही है। इस परिनालिका के अंदर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल

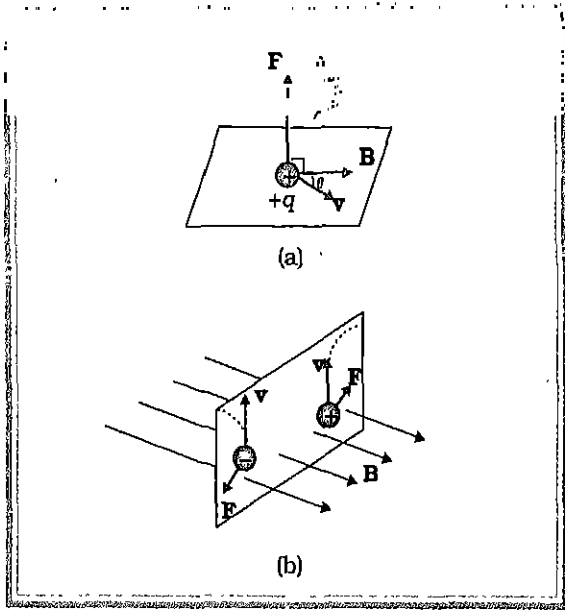
यहाँ $n = \dfrac{500}{0.5} = 1000$ फेरे प्रति मीटर

लंबाई $l = 0.5$ m तथा त्रिज्या $r = 0.01$ m, अतः $l/a = 50$ अर्थात् $l >> a$, अतएव हम लंबी परिनालिका के लिए सूत्र, समीकरण (5.27) का प्रयोग कर सकते हैं :

$$B = \mu_0 n I$$
$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5$$
$$= 6.28 \times 10^{-3} \text{ T}$$

5.6 लॉरेंज बल

5.6.1 एक गतिमान आवेश पर चुंबकीय बल

अभी तक हमने चुंबकीय क्षेत्र **B** की बात की है। अब हम **B** के कारण किसी भौतिक वस्तु पर लगने वाले बल के विषय में विचार करेंगे। अध्याय 1 में हमने पढ़ा कि स्थिर वैद्युत क्षेत्र **B** है किसी q आवेशधारी कण पर $q\mathbf{E}$ बल लगाता है। **B** के लिए एक अनुरूप व्यंजक HA लॉरेंज ने प्रदान किया जिन्होंने ऑर्स्टेड की खोज के बाद से वैज्ञानिकों द्वारा दिए गए चुंबकत्व संबंधी विशाल आंकड़ों और निष्कर्षों का विश्लेषण किया। बल **F** के कुछ महत्त्वपूर्ण लक्षण इस प्रकार थे :

*चित्र 5.16 आवेशित कण पर लगने वाले बल की दिशा। (a) चुंबकीय क्षेत्र **B** से Q कोण बनाते हुए **v** वेग से गतिमान धनावेश युक्त कण पर लगने वाले बल की दिशा दाएँ हाथ के नियम द्वारा पता चलती है। (b) चुंबकीय क्षेत्र की उपस्थिति में, +q आवेश युक्त गतिमान कण की गति में विस्थापन –q आवेश युक्त गतिमान कण की अपेक्षा विपरीत दिशा में होता है।*

(a) यदि आवेश q विरामावस्था में है तो इस पर लगने वाला बल F शून्य होगा। ठीक जैसे गतिमान आवेश ही चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं (बायो-सावर्ट) वैसे ही केवल गतिमान आवेश ही चुंबकीय क्षेत्र से प्रभावित होते हैं।

(b) F, आवेश q के परिमाण, इसकी चाल v, चुंबकीय क्षेत्र B के समानुपाती होता है।

(c) यदि **v** की दिशा **B** के समांतर या प्रतिसमांतर हो तो बल शून्य होगा और जब **v** क्षेत्र **B** के अभिलंबवत् है तो बल का परिमाण अधिकतम होगा।

(d) बल की दिशा पार्श्वत: (Sideways) होती है। यह **v** और **B** से गुजरने वाले समतल के लंबवत् होती है और दाएँ हाथ के नियम द्वारा बताई जा सकती है [चित्र 5.16 (a)]।

(e) विपरीत चिह्नयुक्त आवेशों के लिए चुंबकीय बल विपरीत दिशाओं में लगते हैं [चित्र 5.16 (b)]।

उपरोक्त समस्त सूचनाएँ एक सरल गणितीय व्यंजक में समाहित की जा सकती हैं,

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad (5.29)$$

सदिश गुणन के गुणों का उपयोग करते हुए हम यह सत्यापित कर सकते हैं कि समीकरण (5.29) ऊपर वर्णित प्रेक्षणों के संगत है। यहाँ बल का परिमाण

$$F = qvB\sin\theta$$

अत: F शून्य है यदि $\theta = 0$ (**v** और **B** समांतर हैं) या $\theta = \pi$ (**v** और **B** प्रतिसमांतर हैं) और इसका मान अधिकतम है जब $\theta = \pi/2$।

हम समीकरण (5.29) में यह भी निहित पाएंगे कि आवेशित कण पर लगने वाला चुंबकीय बल कोई कार्य नहीं करता। यह कण की चाल v का मान नहीं बदल सकता। यह समझने के लिए ध्यान दें कि तात्क्षणिक शक्ति, शून्य है।

$$\mathbf{F.v} = q\,\mathbf{v}.(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$
$$= 0$$

न्यूटन के द्वितीय नियमानुसार

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}.\mathbf{v} = 0$$

हम इसको इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$\frac{m}{2}\frac{d}{dt}(\mathbf{v.v}) = 0$$

जहाँ हमने शृंखला-नियम का प्रयोग किया है। अत:,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}v^2\right) = 0$$

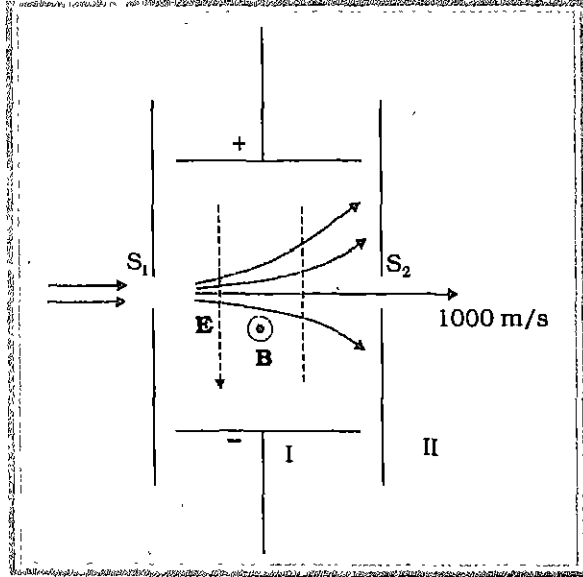
किंतु $K = mv^2/2$ (गतिज-ऊर्जा)। अत:,

$$\frac{dK}{dt} = 0$$

अर्थात्, आवेशित कण की गतिज ऊर्जा परिवर्तित नहीं होती। इसका अर्थ है कि कण की चाल अचर रहती है। कार्य-ऊर्जा सिद्धांत का भी स्मरण कीजिए : गतिज ऊर्जा में परिवर्तन, कण पर लगे कुल परिणामी बल द्वारा किए गए कार्य के बराबर है। जिस आवेशित कण की हम बात कर रहे हैं उस पर केवल एक चुंबकीय बल कार्य करता है। अतः *चुंबकीय बल कोई कार्य नहीं करता।*

जैसा पहले बताया जा चुका है, चुंबकीय क्षेत्र का मात्रक टेस्ला (T) है। समीकरण (5.29) से इसकी विमाएँ सरलता से ज्ञात की जा सकती हैं, जो $M^1T^{-2}A^{-1}$ हैं, जहाँ A धारा को प्रदर्शित करता है। बहुत-सी पाठ्यपुस्तकों में चुंबकीय क्षेत्र को परिभाषित करने के लिए भी बायो-सावर्ट नियम [समीकरण (5.41)] की जगह, समीकरण (5.29) का उपयोग किया गया है।

एक विद्युत् क्षेत्र **E** और एक चुंबकीय क्षेत्र **B** की उपस्थिति में एक गतिमान आवेशित कण पर लगने वाला कुल बल

$$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \qquad (5.30)$$

चित्र **5.17** *उदाहरण 5.6 के लिए चित्र*

उदाहरण 5.6 वेग फिल्टर (velocity filter) : आवेशित कणों की एक धारा, जिसमें एक निश्चित चाल-परास के कण हैं, एक झिरी S_1 में से गुजरने के बाद क्षेत्र-I में प्रवेश करती है (देखिए चित्र 5.17)। क्षेत्र-I में एक-दूसरे के अभिलंबवत् विद्युत् एवं चुंबकीय क्षेत्र प्रभावी हैं। विद्युत् क्षेत्र का परिमाण 100 V/m है। हम चाहते हैं कि झिरी S_2 से होकर क्षेत्र-II में प्रवेश करने वाले कणों का वेग 1000 m/s हो। इसके लिए क्षेत्र-I में एकसमान चुंबकीय क्षेत्र का मान क्या होना चाहिए?

हल

क्षेत्र-I में प्रवेश करने वाले कणों पर चुंबकीय क्षेत्र **B** पार्श्ववत् बल लगाएगा। यदि कणों को अविक्षेपित जाना हो तो अभिलंबवत् लगे चुंबकीय एवं वैद्युत-क्षेत्रों को एक-दूसरे को संतुलित करना चाहिए। अतः लॉरेंज बल के समीकरण (5.30) के अनुसार

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

यह दिया गया है कि $E = 100\ \mathrm{V/m}$ और अपेक्षित है कि $v = 1000\ \mathrm{m/s}$

अतः

$$B = \frac{E}{v}$$

$$= 0.1\ \mathrm{T}$$

ध्यान दीजिए कि अंतिम परिणाम में आवेश के परिमाण की कोई भूमिका नहीं है। प्रोटॉन, इलेक्ट्रॉन जैसे प्राथमिक आवेश युक्त कणों का द्रव्यमान क्योंकि कम होता है इनके बीच गुरुत्व उपेक्षणीय है। सर जे. जे. थॉमसन ने इलेक्ट्रॉन के आवेश एवं द्रव्यमान का अनुपात ज्ञात करने के लिए वेग-फिल्टर प्रणाली का उपयोग किया।

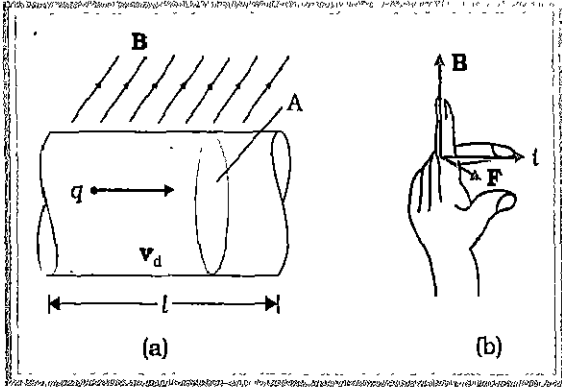
5.6.2 एक धारावाही चालक पर चुंबकीय बल

एकाकी गतिमान आवेश संबंधी अपने विश्लेषण को हम सीधी धारावाही छड़ के लिए आगे बढ़ा सकते हैं। लंबाई l, एवं अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A, की एक छड़ लीजिए। माना कि इस छड़ में गतिमान आवेशवाहियों का संख्या-घनत्व n है। तब इसके अंदर कुल गतिमान आवेशवाहियों की संख्या nAl होगी। इस छड़ में प्रवाहित अपरिवर्ती धारा I के लिए हम मान सकते हैं कि प्रत्येक गतिमान आवेशवाही का औसत अपवाह वेग $\mathbf{v}_d$ है। चुंबकीय क्षेत्र **B** की उपस्थिति में इन पर लगने वाला बल है :

$$\mathbf{F} = (nAl)q\,\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

जहाँ q आवेश का मान है। चित्र 5.18 इस स्थिति का निदर्शन करता है। अब, $nq\mathbf{v}_d$ धारा घनत्व $\mathbf{j}$ है और $(nq\,\mathbf{v}_d)A$ धारा है (धारा एवं धारा-घनत्व का विवरण अध्याय 3 में देखिए)।

$$\mathbf{F} = (nq\mathbf{v}_d)Al\times\mathbf{B}$$
$$= \mathbf{j}Al\times\mathbf{B}$$
$$= (\mathbf{j}A)\mathbf{l}\times\mathbf{B}$$
$$= I\mathbf{l}\times\mathbf{B} \qquad (5.31)$$

जहाँ $\mathbf{l}$ एक सदिश है, जिसका परिमाण l है जो कि छड़ की लंबाई है और जिसकी दिशा वही है जो धारा I की है। ध्यान दीजिए कि धारा I सदिश नहीं है। समीकरण (5.31) की व्युत्पत्ति के अंतिम पद में हमने सदिश चिह्न को $\mathbf{j}$ से $\mathbf{l}$ पर स्थानांतरित कर दिया है।

चित्र 5.18 *(a) एक सीधी चालक छड़ का एक अनुभाग जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही है और जो एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखा हुआ है। (b) फ्लेमिंग का बाएँ हाथ का नियम।*

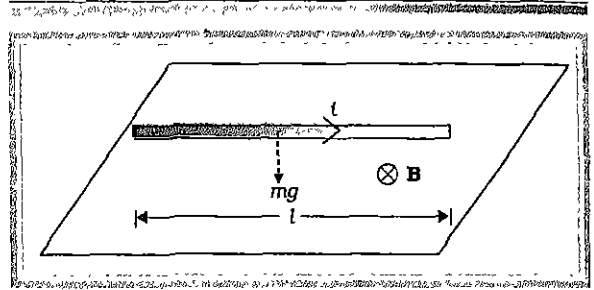
समीकरण (5.31) एक सीधी छड़ के लिए लागू होती है। इस समीकरण में **B** बाह्य चुंबकीय क्षेत्र है। यह धारावाही छड़ के द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र नहीं है। यदि तार का कोई अनियमित आकार हो तो हम उसको $d\mathbf{l}_j$ लंबाई के छोटे उपखंडों में बाँट कर उनके ऊपर लगने वाले लॉरेंज बलों को जोड़ेंगे अर्थात्,

$$\mathbf{F} = \sum_j I\,d\mathbf{l}_j\times\mathbf{B}$$

अधिकतर मामलों में यह संकलन, समाकलन में परिवर्तित किया जा सकता है।

समीकरणों (5.30) एवं (5.31), दोनों को ही लॉरेंज बल के नाम से पुकारा जाता है। प्रायोगिक दृष्टिकोण से समीकरण (5.31) अधिक सुविधाजनक है। किसी व्यष्टिगत आवेशित कण की तुलना में सीमित आकार के चालक पर बल मापना अधिक आसान होता है।

समीकरण (5.31) में निहित सदिशों की दिशाएँ फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम द्वारा याद रख सकते हैं। अपने बाएँ हाथ के अंगूठे, अग्र और मध्य अंगुलियों को एक-दूसरे के लंबवत् फैलाएँ। तब यदि मध्य अंगुली धारा की दिशा में हो और अग्र अंगुली क्षेत्र की दिशा में हो तो अंगूठा बल की दिशा बताता है। यह नियम चित्र 5.18(b) में दर्शाया गया है।

उदाहरण 5.7 200 g द्रव्यमान और 1.5 m लंबाई के सीधे तार में 2 A धारा प्रवाहित हो रही है। यह एक एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र **B** के कारण हवा में लटका हुआ है। चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण कितना है?

चित्र 5.19 *उदाहरण 5.7 के लिए चित्र।*

हल

समीकरण (5.31) के अनुसार, तार मध्य हवा में लटका रहे, इसके लिए

$$mg = IlB$$
$$B = \frac{mg}{Il}$$
$$= \frac{0.2\times9.81}{2\times1.5} = 0.65\ \mathrm{T}$$

ध्यान दीजिए कि यहाँ m/l यानी तार का प्रति इकाई द्रव्यमान बताना पर्याप्त होता। पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का मान लगभग 4×10^{-5} T है और इसकी हमने उपेक्षा कर दी है।

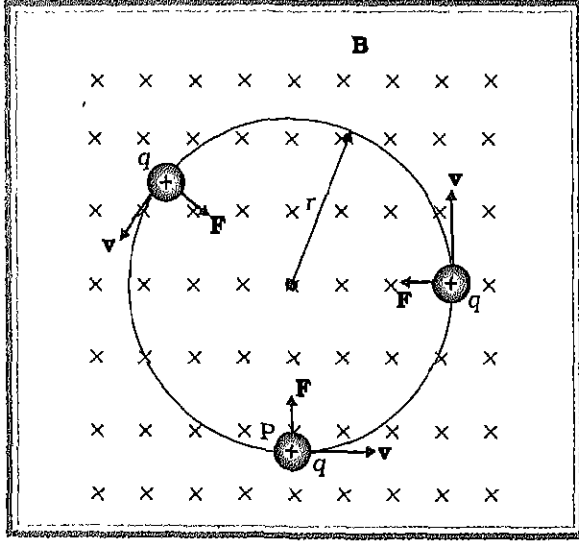
5.7 साइक्लोट्रॉन

साइक्लोट्रॉन आवेशित कणों या आयनों को उच्च ऊर्जाओं तक त्वरित करने वाली मशीन है। 1934 में, ई. ओ. लॉरेंस एवं एम. एस. लिविंग्सटन ने इसका आविष्कार नाभिकीय संरचना की शोध के लिए किया था। उच्च ऊर्जा युक्त कण उत्पन्न करने के लिए साइक्लोट्रॉन वैद्युत एवं चुंबकीय दोनों क्षेत्रों का उपयोग करता है।

साइक्लोट्रॉन कैसे कार्य करता है, यह समझने के लिए, पहले हमें एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में इसके लंबवत् चलते हुए एक आवेशित कण की गति को समझना पड़ेगा। चित्र 5.20 में एक धनावेश युक्त कण के लिए यह दर्शाया गया है। कण एक ऐसे वृत्त में गति करता है जिसका तल चुंबकीय क्षेत्र **B** के लंबवत् है। यह समीकरण (5.29) से स्पष्ट है। यह बल हर बिंदु पर गतिदिशा के साथ है। पिछले अनुभाग में हम यह भी सीख चुके हैं कि इस बल के कारण कण की चाल में कोई परिवर्तन नहीं होगा। अतः कण एक वृत्त में समान चाल से गति करेगा। न्यूटन के गति के द्वितीय नियम एवं समीकरण (5.29) से

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

जहाँ v^2/r कण का अभिकेंद्रीय त्वरण है।

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad (5.32)$$

*चित्र 5.20 कागज के तल के अभिलंबवत् अंदर की ओर प्रभावी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में चलता हुआ एक धन आवेश युक्त कण। लॉरेंज बल **F** हर बिंदु पर वृत्त के केंद्र की ओर लग रहा है।*

कण की वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या, आवेश-द्रव्यमान अनुपात (q/m) के व्युत्क्रमानुपाती है और चुंबकीय क्षेत्र के भी व्युत्क्रमानुपाती है। माना कि चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करने से पहले, कण विरामावस्था से एक स्थिर वैद्युत विभव V द्वारा त्वरित किया गया है। तब इसकी गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के लिए समीकरण होगा

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad (5.33)$$

जहाँ हमने कार्य-ऊर्जा प्रमेय का उपयोग किया है। समीकरण (5.33) का समीकरण (5.32) में प्रयोग करने पर हम पाते हैं :

$$r = \frac{1}{B}\left(\frac{2mV}{q}\right)^{1/2} \qquad (5.34)$$

क्योंकि कण एकसमान वृत्तीय गति कर रहा है, हम लिख सकते हैं $v = \omega_c r$ जहाँ ω_c *कोणीय आवृत्ति है। अधोलिखित* अक्षर c साइक्लोट्रॉन को अभिसूचित करता है। समीकरण (5.32) में $v = \omega_c r$ रखने पर

$$r = \frac{m\omega_c r}{qB}$$

$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

$$f_c = \frac{qB}{2\pi m} \qquad (5.35)$$

जहाँ f_c *साइक्लोट्रॉन आवृत्ति* कहलाता है। एक रोचक तथ्य यह है कि साइक्लोट्रॉन आवृत्ति कण के वेग पर निर्भर नहीं करती है। साइक्लोट्रॉन बनाने में इस तथ्य का उपयोग किया गया है।

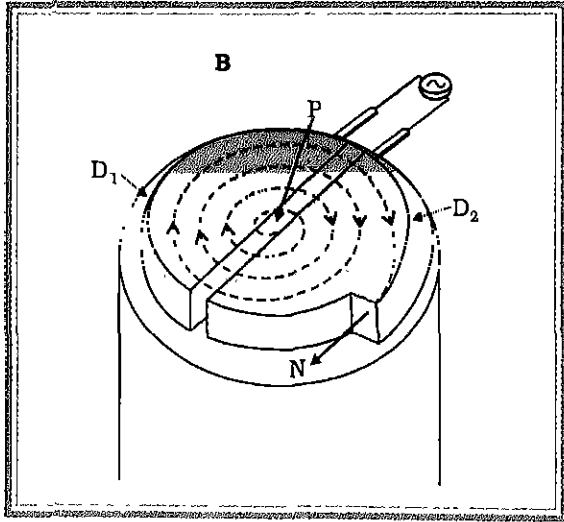
चित्र 5.21 साइक्लोट्रॉन का एक कार्यप्रदर्शी चित्र है। आवेशित कणों की गति दो अर्धवृत्ताकार चक्रिका जैसी धातु पात्रों D_1 एवं D_2 के बीच होती है, जिन्हें डीज कहते हैं। डीज के सीधे खंड खुले होते हैं ताकि कण स्वतंत्रतापूर्वक D_1 एवं D_2 के बीच आ-जा सकें। आयनों और हवा के अणुओं में संघट्य कम करने के लिए इस पूरे समाहार को निर्वातित कर दिया जाता है। डीज के बीच एक उच्च आवृत्ति का प्रत्यावर्ती विभवांतर लगा दिया जाता है। चित्र 5.21 में दिखाए गए आरेख में, धनायन या धनात्मक आवेश युक्त कण (जैसे कि प्रोटॉन) केंद्र P पर निर्मुक्त होते हैं। वे किसी एक 'डीज' में अर्धवृत्ताकार पथ पर चलते हैं और $T/2$ समय में डीज के बीच के रिक्त स्थान में आ पहुँचते हैं। जहाँ T, कण का परिक्रमण-काल है और इसका मान समीकरण (3.35) से प्राप्त होता है

$$T = \frac{1}{f_c} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (5.36)$$

लगाए गए विभवांतर की आवृत्ति f_a इस प्रकार समायोजित की जाती है कि जितने समय में आयन आधा परिक्रमण करते हैं उतने ही समय में डीज की ध्रुवता बदल जाती है। इसके लिए आवश्यक शर्त $f_a = f_c$ अनुनाद की शर्त कहलाती है। स्रोत की कला (phase) को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि जब कण D_1 के छोर पर पहुँचता है तो D_2 अपेक्षाकृत निम्नतर विभव पर होती है $(V_{D_1} - V_{D_2} = V)$ और इसलिए आयन गैप में त्वरित होते हैं। उनकी गतिज-ऊर्जा में वृद्धि qV है। समीकरण (5.32) से यह स्पष्ट है कि कणों की परिक्रमण-कक्षा का अर्धव्यास बढ़ जाता है। आयन डीज के बीच बार-बार त्वरित होते हैं जब तक कि वे वांछित ऊर्जा प्राप्त नहीं कर लेते। तब वे एक चुंबकीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपित होकर एक निर्गम झिरी द्वारा निकाय से बाहर आ जाते हैं। इस अवस्था में उनकी परिक्रमण कक्षा की त्रिज्या r लगभग डीज की त्रिज्या R के बराबर होती है। समीकरण (5.32) से हम पाते हैं

$$v = \frac{qBR}{m}$$

अतः आयनों की गतिज ऊर्जा है

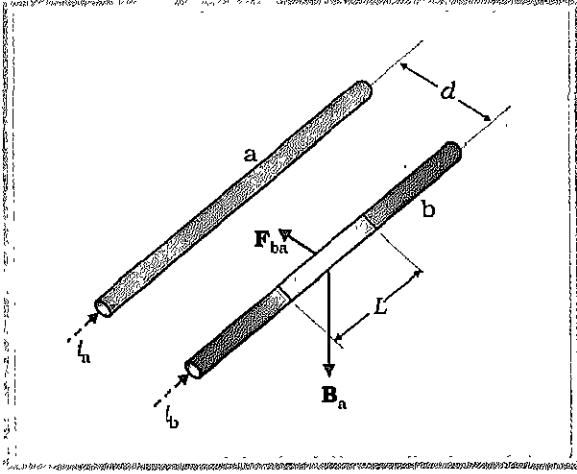
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \qquad (5.37)$$

चित्र 5.21 साइक्लोट्रॉन का एक कार्यप्रदर्शी आरेख। बिंदु P पर आवेशित कणों या आयनों का एक स्रोत है जिससे निर्मुक्त होने वाले आयन, एकसमान लंबवत् चुंबकीय क्षेत्र B के कारण, डीज D_1 एवं D_2 में वृत्ताकार पथ पर चलते हैं। एक प्रत्यावर्ती विभवांतर इन आयनों को उच्च वेग तक त्वरित करता है। अंत में आयन बिंदु N पर बाहर निकाल लिए जाते हैं।

साइक्लोट्रॉन की कार्य-प्रक्रिया इस तथ्य पर आधारित है कि आयनों का परिक्रमण काल, चाल या त्रिज्या के ऊपर निर्भर नहीं करता [देखिए समीकरण (5.35) या (5.36)]। साइक्लोट्रॉन का उपयोग ऊर्जायुक्त कणों की नाभिकों पर वर्षा करके प्राप्त होने वाले नाभिकीय अभिक्रियाओं के अध्ययन के लिए किया गया था। इसका उपयोग ठोसों में आयन निरोपित करके उनके गुणों में सुधार करने या फिर नए पदार्थों का संश्लेषण करने के लिए किया जाता है। अस्पतालों में इसका उपयोग उन रेडियोऐक्टिव पदार्थों के उत्पादन के लिए किया जाता है जिनको निदान और चिकित्सा के लिए प्रयोग करते हैं।

साइक्लोट्रॉन की कार्य सीमाएँ हैं। उच्च चालों पर आपेक्षता के प्रभावों को गणना में लाना पड़ता है। तब कण का द्रव्यमान अचर नहीं रहता और अनुनाद की नाजुक शर्त $f_a = f_c = qB/(2\pi m)$ गड़बड़ा जाती है। इलेक्ट्रॉन जैसे हल्के मूल कणों के लिए असामान्य रूप से उच्च आवृत्तियों (GHz) की आवश्यकता होती है। डीज के विस्तीर्ण क्षेत्र के ऊपर चुंबकीय क्षेत्र को एकसमान बनाए रखना भी एक समस्या हो सकती है। इन्हीं सब कारणों से सिंक्रोट्रॉन जैसी दूसरी त्वरक मशीनों का विकास किया गया है।

5.8 ऐंपियर

हम पढ़ चुके हैं कि एक धारावाही चालक के कारण एक चुंबकीय क्षेत्र पैदा होता है। बायो-सावर्ट के नियम या ऐंपियर के परिपथीय नियम का यह सरल निष्कर्ष है। फिर, हम यह भी सीख चुके हैं कि एक धारावाही चालक पर एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र बल लगाता है। लारेंज-बल सूत्र का यह स्वाभाविक निष्कर्ष है। अतः, यह आशा करना तर्क संगत है कि पास-पास रखे दो धारावाही चालक सीधे एक-दूसरे पर (चुंबकीय) बल लगाएंगे। 1820-25 के काल में ऐंपियर ने इस बल की प्रकृति और धारा के परिमाण, चालकों के रूप व आकार एवं उनके बीच की दूरी पर इसकी निर्भरता का अध्ययन किया। इस अनुभाग में हम दो समांतर धारावाही चालकों का सरल उदाहरण लेंगे जो संभवतः हमें ऐंपियर के परिश्रमपूर्वक किए गए कार्य की महत्ता को समझने में मदद कर सकेगा।

चित्र 5.22 में दो लंबे समांतर चालक दिखाए गए हैं, जो एक-दूसरे से d दूरी पर रखे हैं और जिनमें धारा I_a एवं I_b प्रवाहित हो रही है। चालक 'a', चालक 'b' के सब बिंदुओं पर चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_a$ लगा रहा है। दाएँ हाथ का नियम (चित्र 5.5)

चित्र 5.22 दो लंबे सीधे, समांतर चालक जिनमें अपरिवर्ती धारा I_a एवं I_b प्रवाहित हो रही है और जो एक-दूसरे से d दूरी पर रखे हैं। चालक 'a' के कारण चालक 'b' पर उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_a$ है।

हमें बताता है कि इस क्षेत्र की दिशा नीचे की ओर है। इसका परिमाण समीकरण (5.16) या ऐंपियर के परिपथीय नियम द्वारा

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

बाह्य क्षेत्र $\mathbf{B}_a$ के कारण चालक 'b' एक पार्श्वतः (side ways) बल अनुभव करता है। इस बल की दिशा चालक 'a' की ओर है। इसकी पुष्टि आप सदिशों के सदिश गुणन नियम या चित्र 5.18(b) में दर्शाए गए फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम द्वारा कर सकते हैं। 'a' के द्वारा 'b' के खंड L पर लगाए गए बल को हम $\mathbf{F}_{ba}$ द्वारा नामांकित करें तो समीकरण (5.31) द्वारा इस बल का परिमाण है।

$$F_{ba} = I_b L B_a$$

$$= \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} L \qquad (5.38)$$

वास्तव में 'b' के द्वारा 'a' पर लगने वाले बल की गणना करना संभव है। जैसे ऊपर विचार किया गया है उसी प्रकार हम पाते हैं कि 'b' में प्रवाहित धारा के कारण 'a' पर लगने वाला बल $\mathbf{F}_{ab}$, परिमाण में $\mathbf{F}_{ba}$, के बराबर है पर इसकी दिशा 'b' की ओर है। अतः

$$\mathbf{F}_{ba} = -\mathbf{F}_{ab} \qquad (5.39)$$

ध्यान दें कि यह न्यूटन के तृतीय नियम के अनुरूप है। अतः कम से कम समांतर चालकों और अपरिवर्ती धाराओं के लिए हमने यह दर्शा दिया है कि बायो-सावर्ट नियम एवं लॉरेंज बल द्वारा प्राप्त निष्कर्ष न्यूटन के तृतीय नियम के अनुरूप हैं। उपरोक्त में हम यह भी देख चुके हैं कि एक ही दिशा में प्रवाहित धाराएँ एक-दूसरे को आकर्षित करती हैं। आप यह आसानी से दर्शा सकते हैं कि विपरीत दिशा में प्रवाहित होने वाली धाराएँ एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं।

अनुसमांतर धाराएँ एक-दूसरे को आकर्षित और प्रति-समांतर धाराएँ प्रतिकर्षित करती हैं।

यह नियम उसके विपरीत है जो हमने स्थिर वैद्युतिकी में पाया था। समान (एक से चिह्न वाले) आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं, परंतु समान (अनुसमांतर) धाराएँ एक-दूसरे को आकर्षित करती हैं।

माना कि f_{ba} बल $\mathbf{F}_{ba}$ प्रति इकाई लंबाई का परिमाण व्यक्त करता है। तब, समीकरण (5.38) से

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \qquad (5.40)$$

उपरोक्त व्यंजक, सात मूल SI मात्रकों में एक मात्रक ऐंपियर (A) को परिभाषित करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

ऐंपियर उस अपरिवर्ती धारा का मान है जो यदि दो बहुत लंबे, सीधे, उपेक्षणीय अनुप्रस्थ काट के निर्वात में 1 m दूरी पर रखे, समांतर चालकों में प्रवाहित हो तो उनमें से प्रत्येक पर प्रति मीटर लंबाई 2×10^{-7} N का बल उत्पन्न करेगा।

ऐंपियर की यह परिभाषा 1946 में अपनायी गई थी। यह एक सैद्धांतिक परिभाषा है। व्यवहार में आपको भू-चुंबकीय क्षेत्र के प्रभावों को दूर करना पड़ेगा और बहुत लंबे तारों को उचित ज्यामिति की अनेक फेरों वाली कुंडली से प्रतिस्थापित करना पड़ेगा। एक उपकरण, जिसे *धारा तुला* कहते हैं, इस यांत्रिक-बल को नापने के लिए प्रयुक्त होती है।

आवेश का SI मात्रक, अर्थात् कूलॉम, अब ऐंपियर के पदों में परिभाषित किया जा सकता है।

जब किसी चालक में 1 A की अपरिवर्ती धारा हो तो इसकी किसी अनुप्रस्थ काट से 1 सेकंड में प्रवाहित होने वाली आवेश की मात्रा एक कूलॉम (1 C) होगी।

उदाहरण 5.8 किसी स्थान पर भू-चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव 3.0×10^{-5} T है और क्षेत्र की दिशा भौगोलिक दक्षिण से भौगोलिक उत्तर की ओर है। एक बहुत लंबे तार में 1 A की धारा प्रवाहित हो रही है। इस तार की प्रति इकाई लंबाई पर लगने वाला बल क्या होगा जबकि यह एक क्षैतिज मेज पर इस प्रकार रखा जाए कि धारा की दिशा (a) पूर्व से पश्चिम हो, (b) दक्षिण से उत्तर हो।

हल $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ (5.31)

$F = IlB\sin\theta$

अत: बल प्रति इकाई लंबाई,

$f = F/l = IB\sin\theta$

(a) जब धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है, तो $\theta = 90^\circ$

इसलिए,

$f = IB$

$= 13 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5}\ \text{N m}^{-1}$

यह ऐंपियर की परिभाषा में उद्धृत मान $2\times10^{-7}\ \text{Nm}^{-1}$ की तुलना में अधिक है। इसलिए ऐंपियर को प्रमाणीकृत करते समय भू-चुंबकत्व और दूसरे अवांच्छित क्षेत्रों के प्रभावों का निराकरण जरूरी है। यहाँ बल की दिशा नीचे की ओर है। यह दिशा ज्ञात करने के लिए या तो हम फ्लेमिंग का बाएँ हाथ का नियम लगा सकते हैं [चित्र 5.18(b)] या फिर सदिशों के सदिश गुणन के दैशिक गुण को।

(b) जब धारा दक्षिण से उत्तर की ओर प्रवाहित हो रही है तो

$\theta = 0^\circ$

$F = 0$

अत: चालक पर कोई बल प्रति इकाई लंबाई कार्य नहीं करता।

5.9 एक चुंबकीय द्विध्रुव के रूप में धारा-लूप

एक सीमित लंबाई की परिनालिका के आस-पास चुंबकीय क्षेत्र एक छड़ चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र से बहुत मिलता-जुलता होता है। इस बात को कोई भी एक चुंबकीय सुई को इनके आस-पास घुमाकर देख सकता है कि सुई में दोनों के लिए एक जैसा ही विक्षेप होता है। ऐंपियर उन व्यक्तियों में पहला व्यक्ति था जिन्होंने इस तरह की तुलनाएँ की थीं।

उसने एक सरलतम धारा अवयव लिया, एक धारा लूप और छड़ चुंबक से इसकी समानता प्रदर्शित की। उसने एक साहसी परिकल्पना प्रस्तुत की कि सभी चुंबकीय प्रक्रम परिवाही विद्युत् धाराओं के कारण हैं। बाद में यह सिद्ध हुआ कि मूल रूप में ऐंपियर की परिकल्पना सही है।

इस अनुभाग में हम प्राथमिक धारा अवयव, धारा लूप लेंगे। हम दिखाएंगे कि वृत्ताकार चालक में प्रवाहित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र का आचरण द्विध्रुव जैसा है। फिर हम यह प्रदर्शित करेंगे कि एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखी आयताकार कुंडली एक बल-आघूर्ण अनुभव करती है, लेकिन इस पर कोई परिणामी बल नहीं लगता। यह स्थिति हमें अनुभाग 1.10 में बताए गए एकसमान विद्युत् क्षेत्र में रखे वैद्युत द्विध्रुव की याद दिलाएगी। अंत में, हम यह दर्शाएंगे कि एक धनावेश युक्त नाभिक के आस-पास घूमता इलेक्ट्रॉन एक प्राथमिक चुंबकीय द्विध्रुव के समान है और हम इसके द्विध्रुव-आघूर्ण की गणना करेंगे।

5.9.1 एक चुंबकीय-द्विध्रुव के रूप में वृत्ताकार धारा लूप

अनुभाग 5.3.2 में, हमने एक ऐसे वृत्ताकार लूप के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र की गणना की थी, जिसमें अपरिवर्ती धारा I प्रवाहित हो रही थी। इस क्षेत्र का परिमाण [देखिए समीकरण (5.20)]

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

और इसकी दिशा अक्ष के अनुदिश थी तथा दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञात की गई थी (देखिए चित्र 5.8)। स्मरण करें कि R लूप की त्रिज्या है और x अक्ष के अनुदिश लूप के केंद्र से नापी गई दूरी है। यदि $x >> R$ तो हम हर में विद्यमान पद R^2 को छोड़ सकते हैं। अत:

$$B \simeq \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

ध्यान दें कि लूप का क्षेत्रफल $A = \pi R^2$

अत:,

$$B \simeq \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

हम चुंबकीय आघूर्ण **m** को इस प्रकार परिभाषित करते हैं कि इसका परिमाण IA है, अर्थात्, धारा और लूप के क्षेत्रफल का गुणनफल। इसकी दिशा लूप के तल के लंबवत् है और दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम से ज्ञात की जा सकती है। तब, हम क्षेत्रफल **A** को एक सदिश मान लेते हैं। जिसकी दिशा लूप के तल के लंबवत् है और दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञातव्य है (देखिए चित्र 5.8)।

$$\mathbf{m} = I\mathbf{A} \tag{5.41}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}}{x^3} \tag{5.42}$$

आइए, अब हम निम्नलिखित प्रकार से मूल्य प्रतिस्थापन करें

$\mu_0 \rightarrow 1/\varepsilon_0$

$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{p}_e$ (स्थिर वैद्युत द्विध्रुव)

$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E}$ (स्थिर वैद्युत क्षेत्र)

तो हम पाते हैं कि

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

यह वही समीकरण है जिसे हमने अनुभाग 1.9 [समीकरण (1.25)] में वैद्युत-द्विध्रुव के अक्षीय क्षेत्र के लिए प्राप्त किया था।

अक्ष के लंबवत् क्षेत्र की साम्यता यहाँ नहीं दर्शायी गई है क्योंकि धारा लूप के लिए इस प्रकार के क्षेत्र का निर्धारण काफी कठिन कार्य प्रतीत होता है। फिर भी, हम वर्गाकार लूप के लिए अक्षीय क्षेत्र का व्यंजक [समीकरण (5.42)] व्युत्पन्न कर सकते हैं। इस तरह का अक्षीय परिणाम किसी भी समतल धारा लूप के लिए सही ठहरता है। जैसा कि समीकरण (5.41) से स्पष्ट है, चुंबकीय-आघूर्ण की विमाएं [AL^2] हैं और मात्रक Am^2 है।

संक्षेप में, एक समतल धारा लूप, एक ऐसी चुंबकीय द्विध्रुव की तरह व्यवहार करता है, जिसका द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{m} = I\mathbf{A}$ है और जो एक वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{p}$ से मिलता-जुलता है। किंतु, ध्यान रहे कि दोनों में एक मौलिक अंतर है : वैद्युत द्विध्रुव, दो अधिक प्रारंभिक इकाइयों – आवेशों (अथवा वैद्युत एकध्रुव) से मिलकर बना है जबकि चुंबकत्व में चुंबकीय द्विध्रुव (अथवा धारा लूप) स्वयं में ही एक प्रारंभिक इकाई है। विद्युत्-आवेश के समरूप चुंबकीय एकध्रुव जैसी कोई चीज चुंबकत्व में नहीं पायी जाती है।

5.9.2 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखे आयताकार धारा लूप पर लगने वाला आघूर्ण

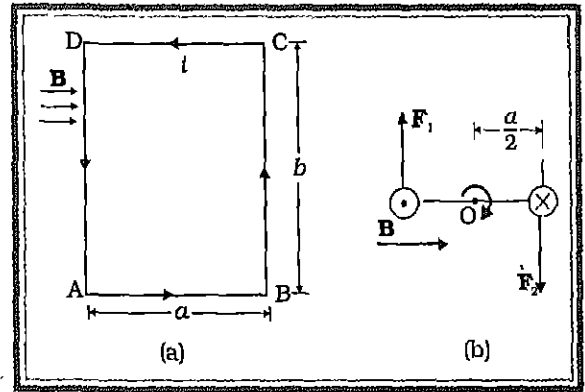
अब हम यह देखेंगे कि किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखा हुआ अपरिवर्ती धारावाही, आयताकार लूप, एक आघूर्ण अनुभव करता है। इसको किसी परिणामी बल का अनुभव नहीं होता। यह व्यवहार एकसमान विद्युत् क्षेत्र में रखे विद्युत्-द्विध्रुव के व्यवहार से मिलता-जुलता है (देखिए अनुभाग 1.10)।

पहले हम एक सरल स्थिति पर विचार करते हैं जबकि आयताकार लूप को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा गया है कि चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ लूप के तल में होगा। यह चित्र 5.23(a) में दर्शाया गया है।

चुंबकीय क्षेत्र, लूप की दो भुजाओं AB एवं CD पर कोई बल नहीं लगाता है। यह भुजा BC के लंबवत् है और इस पर बल $\mathbf{F}_2$ लगाता है जो कि कागज के तल के लंबवत् अंदर की ओर प्रभावी है। इसका परिमाण है

$$F_2 = I\,b\,B$$

इसी प्रकार, भुजा DA पर यह बल $\mathbf{F}_1$ लगता है, जो कागज के तल से बाहर की ओर लग रहा है।

$$F_1 = I\,b\,B = F_2$$

चित्र 5.23 (a) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र लूप के तल में है और इसकी भुजाओं AB एवं CD के समांतर है। (b) लूप की अनुप्रस्थ काट, नीचे से देखने पर।

अतः लूप पर कुल परिणामी बल शून्य है। बलों $\mathbf{F}_1$ एवं $\mathbf{F}_2$ के युग्म के कारण लूप पर एक आघूर्ण लगता है। चित्र 5.23(b) यह दर्शाता है कि लूप की अनुप्रस्थ काट नीचे की ओर से देखने पर कैसी दिखती है। इससे यह जाहिर है कि लूप पर लगने वाले आघूर्ण के कारण इसमें दक्षिणावर्त घूमने की प्रवृत्ति आ जाती है।

इस आघूर्ण का परिमाण

$$\tau = F_1\frac{a}{2} + F_2\frac{a}{2}$$

$$= IbB\frac{a}{2} + IbB\frac{a}{2} = I(ab)B$$

$$= IAB \tag{5.43}$$

जहाँ $A = ab$ आयत का क्षेत्रफल है, चुंबकीय आघूर्ण की परिभाषा हम उसी प्रकार करते हैं जैसी समीकरण (5.41) में की गई थी।

$$\mathbf{m} = i\mathbf{A}$$

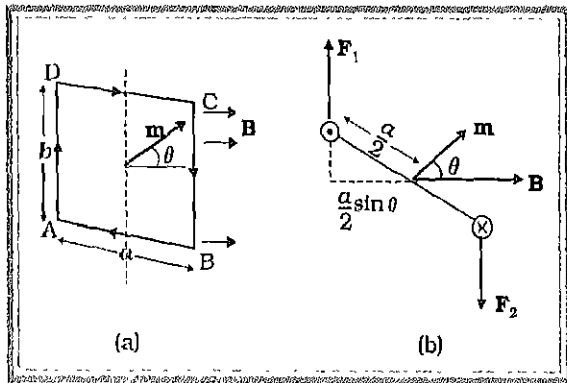
जहाँ सदिश क्षेत्रफल **A** की दिशा दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा बताई जा सकती है और चित्र 5.23 में यह कागज के तल से बाहर की ओर आती हुई है। तब समीकरण (5.43) से,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (5.44)$$

जिसकी साम्यता स्थिर वैद्युतिकी के मामले में देख सकते हैं कि

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$$

समीकरण (5.44) को सर्व सामान्य मामले में सिद्ध किया जा सकता है, जबकि, चुंबकीय क्षेत्र **B** एवं क्षेत्रफल सदिश **A** के बीच, चित्र 5.23 में दिखाए गए 90° के कोण के स्थान पर, कोई भी कोण θ हो सकता है। चित्र 5.24 में यह सर्व सामान्य स्थिति दिखाई गई है। भुजाओं DC एवं BA पर लगने वाले बल परिमाण में बराबर दिशा में विपरीत एवं समरेखीय हैं। ये एक-दूसरे का प्रभाव निरस्त कर देते हैं जिससे उनके कारण न कोई परिणामी बल लगता है न आघूर्ण। भुजाओं AD एवं CB पर बल $\mathbf{F}_1$ एवं $\mathbf{F}_2$ लगते हैं। ये भी परिमाण में बराबर और दिशा में विपरीत हैं। इनके परिमाण हैं,

$$F_1 = F_2 = ibB$$

*चित्र 5.24 (a) लूप ABCD का क्षेत्रफल-सदिश **A** चुंबकीय क्षेत्र **B** से θ कोण बनाता है। (b) यह ऊपर से देखने पर लूप जैसा दिखाई पड़ता है। भुजाओं AD एवं CB पर लगने वाले बल $\mathbf{F}_1$ एवं $\mathbf{F}_2$ दिखाए गए है। भुजाओं AD एवं CB को क्रमशः संकेत चिह्नों ⊙ एवं ⊗ द्वारा दर्शाया गया है।*

लेकिन ये बल समरैखिक नहीं हैं। इस कारण से एक बलयुग्म बनाते हैं। चित्र 5.24(b) में इस व्यवस्था का ऊपर से दिखाई देने वाला दृश्य दिखाया गया है, और इससे यह स्पष्ट है कि ये दोनों बल एक युग्म बनाते हैं। लूप पर आघूर्ण का परिमाण है

$$\tau = F_1 \frac{a}{2} \sin\theta + F_2 \frac{a}{2} \sin\theta$$
$$= I\, ab\, B \sin\theta$$
$$= I\, AB \sin\theta$$
$$= |\mathbf{m}| B \sin\theta$$

आघूर्ण के कारण लूप में चित्र 5.24(a) में दिखाई गई बिंदु वृत्त रेखा के चारों ओर दक्षिणावर्त घूमने के लिए प्रवृत्त होती है। हम देखते हैं कि

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (5.44)$$

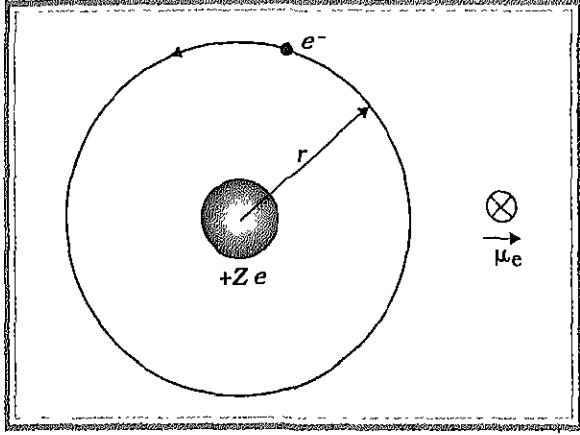
यदि लूप के स्थान पर, पास-पास N फेरों वाली कुंडली हो तो समीकरण (5.44) फिर भी निम्नलिखित रूप में लागू होती है।

$$\mathbf{m} = NI\mathbf{A} \qquad (5.45)$$

धारा लूप में, बाह्य एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में घूमने की प्रवृत्ति होती है। इसके लिए गत्यात्मक सूत्र समीकरण (5.44) के रूप में प्रस्तुत किया गया है। यह परिणाम बहुत महत्त्वपूर्ण है। हम जानते हैं कि एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में, एक चुंबकीय सूई में भी घूमने की प्रवृत्ति होती है। चुंबकीय सूई और धारावाही लूप के व्यवहार में यह समानता भी हमारे ध्यान में आनी चाहिए। घूर्णन का यह गुण विद्युत् मोटर, अर्थात् वह उपकरण जिससे दिन में एक दर्जन से अधिक बार हमारा काम पड़ता है, में उपयोग किया जाता है। अगली बार जब भी आप पंखे का स्विच ऑन करें तो समीकरण (5.44) को अपने विचार में लाएँ।

5.9.3 वृत्ताकार पथ पर घूमते हुए इलेक्ट्रॉन का चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण

अध्याय 13 में हम हाइड्रोजन परमाणु के बोर मॉडल के विषय में पढ़ेंगे। आपने शायद इस मॉडल के बारे में सुना हो, जो कि 1911 में डेनमार्क के भौतिक विज्ञानी नील्स बोर द्वारा प्रस्तावित किया गया था और जो एक नई प्रकार की यांत्रिकी, जिसे क्वांटम यांत्रिकी कहते हैं, के विकास का आधार बना। बोर के मॉडल में, इलेक्ट्रॉन एक ऋण आवेश युक्त कण है जो धनावेश युक्त नाभिक के चारों ओर उसी प्रकार घूमता है जैसे

सूर्य के चारों और कोई ग्रह घूमता है। पहली स्थिति में बल स्थिर वैद्युत (कूलॉम बल) है, जबकि ग्रह-सूर्य वाली स्थिति में गुरुत्वाकर्षण बल। इलेक्ट्रॉन का बोर द्वारा दिया गया चित्रण चित्र 5.25 में दर्शाया गया है।

चित्र 5.25 *हाइड्रोजन जैसे परमाणुओं के बोर मॉडल में, ऋणावेश युक्त इलेक्ट्रॉन केंद्रस्थ धनावेश युक्त (+Ze) नाभिक के चारों ओर समान वेग से घूम रहा है। इलेक्ट्रॉन की एकसमान वृत्तीय गति एक धारा लूप बनाती है। चुंबकीय आघूर्ण की दिशा कागज के तल के लंबवत् नीचे की ओर है और अलग से चिह्न द्वारा व्यक्त की गई है।*

$-e$ ($e = +\ 1.6\times10^{-19}$ C) आवेश युक्त इलेक्ट्रॉन, एक $+Ze$ आवेश युक्त अचल, भारी नाभिक के चारों ओर एकसमान वृत्तीय गति करता है। इससे धारा i का निर्माण होता है, जहाँ,

$$i = \frac{e}{T} \tag{5.46}$$

और T इलेक्ट्रॉन का परिक्रमण काल है। माना कि इलेक्ट्रॉन की कक्षीय त्रिज्या r एवं कक्षीय वेग v है। तब

$$T = \frac{2\pi r}{v} \tag{5.47}$$

समीकरण (5.47) से समीकरण (5.46) में मान प्रतिस्थापन करने पर

$$i = \frac{ev}{2\pi r}$$

इस परिसंचारी (circulating) धारा के साथ एक चुंबकीय आघूर्ण संबद्ध है। समीकरण (5.41) के अनुसार इसका परिमाण है,

$$\mu_l = i\pi r^2$$

$$= \frac{evr}{2}$$

चित्र 5.25 में इस चुंबकीय आघूर्ण की दिशा कागज के तल में अंदर की ओर है। इस परिणाम पर हम पूर्व वर्णित दाएँ हाथ के नियम और इस तथ्य के आधार पर पहुँचते हैं कि चित्र 5.25 में ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन आवर्त दिशा में परिक्रमण कर रहा है। अतः धारा दक्षिणावर्त दिशा में है। उपर्युक्त व्यंजक के दाएँ पक्ष को इलेक्ट्रॉन द्रव्यमान m_e से गुणा एवं भाग करने पर

$$\mu_l = \frac{e}{2m_e}(m_e vr)$$

$$= \frac{e}{2m_e} l \tag{5.48}$$

जहाँ l, केंद्रीय नाभिक के चारों ओर इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का परिमाण है। सदिश रूप में

$$\boldsymbol{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{l}$$

ऋणात्मक चिह्न यह इंगित करता है कि इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग की दिशा चुंबकीय आघूर्ण की दिशा के विपरीत है। अनुपात

$$\frac{\mu_l}{l} = \frac{e}{2m_e} \tag{5.49}$$

एक अचर राशि है और घूर्णन चुंबकीय अनुपात कहलाती है। इसका मान 8.8×10^{10} C/kg है।

यह तथ्य, कि परमाण्विक स्तर पर भी चुंबकीय आघूर्ण विद्यमान है, ऐंपियर की परमाण्विक आघूर्ण संबंधी साहसपूर्ण परिकल्पना की पुष्टि करता है। ऐंपियर के अनुसार, पदार्थों के चुंबकीय गुणों को समझने में यह हमारी सहायता करता है। क्या हम इस परमाण्विक द्विध्रुव आघूर्ण का कोई मान सुनिश्चित कर सकते हैं? उत्तर है - हाँ, बोर मॉडल की परिधि में ऐसा किया जा सकता है। बोर ने यह परिकल्पना की कि कोणीय-संवेग विविक्त मानों का समुच्चय ही ग्रहण कर सकता है जो निम्नलिखित व्यंजक के रूप में व्यक्त किया जा सकता है

$$l = \frac{nh}{2\pi} \tag{5.50}$$

जहाँ n एक प्राकृतिक संख्या है, $n = 1, 2, 3, \ldots$ और h एक नियतांक है जिसे मैक्स प्लांक के नाम पर **प्लांक नियतांक** कहते हैं और इसका मान है $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s। कोणीय संवेग की विविक्तता संबंधी यह शर्त बोर की

क्वांटमीकरण की शर्त कही जाती है। अध्याय 13 में हम इसके विषय में विस्तार से चर्चा करेंगे। यहाँ हमारा उद्देश्य सिर्फ प्राथमिक द्विध्रुव आघूर्ण की गणना करने के लिए इसका उपयोग करना है। यदि $n = 1$ लें, तो समीकरण (5.48) से,

$$(\mu_l)_{min} = \frac{e}{4\pi m_e}h$$

$$= \frac{1.60 \times 6.63 \times 10^{-19} \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.11 \times 10^{-31}}$$

$$= 9.27 \times 10^{-24}\ \text{A m}^2 \qquad (5.51)$$

जहाँ अधोलिखित min का अर्थ है, न्यूनतम मान। इस मान को ***बोर मैग्नेटॉन*** कहा जाता है।

कोई भी आवेश, एकसमान वृत्तीय गति में हो, तो इसके साथ जुड़ा हुआ एक चुंबकीय आघूर्ण होगा, जिसका समीकरण (5.48) के समान किसी व्यंजक द्वारा प्राप्त होगा। इस द्विध्रुव आघूर्ण को कक्षीय चुंबकीय आघूर्ण नाम देते हैं। इसी कारण μ_l में नीचे 'l' लगा है। कक्षीय आघूर्ण के अतिरिक्त, इलेक्ट्रॉन का एक निजी चुंबकीय आघूर्ण होता है जिसका आंकिक मान वही है जो समीकरण (5.51) में बताया गया है। इसको चक्रण चुंबकीय आघूर्ण कहते हैं। लेकिन बिना वक्त गंवाए, हम यहाँ स्पष्ट कर दें कि इसका अर्थ यह नहीं है कि इलेक्ट्रॉन घूर्णन कर रहा है। इलेक्ट्रॉन एक मूल-कण है, और लट्टू या हमारी पृथ्वी की तरह इसका कोई अक्ष नहीं होता जिसके ऊपर यह घूर्णन कर सके। तो भी, इसका यह आंतरिक चुंबकीय आघूर्ण होता है। लोहे और दूसरे पदार्थों में चुंबकत्व का सूक्ष्म स्तरीय मूल, इसी निज चक्रण (intrinsic spin) चुंबकीय आघूर्ण में देखा जा सकता है।

उदाहरण 5.9 10 cm त्रिज्या की, पास-पास 100 फेरों वाली वृत्ताकार कुंडली में 3.2 A की धारा प्रवाहित हो रही है। (i) कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र का मान क्या है? (ii) इस प्रणाली का चुंबकीय आघूर्ण कितना है? कुंडली को एक ऊर्ध्वाधर तल में रखा गया है और यह इसके एक व्यास के संगत क्षैतिज अक्ष के इर्द-गिर्द घूम सकता है। 2 T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र क्षैतिज दिशा में इस प्रकार लगा है कि शुरू में कुंडली का अक्ष, चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में है। चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव में कुंडली 90° घूमती है। (iii) कुंडली की प्रारंभिक और अंतिम स्थिति में उस पर लगने वाले बल युग्माघूर्णों के परिमाण क्या हैं? (iv) जब कुंडली 90° घूम चुकी है तो इसके द्वारा लब्ध कोणीय चाल का मान क्या है? कुंडली का जड़त्वाघूर्ण 0.1 kg m² है।

हल

(i) समीकरण (5.21) के अनुसार

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2r}$$

यहाँ $N = 100$; $I = 3.2$ A, और $r = 0.1$ m। अतः,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}}$$

$$= \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}}\ ;\ (\pi \times 3.2 = 10 \text{ लेने पर})$$

$$= 2 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

क्षेत्र की दिशा चित्र (5.8) में बताए दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है।

(ii) समीकरण (5.45) के अनुसार, चुंबकीय आघूर्ण

$$m = NIA$$
$$= NI\pi r^2$$
$$= 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2}$$
$$= 10\ \text{A m}^2$$

दिशा पुनः एक बार दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है।

(iii) $\tau = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}|$ [समीकरण (5.44) से]

$$= mB \sin\theta$$

शुरू में $\theta = 0$, अतः आरंभिक आघूर्ण $\tau_i = 0$

अंत में $\theta = \pi/2$ (या 90°), अतः अंतिम आघूर्ण $\tau_f = mB = 10 \times 2 = 20$ Nm

(iv) न्यूटन के द्वितीय नियम के अनुसार

$$I\frac{d\omega}{dt} = mB\sin\theta$$

जहाँ I कुंडली का जड़त्वाघूर्ण है। शृंखला नियम द्वारा

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\omega$$

अतः $I\omega d\omega = mB\sin\theta\, d\theta$

$\theta = 0$ से $\theta = \pi/2$ तक समाकलन करने पर

$$I\int_0^{\omega_f} \omega\, d\omega = mB\int_0^{\pi/2} \sin\theta\, d\theta$$

$$I\frac{\omega_f^2}{2} = -mB\cos\theta\Big|_0^{\pi/2}$$

$$= mB$$

$$\omega_f = \left(\frac{2mB}{I}\right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{2\times 20}{10^{-1}}\right)^{1/2}$$

$$= 20\ \text{rad s}^{-1}$$

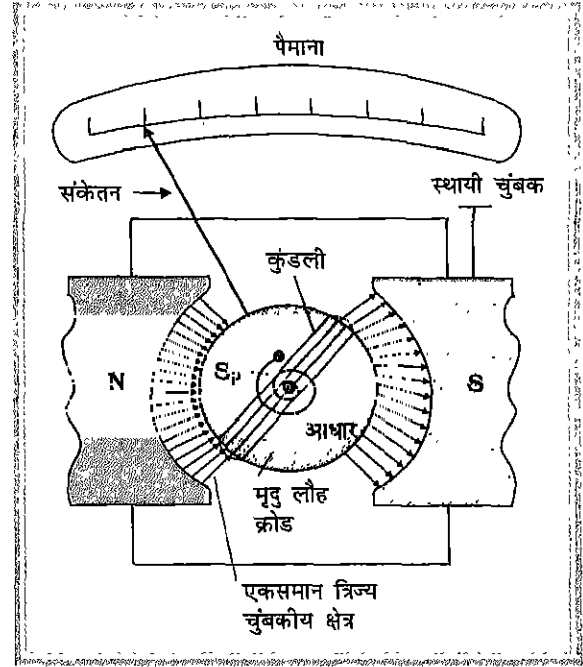
5.10 चल कुंडली धारामापी

अध्याय 3 और 4 में हमने विस्तार से परिपथों में धाराओं और वोल्टताओं के विषय में चर्चा की है। परंतु हम उनको मापते कैसे हैं। हम कैसे कहते हैं कि किसी परिपथ में 1.5 A की धारा प्रवाहित हो रही है या किसी प्रतिरोध के सिरों के बीच 1.2 V का विभवांतर है? चित्र 5.26 में, इस उद्देश्य के लिए उपयोग किया जाने वाला एक बहुत उपयोगी उपकरण चल कुंडली धारामापी दिखाया गया है। इस उपकरण का सिद्धांत अनुभाग 5.9 में वर्णित अवधारणाओं के आधार पर समझा जा सकता है।

चल कुंडली धारामापी में एक अनेक फेरों वाली कुंडली है जो एकसमान त्रिज्य चुंबकीय क्षेत्र में एक ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर घूमने के लिए स्वतंत्र है (देखिए चित्र 5.26)। धारामापी की सुग्रहिता बढ़ाने के लिए एक मृदु लोह क्रोड का उपयोग किया गया है। जब कुंडली में धारा प्रवाहित होती है तो इस पर एक आघूर्ण प्रभावी होता है। समीकरण (5.44) एवं समीकरण (5.45) के अनुसार यह बलयुग्म आघूर्ण होगा।

$$\tau = NIAB$$

जहाँ प्रत्येक संकेत चिह्न का अपना सामान्य सुनिश्चित अर्थ है। क्योंकि यंत्र की बनावट में क्षेत्र को त्रिज्य रखा गया है, हमने उपरोक्त व्यंजक में $\sin\theta \simeq 1$ ले लिया है। स्प्रिंग S_p, चुंबकीय आघूर्ण के विरोध में एक आघूर्ण प्रदान करता है, परिणामस्वरूप एक अपरिवर्ती कोणीय विक्षेप ϕ आ जाता है, संतुलनावस्था में

$$k\phi = NIAB$$

चित्र 5.26 चल कुंडली धारामापी। इसके अवयवों का वर्णन पाठ में किया गया है। आवश्यकतानुसार इस उपकरण का उपयोग हम धारा का पता लगाने या धारा (ऐमीटर), या फिर वोल्टता (वोल्टमीटर) का मान ज्ञात करने के लिए करते हैं।

जहाँ k स्प्रिंग का ऐंठन नियतांक है। यह प्रति इकाई ऐंठन के लिए प्रत्यानयन आघूर्ण है। विक्षेप ϕ को स्प्रिंग के साथ लगे संकेतक की सहायता से पैमाने पर पढ़ा जा सकता है। हम पाते हैं कि,

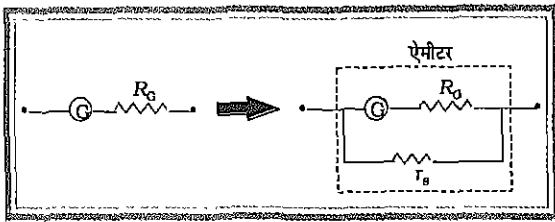
$$\phi = \left(\frac{NAB}{k}\right)I \qquad (5.52)$$

कोष्ठक में रखी गई राशि दिए गए धारामापी के लिए एक नियतांक है।

चल कुंडल धारामापी का उपयोग हम कई तरीकों से कर सकते हैं। एक संसूचक की तरह इसका उपयोग हम यह जाँचने के लिए कर सकते हैं कि किसी परिपथ में धारा प्रवाहित हो रही है या नहीं। व्हीटस्टोन सेतु व्यवस्था में इसका यह इस्तेमाल हम पहले ही कर चुके हैं। जब धारामापी को संसूचक के रूप में उपयोग करना होता है तो इसका संकेतक साम्यावस्था में (जब कुंडली में कोई धारा प्रवाहित न हो रही हो) बीच में, शून्य स्थिति पर होता है, न कि बाईं ओर जैसा चित्र 5.26 में दिखाया गया है। धारा प्रवाहित करने पर इसमें धारा की दिशा के अनुरूप संसूचक दाएँ या बाएँ विक्षेपित होता है।

चल कुंडली धारामापी का उपयोग किसी परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा का मान ज्ञात करने के लिए, ऐंपियर मीटर (ऐमीटर) के रूप में भी किया जा सकता है। इसके लिए धारामापी को परिपथ में *श्रेणीक्रम* में जोड़ना होता है। तब इसकी अनेक फेरों वाली कुंडली का प्रतिरोध R_G परिपथ में प्रवाहित होने वाली *धारा का मान बदल देगा। यह इस बात के लिए एक* उत्कृष्ट उदाहरण है कि कैसे एक मापक-यंत्र स्वयं, माप का मान बदल देता है। इस कारण होने वाली त्रुटि को कम करने के लिए एक अल्प-मान वाला प्रतिरोध r_s जिसे शंट कहते हैं, धारामापी के साथ समांतरक्रम में लगाया जाता है। अब इस व्यवस्था का प्रतिरोध बहुत कम हो जाता है :

$$\frac{R_G r_S}{R_G + r_S} \simeq r_S$$

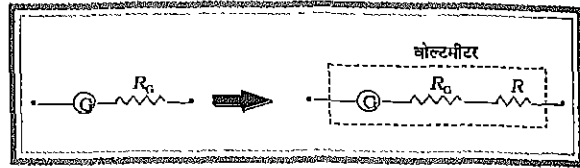
इस व्यवस्था का एक योजना आरेख चित्र 5.27 में दिखाया गया है।

चित्र 5.27 *एक अत्यल्प मान का शंट प्रतिरोध r_s समांतरक्रम में लगाकर किसी धारामापी (G) को ऐमीटर (A) में बदलना।*

इस प्रकार बने ऐमीटर के पैमाने का अंशांकन कर दिया जाता है ताकि आसानी से धारा का मान पढ़ा जा सके। ऐमीटर की सुग्राहिता की परिभाषा हम विक्षेप प्रति इकाई धारा के रूप में करते हैं। समीकरण (5.52) के अनुसार धारा सुग्राहिता है,

$$\frac{\phi}{i} = \frac{NAB}{k} \tag{5.53}$$

ध्यान दीजिए कि सुग्राहिता की यह परिभाषा स्वेच्छ नहीं है। किसी भी व्यवस्था के लिए सुग्राहिता, प्रतिक्रिया और उद्दीपन के अनुपात द्वारा ही ज्ञात होती है। इस मामले में धारा उद्दीपक है और कोणीय विक्षेप उसकी प्रतिक्रिया। सुग्राहिता बढ़ाने का एक आसान तरीका यह है कि फेरों की संख्या N बढ़ाई जाए।

धारामापी का उपयोग परिपथ के किसी अंश के सिरों के बीच विभवांतर ज्ञात करने के लिए वोल्टतामापी के रूप में भी हो सकता है। इस उद्देश्य के लिए इसको परिपथ के उस अंश के समांतरक्रम में लगाया होगा। और फिर, इसमें से कोई धारा भी प्रवाहित नहीं होनी चाहिए, अन्यथा, वोल्टता का माप ठीक नहीं आएगा। माप की परिशुद्धता बनाए रखने के लिए, धारामापी के श्रेणीक्रम में एक बड़ा प्रतिरोध R जोड़ा जाता है। इस व्यवस्था का योजना आरेख चित्र 5.28 में दर्शाया गया है। ध्यान दीजिए कि अब वोल्टमीटर का कुल प्रतिरोध,

$R_G + R \simeq R$ यानी बहुत अधिक है।

चित्र 5.28 *श्रेणीक्रम में एक बड़ा प्रतिरोध R लगाकर धारामापी (G) को वोल्टमीटर (V) में परिवर्तित करना।*

वोल्टमीटर के पैमाने को अंशांकित कर दिया जाता है ताकि आसानी से वोल्टता का मान पढ़ा जा सके। धारामापी की वोल्टता सुग्राहिता की परिभाषा हम विक्षेप प्रति इकाई वोल्टता से करते हैं।

समीकरण (5.52) से

$$\frac{\phi}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{i}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{1}{R} \tag{5.54}$$

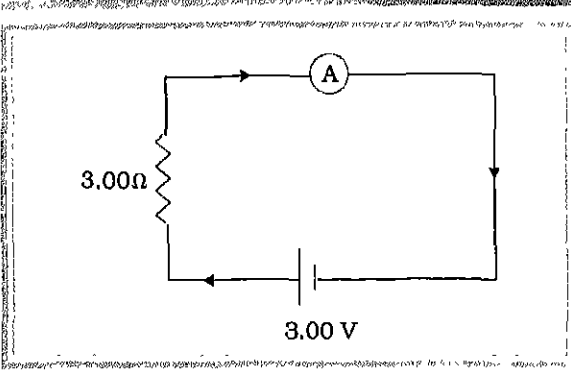
यहाँ एक रोचक तथ्य ध्यान देने योग्य है कि धारा सुग्राहिता बढ़ाने से जरूरी नहीं है कि वोल्टता सुग्राहिता भी बढ़े। आइए समीकरण (5.53) पर विचार करें जो धारा सुग्राहिता का माप बताती है। यदि $N \to 2N$ यानी यदि हम फेरों की संख्या दो गुनी करें तो,

$$\frac{\phi}{i} \to 2\frac{\phi}{i}$$

अर्थात् धारा सुग्राहिता भी दो गुनी हो जाती है। किंतु, धारामापी का प्रतिरोध भी दो गुना हो जाने की संभावना है क्योंकि यह तार की लंबाई के समानुपाती है। समीकरण (5.54) में $N \to 2N$ एवं $R \to 2R$, अतः वोल्टता सुग्राहिता,

$$\frac{\phi}{V} \to \frac{\phi}{V}$$

अपरिवर्तित रहती है।

उदाहरण 5.10 नीचे दिखाए गए परिपथ में धारा का मान क्या है यदि दिखाया गया ऐमीटर, (i) $R_G = 60.00\ \Omega$ प्रतिरोध का धारामापी है। (ii) भाग (i) में बताया गया धारामापी ही है परंतु इसको $r_s = 0.02\ \Omega$ का शंट प्रतिरोध लगाकर ऐमीटर में बदला गया है। (iii) शून्य प्रतिरोध का एक आदर्श ऐमीटर है।

चित्र 5.29 *उदाहरण 5.10 के लिए परिपथ आरेख।*

हल

(i) परिपथ में कुल प्रतिरोध है

$$R_G + 3 = 63\ \Omega$$

$$i = \frac{3}{63} = 0.048\,\text{A}$$

(ii) ऐमीटर में रूपांतरित धारामापी का प्रतिरोध

$$\frac{R_G r_s}{R_G + r_s} = \frac{60\Omega \times 0.02\Omega}{(60 + 0.02)\Omega} \simeq 0.02\ \Omega$$

परिपथ का कुल प्रतिरोध

$$0.02\Omega + 3\Omega = 3.02\ \Omega$$

अंतः

$$i = \frac{3}{3.02} = 0.99\,A$$

(iii) शून्य प्रतिरोध के आदर्श ऐमीटर के लिए

$$i = \frac{3}{3} = 1.00\,A$$

सारांश

1. **बायो-सावर्ट** का नियम यह दावा करता है कि dl लंबाई के धारा अल्पांश के कारण चुंबकीय क्षेत्र, जिसमें अपरिवर्ती धारा i प्रवाहित हो रही हो, r दूरी पर स्थित बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र,

$$\mathbf{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} i \frac{\mathbf{dl} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

चित्र 5.2 का ध्यान से अध्ययन कीजिए। बिंदु P पर कुल क्षेत्र ज्ञात करने के लिए, हमें चालक की पूरी लंबाई के लिए इस व्यंजक का समाकलन करना होगा।

2. स्थिरांक μ_0 का सही-सही मान है

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T m A}^{-1}$$

यह निर्वात या मुक्त आकाश का चुंबकशीलता नियतांक है। यह निर्वात की विद्युत्शीलता ε_0 एवं निर्वात में प्रकाश के वेग c के साथ संबंधित है। संबंध इस प्रकार है

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

3. किसी लंबे, सीधे तार के कारण, जिसमें अपरिवर्ती धारा i प्रवाहित हो रही है, इससे R दूरी पर स्थित चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण :

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

क्षेत्र रेखाएँ तार को केंद्र बनाकर खींचे गए संकेंद्रित वृत्तों के रूप में हैं।

4. त्रिज्या R, एवं N फेरों वाली वृत्ताकार कुंडली जिसमें धारा i प्रवाहित हो रही है, के कारण, इसके अक्ष पर केंद्र से x दूरी पर स्थित बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B = \frac{\mu_0 N i R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

कुंडली के केंद्र पर क्षेत्र के परिमाण के लिए व्यंजक रह जाता है

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2R}$$

5. **ऐंपियर का परिपथीय नियम :** हमने इस नियम के एक सरलीकृत रूप का विवेचन किया है। यदि **B** किसी बंद वक्र की परिसीमा L के हर बिंदु पर स्पर्शरेखावत् हो और इसका परिमाण परिसीमा पर हर जगह समान हो तो

$$BL = \mu_0 i_e$$

जहाँ i_e बंद परिपथ द्वारा परिबद्ध कुल धारा है।

6. ऐंपियर के नियम का उपयोग करके कोई भी यह दिखा सकता है कि किसी *लंबी परिनालिका* में यदि धारा i प्रवाहित हो रही हो तो उसके अंदर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B = \mu_0 n i$$

जहाँ n प्रति इकाई लंबाई में लपेटों की संख्या है। किसी *वृत्तनालिका* के लिए आप यह व्यंजक प्राप्त कर सकते हैं,

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

जहाँ N कुल लपेटों की संख्या है और r औसत त्रिज्या।

7. साथ-साथ उपस्थित चुंबकीय क्षेत्र **B** एवं विद्युत् क्षेत्र **E** में **v** वेग से चलने वाले q आवेश युक्त कण पर लगने वाला बल *लॉरेंज-बल* कहलाता है। यह निम्नलिखित व्यंजक द्वारा व्यक्त होता है।

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$$

8. किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में, (7) में वर्णित आवेश q, **B** के लंबवत् तल में एक वृत्तीय कक्षा में घूमता है। इसकी एकसमान वृत्तीय गति की आवृत्ति को *साइक्लोट्रॉन आवृत्ति* कहते हैं और इसका मान व्यक्त करने वाला व्यंजक है,

$$f_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

यह आवृत्ति कण की चाल और इसकी कक्षा की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करती। इस तथ्य का उपयोग साइक्लोट्रॉन में किया गया है, जो आवेशित कणों को त्वरित करने के काम में आती है।

9. l लंबाई का एक सीधा चालक जिसमें अपरिवर्ती धारा i प्रवाहित हो रही हो यदि एक बाह्य एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखा जाए तो एक बल **F** का अनुभव करता है।

$$\mathbf{F} = i\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

जहाँ $|\mathbf{l}| = l$ और **l** की दिशा वही है जो धारा की है।

10. अनुसमांतर धाराएँ एक-दूसरे को आकर्षित करती है और प्रतिसमांतर धाराएँ विकर्षित करती हैं।

11. क्षेत्रफल A वाला एक समतल लूप जिसमें धारा i प्रवाहित हो रही है और पास-पास N फेरे हैं, एक चुंबकीय द्विध्रुव की तरह व्यवहार करता है और इसका चुंबकीय आघूर्ण है।

$$\mathbf{m} = N\, i\, \mathbf{A}$$

m की दिशा दाएँ हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है जिसके अनुसार अपने दाएँ हाथ की हथेली को इस प्रकार लूप के अनुदिश मोड़िए कि उंगलियाँ धारा की दिशा में संकेत करें, तब बाहर की ओर खींचा हुआ अंगूठा **m** (और **A**) की दिशा बताएगा।

जब इस लूप को एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो इसके ऊपर लगने वाला बल $F = 0$ और बल युग्माघूर्ण

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

चल कुंडली धारामापी में यह आघूर्ण एक स्प्रिंग के कारण लगने वाले प्रतिआघूर्ण द्वारा संतुलित हो जाता है, और तब

$$k\phi = NIAB$$

जहाँ ϕ संतुलनावस्था में विक्षेप है और k स्प्रिंग का ऐंठन नियतांक है।

12. एक केंद्रीय नाभिक के चारों ओर घूमते हुए इलेक्ट्रॉन का एक चुंबकीय आघूर्ण होता है जिसके लिए व्यंजक है,

$$\mu_l = \frac{e}{2m} l$$

जहाँ l केंद्रीय नाभिक के चारों ओर घूमते इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का परिमाण है।

μ_l का न्यूनतम मान बोर मैग्नेटॉन μ_B कहलाता है और इसका मान है

$$\mu_B = 9.27 \times 10^{-24}\ \mathrm{J/T}$$

भौतिक राशि	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
निर्वात की चुंबकशीलता	μ_0	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7}\,T\,m\,A^{-1}$
चुंबकीय क्षेत्र	**B**	सदिश	$[M\,T^{-2}A^{-1}]$	T (टेस्ला)	
चुंबकीय आघूर्ण	**m**	सदिश	$[L^2A]$	$A\,m^2$ या J/T	
ऐंठन नियतांक	k	अदिश	$[M\,L^2T^{-2}]$	$N\,m\,rad^{-1}$	चल कुंडली धारामापी में प्रभावी होता है

विचारणीय विषय

1. गुरुत्वीय एवं वैद्युत क्षेत्रों के साथ जैसे अदिश विभव जुड़े हैं चुंबकीय क्षेत्र के साथ वैसा कोई विभव नहीं है।
2. $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,T\,m\,A^{-1}$ एक यथार्थ संख्या है, जो प्रयोगात्मक विधि से प्राप्त नियतांक नहीं है। यह धारा के SI मात्रक ऐंपियर की परिभाषा करने में सहायक है [समीकरण (5.40) के माध्यम से] ऐंपियर का प्रयोग करके फिर कूलॉम को परिभाषित किया जा सकता है।
3. स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ एक धनावेश से शुरू होकर एक ऋणावेश पर खत्म होती हैं या फिर अनंत में लीन हो जाती हैं। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ बंद वृत्त बनाती हैं। एक चुंबकीय क्षेत्र रेखा का चित्र आप ऐसे साँप की तरह बना सकते हैं जिसने अपनी दुम मोड़कर अपने मुँह में रख ली हो।

4. इस पाठ का सारा विवेचन अपरिवर्ती धारा के लिए लागू होता है, यानी वह धारा जो समय के साथ परिवर्तित नहीं होती।

5. लॉरेंज बल के समीकरण का स्मरण कीजिए,

 $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$

 वेग निर्भर इस बल ने कुछ महानतम वैज्ञानिक विचारकों का ध्यान आकर्षित किया। यदि कोई प्रेक्षक एक ऐसे फ्रेम में पहुँच जाए जहाँ उसका क्षणिक वेग $\mathbf{v}$ हो तो बल का चुंबकीय भाग शून्य हो जाता है। तब आवेशित कण की गति यह मान कर समझाई जा सकती है कि इस नए फ्रेम में एक उचित विद्युत् क्षेत्र विद्यमान है। इस यांत्रिकी के विस्तार में हम नहीं जाएंगे। इसके विषय में आप आगे की कक्षाओं में पढ़ेंगे। लेकिन इस बात पर हम जोर देना चाहेंगे कि इस विरोधाभास का समाधान इस तथ्य में निहित है कि विद्युत् और चुंबकत्व एक-दूसरे से जुड़े हुए प्रक्रम हैं *(विद्युत्-चुंबकत्व)* और लॉरेंज बल का व्यंजक, प्रकृति में किसी सार्वभौम वरीय संदर्भ फ्रेम अंतर्निहित नहीं है।

6. ऐंपियर का परिपथीय नियम, बायो-सावर्ट नियम से अलग नियम नहीं है। यह बायो-सावर्ट नियम से व्युत्पन्न किया जा सकता है। इसका बायो-सावर्ट नियम से वैसा ही संबंध है जैसा गॉस के नियम का कूलाम नियम से।

7. नाभिक का अध्ययन करने के लिए हमें साइक्लोट्रॉन जैसी कण-त्वरक मशीन की आवश्यकता क्यों होती है? निम्नलिखित तथ्यों का पुनरवलोकन करें तो हमें कुछ अंतर्दृष्टि प्राप्त होगी। किसी गैस का ताप 50 K बढ़ाएँ, तभी उसके दाब एवं आयतन में कुछ प्रेक्षणीय परिवर्तन सुनिश्चित हो सकेंगे। यह गैस अणुओं की तापीय ऊर्जा 5 meV (मिलीइलेक्ट्रॉन वोल्ट) बढ़ाने के बराबर है। ठोसों में परमाणुओं की ससंजक ऊर्जा 1 eV प्रति परमाणु है। H_2 अणु की आबंधन शक्ति लगभग 5 eV है। परमाणुओं की आयनीकरण ऊर्जा 10 – 50 eV है। *जितनी छोटी वस्तु पर अन्वेषण करने हों उसको भेदने के लिए उतनी ही अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है।* नाभिकीय अन्वेषणों के लिए हमें 10 meV कोटि की ऊर्जा की आवश्यकता होती है। आधुनिक कण त्वरक TeV (10^{12} eV) ऊर्जा प्राप्ति के लिए कोशिश कर रहे हैं ताकि इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन जैसे मूल कणों को भेद कर उनकी संरचना का अध्ययन किया जा सके।

8. अनुभाग 5.8 में हमने यह प्रदर्शित किया कि समांतर चालकों एवं अपरिवर्ती धाराओं के लिए बायो-सावर्ट नियम एवं लॉरेंज बल द्वारा व्युत्पन्न परिणाम न्यूटन के तृतीय नियम के संगत हैं। हम इस बात पर जोर इसलिए दे रहे हैं कि सामान्य रूप से विद्युत् चुंबकीय प्रक्रमों के लिए न्यूटन का तृतीय नियम लागू नहीं होता। परंतु, प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक में इस मामले पर हम अधिक चर्चा नहीं करेंगे।

अभ्यास

5.1 किसी धारावाही अवयव के कारण चुंबकीय क्षेत्र संबंधी बायो-सावर्ट का नियम लिखिए। इस नियम का उपयोग करके एक r त्रिज्या के वृत्ताकार लूप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए, जबकि इसमें अपरिवर्ती धारा I प्रवाहित हो रही है।

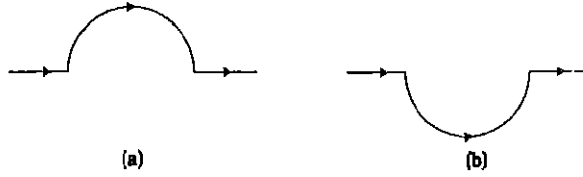
5.2 तार की एक वृत्ताकार कुंडली में 100 फेरे हैं, प्रत्येक की त्रिज्या 8.0 cm है और इनमें 0.40 A धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

5.3 एक सीधे, अनंत लंबाई के, धारावाही तार के द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के लिए सूत्र लिखिए। इस क्षेत्र **B** की क्षेत्र रेखाओं का विवरण दीजिए।

5.4 एक लंबे, सीधे तार में 35 A धारा प्रवाहित हो रही है। तार से 20 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है।

5.5 क्षैतिज तल में रखे एक लंबे सीधे तार में 50 A की धारा उत्तर से दक्षिण की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के पूर्व में 2.5 m की दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र **B** का परिमाण और उसकी दिशा बताइए।

5.6 जमीन के ऊपर खिंचे क्षैतिज बिजली के तार में 90 A की धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के 1.5 m नीचे धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण और दिशा क्या है?

5.7 एक सीधा तार जिसमें 12 A की धारा प्रवाहित हो रही है, 2.0 cm त्रिज्या के अर्धवृत्ताकार चाप के रूप में मोड़ा गया है जैसा चित्र 5.30(a) में दिखाया गया है। इस चाप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र **B** के परिमाण और दिशा क्या हैं। क्या आपका उत्तर बदलेगा यदि तार को उसी त्रिज्या के अर्धवृत्त में उलटी ओर मोड़ा जाए जैसा कि चित्र 5.30(b) में दिखाया गया है।

चित्र 5.30

5.8 एक तार जिसमें 8 A की धारा प्रवाहित हो रही है, 0.15 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में, क्षेत्र से 30° का कोण बनाते हुए रखा है। इसकी इकाई लंबाई पर लगने वाले बल का परिमाण और इसकी दिशा क्या हैं?

5.9 एक 3.0 सेंटीमीटर लंबा तार जिसमें 10 A धारा प्रवाहित हो रही है, एक परिनालिका के अंदर इसकी अक्ष के लंबवत् रखा है। परिनालिका के अंदर चुंबकीय क्षेत्र 0.27 T दिया गया है। तार पर लगने वाला चुंबकीय बल क्या है।

5.10 दो लंबे, सीधे, समांतर तार A एवं B जिनमें क्रमशः 8.0 A एवं 5.0 A की धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है, एक-दूसरे से 4.0 cm की दूरी पर रखे हैं। तार A के 10 cm खंड पर बल की गणना कीजिए।

5.11 एक पास-पास फेरों वाली परिनालिका 80 cm लंबी है और इसमें 5 परतें हैं जिनमें से प्रत्येक में 400 फेरे हैं। परिनालिका का व्यास 1.8 cm है। यदि इसमें 8.0 A की धारा प्रवाहित हो रही है तो परिनालिका के अंदर केंद्र के पास चुंबकीय क्षेत्र **B** के परिमाण की गणना कीजिए।

5.12 एक वर्गाकार कुंडली जिसकी भुजा 10 cm है 20 फेरे हैं, और 12 A की धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली ऊर्ध्वाधरतः लटकी हुई है और इसके तल पर खींचा गया अभिलंब 0.80 T के एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र की दिशा से 30° का कोण बनाता है। कुंडली पर लगने वाले बलयुग्म आघूर्ण का परिमाण क्या है।

5.13 दो चल कुंडली धारामापियों M_1 एवं M_2 के विवरण नीचे दिए गए हैं :

$R_1 = 10\,\Omega,\ N_1 = 30,$
$A_1 = 3.6 \times 10^{-3}\,\text{m}^2,\ B_1 = 0.25\,\text{T}$
$R_2 = 14\,\Omega,\ N_2 = 42,$

$A_2 = 1.8 \times 10^{-3}\ m^2$, $B_2 = 0.50\ T$ (दोनों मीटरों के लिए स्प्रिंग नियतांक समान हैं)।

(a) M_2 एवं M_1 की धारा-सुग्राहिताओं, (b) M_2 एवं M_1 की वोल्टता-सुग्राहिताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

5.14 एक प्रकोष्ठ में 6.5 G ($1\ G = 10^{-4} T$) का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र बनाए रखा गया है। इस चुंबकीय क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन $4.8\times10^{6}\ m\ s^{-1}$ के वेग से क्षेत्र के लंबवत् भेजा गया है। व्याख्या कीजिए कि इस इलेक्ट्रॉन का पथ वृत्ताकार क्यों होगा? वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

($e = 1.5\times10^{-19}\ C$, $m_e = 9.1\times10^{-31}\ kg$)

5.15 प्रश्न 5.14 में, वृत्ताकार कक्षा में इलेक्ट्रॉन की परिक्रमण आवृत्ति प्राप्त कीजिए। क्या यह उत्तर इलेक्ट्रॉन के वेग पर निर्भर करता है? व्याख्या कीजिए।

5.16 (a) 30 फेरों वाली एक वृत्ताकार कुंडली जिसकी त्रिज्या 8.0 cm है और जिसमें 6.0 A धारा प्रवाहित हो रही है 1.0 T के एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्ध्वाधरतः लटकी है। क्षेत्र रेखाएँ, कुंडली के अभिलंब से 60° का कोण बनाती हैं। कुंडली को घूमने से रोकने के लिए जो प्रतिआघूर्ण लगाया जाना चाहिए उसके परिमाण की गणना कीजिए।

(b) यदि (a) में बतायी गई वृत्ताकार कुंडली को उसी क्षेत्रफल की अनियमित आकार की कुंडली से बल दिया जाए (शेष सभी विवरण अपरिवर्तित रहें) तो क्या आपका उत्तर बदल जाएगा?

अतिरिक्त अभ्यास

5.17 दो समकेंद्रिक वृत्ताकार कुंडलियाँ X और Y जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 16 cm एवं 10 cm हैं उत्तर-दक्षिण दिशा को शामिल करते हुए ऊर्ध्वाधर तल में अवस्थित हैं। कुंडली X में 20 फेरे हैं और इसमें 16 A धारा प्रवाहित हो रही है, कुंडली Y में 25 फेरे हैं और इसमें 18 A धारा प्रवाहित हो रही है। पश्चिम की ओर मुख करके खड़ा एक प्रेक्षक देखता है कि X में धारा प्रवाह वामावर्त है जबकि Y में दक्षिणावर्त है। कुंडलियों के केंद्र पर, उनमें प्रवाहित धाराओं की वजह से उत्पन्न कुल चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिए।

5.18 10 cm लंबाई और $10^{-3}\ m^2$ अनुप्रस्थ काट के एक क्षेत्र में 100 G ($1\ G = 10^{-4}\ T$) का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र चाहिए। जिस तार से परिनालिका का निर्माण करना है उसमें अधिकतम 15 A धारा गुजारी जा सकती है और क्रोड पर अधिकतम 1000 फेरे प्रति मीटर लपेटे जा सकते हैं। इस उद्देश्य के लिए परिनालिका के निर्माण का विवरण सुझाइए। यह मान लीजिए कि क्रोड लोह-चुंबकीय नहीं है।

5.19 I धारावाही, N फेरों और R त्रिज्या वाली वृत्ताकार कुंडली के लिए, इसके अक्ष पर, केंद्र से x दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र के लिए निम्न व्यंजक है :

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(a) दिखाइए कि इससे कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र के लिए अपना सुपरिचित परिणाम हम कैसे प्राप्त कर सकते हैं।

(b) बराबर त्रिज्या R, एवं फेरों की संख्या N, वाली दो वृत्ताकार कुंडलियाँ एक-दूसरे से R दूरी पर एक-दूसरे के समांतर, अक्ष मिला कर रखी गई हैं। दोनों में बराबर धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है। दर्शाइए कि कुंडलियों के अक्ष के लगभग मध्यबिंदु पर क्षेत्र, एक बहुत

छोटी दूरी के लिए जो कि R से कम है, एकसमान है और इस क्षेत्र का लगभग मान निम्न है :

$$B = 0.72 \frac{\mu_0 NI}{R}$$

[बहुत छोटे से क्षेत्र पर एकसमान चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए बनाई गई ऊपर वर्णित व्यवस्था *हेल्महोल्ट्ज कुंडलियों* के नाम से जानी जाती है।]

5.20 एक टोरॉइड के (अलोह चुंबकीय) क्रोड की आंतरिक त्रिज्या 25 cm और बाह्य त्रिज्या 26 cm है। इसके ऊपर किसी तार के 3500 फेरे लपेटे गए हैं। यदि तार में धारा 11 A हो तो चुंबकीय क्षेत्र का मान क्या होगा। (i) टोरॉइड के बाहर (ii) टोरॉइड के क्रोड में (iii) टोरॉइड द्वारा घिरी हुई खाली जगह में।

5.21 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) किसी प्रकोष्ठ में एक ऐसा चुंबकीय क्षेत्र स्थापित किया गया है जिसका परिमाण तो एक बिंदु पर बदलता है, पर दिशा निश्चित है (पूर्व से पश्चिम)। इस प्रकोष्ठ में एक आवेशित कण प्रवेश करता है और अविचलित एक सरल रेखा में अचर वेग से चलता रहता है। आप कण के प्रारंभिक वेग के बारे में क्या कह सकते हैं।

(b) एक आवेशित कण, एक ऐसे शक्तिशाली असमान चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है जिसका परिमाण एवं दिशा दोनों एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर बदलते जाते हैं, और एक जटिल पथ पर चलते हुए इसके बाहर आ जाता है। यदि यह मान लें कि चुंबकीय क्षेत्र में इसका किसी भी दूसरे कण से कोई संघट्ट नहीं होता तो क्या इसकी अंतिम चाल, प्रारंभिक चाल के बराबर होगी?

(c) पश्चिम से पूर्व की ओर चलता हुआ एक इलेक्ट्रॉन एक ऐसे प्रकोष्ठ में प्रवेश करता है जिसमें उत्तर से दक्षिण दिशा की ओर एक एकसमान वैद्युत क्षेत्र है। वह दिशा बताइए जिसमें एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र स्थापित किया जाए ताकि इलेक्ट्रॉन को अपने सरल रेखीय पथ से विचलित होने से रोका जा सके।

5.22 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) एक मेघ कक्ष (cloud chamber) फोटोग्राफ में एक बिंदु से प्रकट होता हुआ वृत्ताकार बिंदुपथों का एक जोड़ा दिखाई देता है। ये बिंदुपथ जल-बूंदों का तो एक-सा घमत्व दर्शाते हैं पर ये प्रकोष्ठ में लगाए गए चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत् तल में विपरीत दिशा में वक्रित होते हैं। यदि एक आयनीकारक कण के विषय में यह सुनिश्चित हो जाए कि यह इलेक्ट्रॉन है, तो अनुमान लगाइए कि जिस बिंदु से ये वक्र शुरू हुए वहाँ कौन-सी उच्च ऊर्जा घटना घटित हुई थी।

(b) ऐसी घटना द्रव्य-हाइड्रोजन बूँद-बूँद प्रकोष्ठक में चित्रित की गई तो वृत्ताकार के बजाय सर्पिल पथों के चित्र प्राप्त हुए। समझाइए क्यों?

5.23 ऊष्मित कैथोड से उत्सर्जित और 2.0 kV के विभवांतर पर त्वरित एक इलेक्ट्रॉन, 0.15 T के एक, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है। इलेक्ट्रॉन का गमन पथ ज्ञात कीजिए यदि चुंबकीय क्षेत्र (a) प्रारंभिक वेग के लंबवत् है (b) प्रारंभिक वेग की दिशा से 30° का कोण बनाता है।

5.24 एक साइक्लोट्रॉन की दोलित्र आवृत्ति 10 MHz है। प्रोटॉनों को त्वरित करने के लिए क्रियाकारी चुंबकीय क्षेत्र क्या होना चाहिए। यदि डीज की त्रिज्या 60 cm हो तो त्वरक द्वारा उत्पन्न प्रोटॉन किरणपुंज की गतिज ऊर्जा क्या होगी। ($e = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) (1 MeV = 1.602×10^{-13} J)। अपना उत्तर MeV में दीजिए।

5.25 हेल्महोल्ट्ज कुंडलियों (प्रश्न 5.19 में वर्णित) का प्रयोग करके स्थापित किया गया एक चुंबकीय क्षेत्र एक छोटे से क्षेत्र में एकसमान है और इसका परिमाण है 0.75 T। उसी क्षेत्र में एक एकसमान स्थिर वैद्युत क्षेत्र कुंडलियों के उभयनिष्ठ अक्ष के लंबवत् लगाया गया है। (एक ही वर्ग के) आवेशित कणों का एक सँकरा किरणपुंज जिसे 15 kV के विभवांतर से त्वरित किया गया है, इस क्षेत्र में दोनों क्षेत्रों की लंबवत् दिशा में प्रवेश करता है। यदि किरणपुंज अविक्षेपित जाए जबकि स्थिर वैद्युत क्षेत्र 9.0×10^{-5} V m^{-1} हो, तो एक सरल अनुमान लगाइए कि किरणपुंज में कौन से कण हैं। कारण बताइए कि यह उत्तर एकमात्र उत्तर क्यों नहीं है?

5.26 एक सीधी, क्षैतिज चालक छड़ जिसकी लंबाई 0.45 m एवं द्रव्यमान 60 g है इसके सिरों पर जुड़े दो ऊर्ध्वाधर तारों पर लटकी हुई है। तारों से होकर छड़ में 5.0 A की धारा प्रवाहित हो रही है।

(a) चालक के लंबवत् कितना चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए कि तारों में तनाव शून्य हो जाए। क्षेत्र की दिशा भी बताइए।

(b) चुंबकीय क्षेत्र की दिशा यथावत् रखते हुए यदि धारा की दिशा उलट दी जाए तो तारों में कुल तनाव कितना होगा? (तारों के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिए) $g = 9.8$ m s^{-2}।

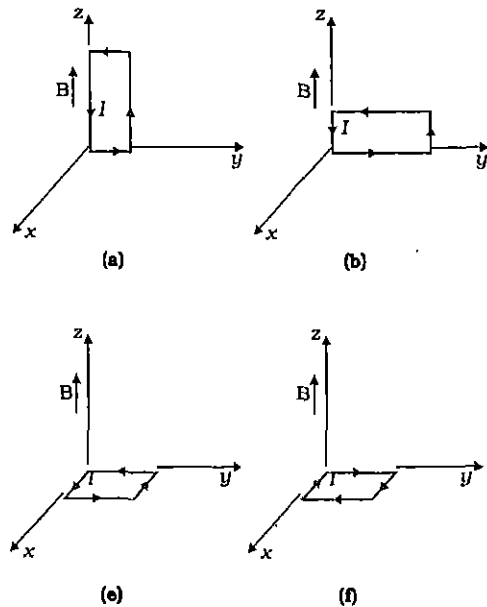
5.27 एक स्वचालित वाहन की बैटरी से इसकी चालन मोटर को जोड़ने वाले तारों में 300 A की धारा (अल्प काल के लिए) प्रवाहित होती है। तारों के बीच प्रति इकाई लंबाई कितना बल लगता है यदि इनकी लंबाई 70 cm एवं बीच की दूरी 1.5 cm हो। यह बल आकर्षण बल है या विकर्षण बल।

5.28 1.5 T का एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र, 10.0 cm त्रिज्या के बेलनाकार क्षेत्र में विद्यमान है। इसकी दिशा अक्ष के समांतर पूर्व से पश्चिम की ओर है। एक तार जिसमें 7.0 A की धारा प्रवाहित हो रही है इस क्षेत्र में होकर उत्तर से दक्षिण की ओर गुजरती है। तार पर लगने वाले बल का परिमाण और दिशा क्या है, यदि

(a) तार अक्ष को काटता हो,

(b) तार N-S दिशा से घुमाकर उत्तर पूर्व-दक्षिण पश्चिम दिशा में कर दिया जाए,

(c) N-S दिशा में रखते हुए ही तार को अक्ष से 6.0 cm नीचे उतार दिया जाए।

5.29 धनात्मक z-दिशा में 3000 G का एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र लगाया गया है। एक आयताकार लूप जिसकी भुजाएँ 10 cm एवं 5 cm और जिसमें 11 A धारा प्रवाहित हो रही है इस क्षेत्र में रखा है। चित्र 5.31 में दिखाई गई लूप की विभिन्न स्थितियों में इस पर लगने वाला बलयुग्म आघूर्ण क्या है? हर स्थिति में बल क्या है? स्थायी संतुलन वाली स्थिति कौन-सी है?

चित्र 5.31 प्रश्न 5.29 के लिए चित्र

5.30 एक वृत्ताकार कुंडली जिसमें 20 फेरे हैं और जिसकी त्रिज्या 10 cm है, एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखी है जिसका परिमाण 0.10 T है और जो कुंडली के तल के लंबवत् है। यदि कुंडली में 5.0 A की धारा प्रवाहित हो रही हो तो,

(a) कुंडली पर लगने वाला कुल बलयुग्म आघूर्ण क्या है?

(b) कुंडली पर लगने वाला कुल परिणामी बल क्या है?

(c) चुंबकीय क्षेत्र के कारण कुंडली के प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला कुल औसत बल क्या है?

(कुंडली 10^{-5} m^2 अनुप्रस्थ क्षेत्र वाले तांबे के तार से बनी है, और तांबे में मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व 10^{29} m^{-3} दिया गया है)

5.31 एक परिनालिका जो 60 cm लंबी है, जिसकी त्रिज्या 4.0 cm है और जिसमें 300 फेरों वाली 3 परतें लपेटी गई हैं। एक 2.0 cm लंबा, 2.5 g द्रव्यमान का तार इस परिनालिका के अंदर (इसके केंद्र के निकट) इसकी अक्ष के लंबवत् रखा है। तार एवं परिनालिका का अक्ष दोनों क्षैतिज तल में हैं। तार को परिनालिका के समांतर दो वाही संयोजकों द्वारा एक बाह्य बैटरी से जोड़ा गया है जो इसमें 6.0 A की धारा प्रदान करती है। किस मान की धारा (परिवहन की उचित दिशा के साथ) इस परिनालिका के फेरों में प्रवाहित होने पर तार का भार संभाल सकेगी? $g = 9.8$ m s^{-2}

5.32 गुणात्मक रूप से एक आवेश युक्त कण के गमन पथ का वर्णन कीजिए जो इस प्रकार चल रहा हो कि,

(a) एक एकसमान स्थिर वैद्युत क्षेत्र में, इसका प्रारंभिक वेग (i) क्षेत्र के समांतर हो (ii) क्षेत्र के लंबवत् हो (iii) क्षेत्र की दिशा से कोई कोण बनाता हो।

(b) एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में, इसका प्रारंभिक वेग (i) क्षेत्र के समांतर हो (ii) क्षेत्र के लंबवत् हो (iii) क्षेत्र की दिशा से कोई कोण बनाता हो।

(c) एक दूसरे के समांतर एकसमान स्थिर वैद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों वाले भाग में इसका प्रारंभिक वेग (i) क्षेत्रों के समांतर हो, (ii) क्षेत्रों के लंबवत् हो, (iii) क्षेत्रों की सामान्य दिशा से कोई कोण बनाता हुआ हो।

5.33 (a) एक बंद पथ पर **B** के रेखीय समाकलन एवं पथ द्वारा घिरे क्षेत्र में से गुजरने वाली कुल धारा का संबंध बताने वाले ऐंपियर के नियम को लिखिए।

(b) ऐंपियर के नियम का उपयोग करके एक अनंत लंबाई के सीधे, धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

(c) ध्यानपूर्वक व्याख्या कीजिए कि क्यों (b) भाग की तरह की व्युत्पत्ति, सीमित लंबाई के, सीधे, धारावाही तार के कारण इसके मध्य बिंदु के लंबवत् तल में चुंबकीय क्षेत्र का सूत्र प्राप्त करने के लिए लागू नहीं होती।

5.34 (a) एक धारावाही वृत्ताकार लूप एक चिकने क्षैतिज तल पर रखा है। क्या एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र इस प्रकार लगाया जा सकता है कि लूप अपनी ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों तरफ घूमने लगे।

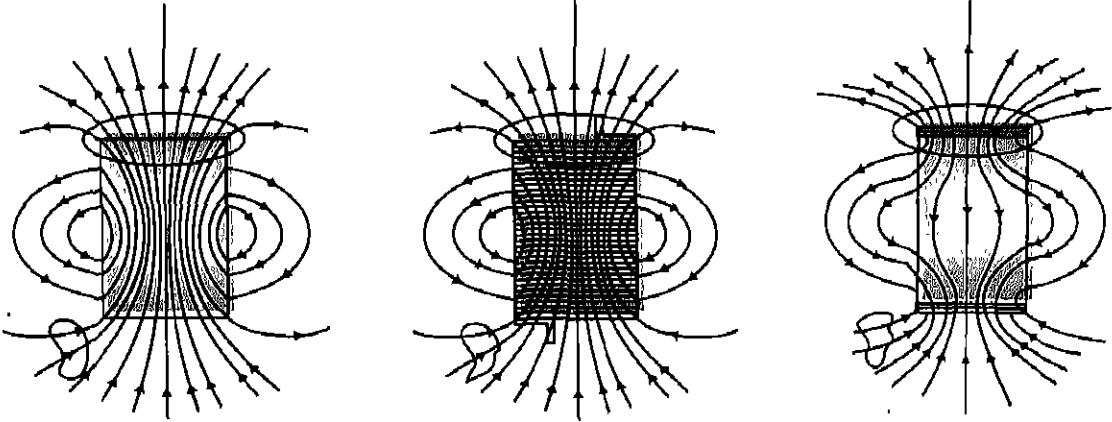
(b) एक धारावाही वृत्ताकार लूप एक एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखा है। यदि लूप घूमने के लिए स्वतंत्र हो तो इसके स्थायी संतुलन का दिक्‌विन्यास क्या होगा? दर्शाइए कि इसमें कुल क्षेत्र (बाह्य क्षेत्र + लूप द्वारा उत्पन्न क्षेत्र) का फ्लक्स (flux) अधिकतम होगा।

(c) अनियमित आकार का एक धारावाही लूप, एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखा है। यदि तार लचीला हो तो यह वृत्ताकार रूप क्यों ग्रहण कर लेता है।

(d) क्या चालन धारा की तरह ही विस्थापन धारा भी चुंबकीय क्षेत्र का स्रोत होती है?

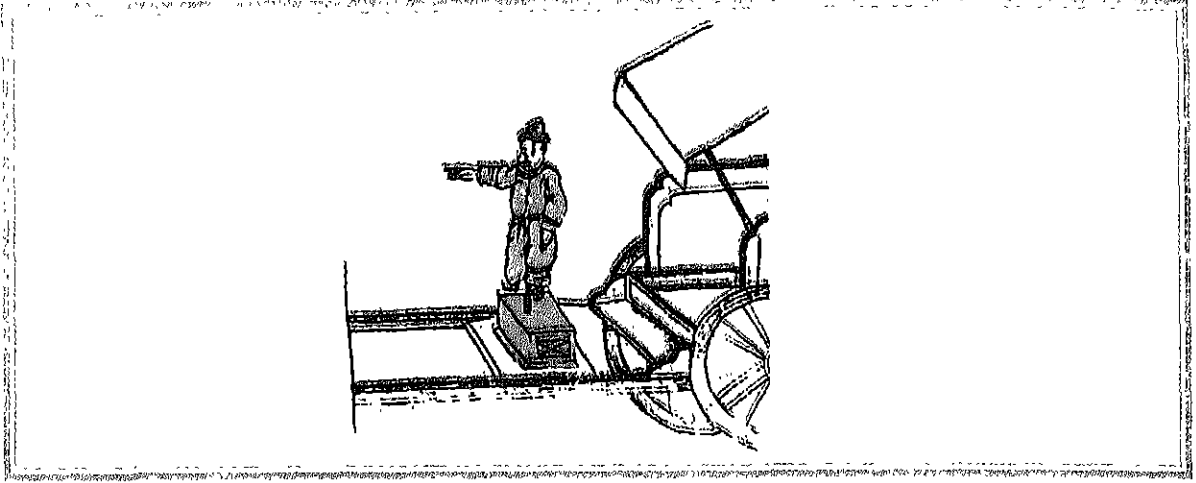
5.35 एक आयताकार लूप जिसकी भुजाएँ 25 cm एवं 10 cm हैं और जिसमें 15 A की धारा प्रवाहित हो रही है, एक लंबे, सीधे चालक 2.0 cm की दूरी पर इस प्रकार रखा है कि लूप की लंबी भुजा चालक के समांतर है। यदि चालक में 25 A की धारा प्रवाहित हो रही हो तो लूप पर लगने वाला कुल परिणामी बल क्या है?

अध्याय 6

चुंबकत्व एवं द्रव्य

6.1 भूमिका

चुंबकीय परिघटना प्रकृति में सार्वभौमिक है। विशाल दूरस्थ मंदाकिनियाँ (galaxies) एवं परमाणु, आदमी और जानवर, सबमें भांति-भांति के स्रोतों से उत्पन्न भांति-भांति के चुंबकीय क्षेत्र व्याप्त हैं। भू-चुंबकत्व, मानवीय विकास से भी पूर्व से अस्तित्व में है। 'चुंबक' (Magnet) शब्द यूनान के एक द्वीप 'मैग्नेशिया' के नाम से व्युत्पन्न है, जहाँ बहुत पहले 800 ईसा पूर्व में चुंबकीय अयस्कों के भंडार मिले थे। इस द्वीप के गड़रियों ने शिकायत की कि उनके लकड़ी के जूते (जिनमें कीलें लगी हुई थीं), कई बार जमीन से चिपक जाते थे। लोहे की टोपी चढ़ी उनकी लाठी भी इसी प्रकार प्रभावित होती थी। चुंबकों के इस आकर्षित करने वाले गुण ने उनका घूमना-फिरना दूभर बना दिया था।

चुंबकों का दैशिक गुण भी प्राचीन काल से ज्ञात था। चुंबक का एक पतला लंबा टुकड़ा, स्वतंत्रतापूर्वक लटकाए जाने पर; हमेशा उत्तर-दक्षिण दिशा के अनुदिश ठहरता था। ऐसा ही व्यवहार तब भी देखने में आता था जब इसको एक कॉर्क के ऊपर रख कर, उसको ठहरे हुए पानी में तैराया जाता था। 'मैग्नेटाइट' का एक नाम 'लोडस्टोन' है, जिसका अर्थ है 'लीडिंग स्टोन' अर्थात् मार्ग दर्शक पत्थर। इस गुण के तकनीकी उपयोग का श्रेय आमतौर पर चीनियों को दिया जाता है। 400 ईसा पूर्व की चीनी पाठ्यपुस्तकों में नौकायन में दिशा ज्ञान के लिए चुंबकीय सूइयों के उपयोग का जिक्र है। गोबी रेगिस्तान को पार करने वाले काफिले भी चुंबकीय सूइयों का उपयोग करते थे।

एक चीनी आख्यान में, लगभग 4000 वर्ष पुरानी, सम्राट ह्वेंग-ती की विजय गाथा है, जिसमें उसको अपने शिल्पकारों (जिन्हें आज की भाषा में आप इंजीनियर कहते हैं) के कारण विजय प्राप्त हुई थी। इन 'इंजीनियरों' ने एक रथ बनाया, जिस पर उन्होंने चुंबक की बनी हुई एक प्रतिमा लगाई, जिसके हाथ बाहर फैले हुए थे। चित्र 6.1 में इस रथ का एक चित्रकार द्वारा दिया गया विवरण है। रथ पर लगी हुई प्रतिमा इस तरह घूम जाती थी कि उसकी अंगुली हमेशा दक्षिण की ओर संकेत करे। इस रथ के सहारे, घने कोहरे में ह्वेंग-ती की फौजें दुश्मन के पीछे पहुँच गईं और आक्रमण कर उन्हें हरा दिया।

चित्र 6.1 रथ पर स्थापित प्रतिमा का हाथ हमेशा दक्षिण की ओर संकेत करता है। यह एक कलाकार द्वारा बनाया गया आरेख है, जिसमें एक प्राचीनतम ज्ञात कंपास दिखाया गया है, जो हजारों साल पुराना है।

पिछले अध्याय में हमने सीखा कि गतिशील आवेश या विद्युत् धारा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। यह खोज, जो उन्नीसवीं शताब्दी के पूर्वार्द्ध में की गई थी, इसका श्रेय ऑर्स्टेड, ऐंपियर, बायो एवं सावर्ट तथा अन्य कुछ लोगों को दिया जाता है। प्रस्तुत अध्याय में हम चुंबकत्व पर एक स्वतंत्र विषय के रूप में दृष्टि डालेंगे। चुंबकत्व विज्ञान उन्नीसवीं सदी के बहुत पहले से ज्ञात था। वास्तव में यह सन 1600 में, इंग्लैंड की महारानी एलिजाबेथ प्रथम के शाही चिकित्सक, डॉ. विलियम गिल्बर्ट द्वारा लिखित प्रसिद्ध पुस्तक "डे मैग्नेटे" के प्रकाशन के साथ प्रस्फुटित हुआ। 'डे मैग्नेटे' में वर्णित चुंबकत्व संबंधी कुछ विचार इस प्रकार थे:

(i) पृथ्वी एक चुंबक है, जिसका चुंबकीय क्षेत्र भौगोलिक दक्षिण से उत्तर की ओर संकेत करता है। संभवतः पृथ्वी के अंदर लगभग पृथ्वी की घूर्णन-अक्ष के अनुदिश एक विशाल छड़ चुंबक रखा है।* ध्यान दें कि चुंबकीय क्षेत्र की शब्दावली में शब्द "क्षेत्र" बाद में अस्तित्व में आया।

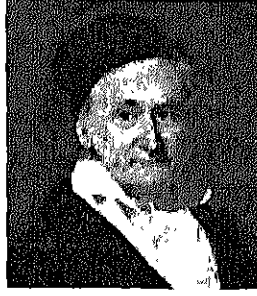
(ii) जब एक छड़ चुंबक को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया या शांत पानी पर तैराया जाता है, तो यह उत्तर-दक्षिण दिशा में ठहरता है। इसका वह सिरा, जो भौगोलिक उत्तर की तरफ संकेत करता है, उत्तरी ध्रुव और जो भौगोलिक दक्षिण की ओर संकेत करता है, दक्षिणी ध्रुव कहलाता है।

(iii) दो पृथक-पृथक चुंबकों के दो उत्तरी ध्रुव (या दो दक्षिणी ध्रुव) जब पास-पास लाए जाते हैं, तो वे एक-दूसरे को विकर्षित करते हैं। इसके विपरीत, एक चुंबक के उत्तर और दूसरे के दक्षिण ध्रुव एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

(iv) किसी चुंबक के उत्तर और दक्षिण ध्रुवों को अलग-अलग नहीं किया जा सकता। यदि किसी छड़ चुंबक को दो समान भागों में विभाजित किया जाए, तो हमें दो छोटे अलग-अलग छड़ चुंबक मिल जाएँगे, जिनका चुंबकत्व कुछ क्षीण होगा। वैद्युत आवेशों की तरह चुंबकीय एकध्रुव का अस्तित्व नहीं है।

(v) लोह और इसकी मिश्र-धातुओं से चुंबक बनाने संभव हैं। यह तकनीक आज से 1800 वर्ष पूर्व भी ज्ञात थी और इसका वर्णन आगे किया जाएगा।

गिल्बर्ट ने चुंबकीय परिघटनाओं एवं भू-चुंबकत्व के वैज्ञानिक अध्ययन की आधारशिला रखी। इस अध्याय में हम एक छड़ चुंबक और एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में इसके व्यवहार से प्रारंभ करेंगे। हम चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम बताएँगे। इसके बाद पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का विवरण देंगे। उसके बाद यह बताएँगे कि चुंबकीय गुणों के आधार पर पदार्थों का वर्गीकरण कैसे किया जाता है और फिर प्रतिचुंबकत्व, अनुचुंबकत्व तथा लोह-चुंबकत्व का वर्णन करेंगे और अंत में वैद्युत-चुंबक एवं स्थायी चुंबकों पर एक अनुभाग के साथ इसका समापन करेंगे।

* भू-क्रोड उच्च ताप पर होता है। यह ज्ञात है कि उच्च ताप पर पदार्थ अपना चुंबकत्व खो देते हैं। अतः यह परिकल्पना गलत है।

कार्ल फ्रेड्रिक गाउस
(1777-1855)

वह एक विलक्षण बाल-प्रतिभा थे। गणित, भौतिकी, अभियांत्रिकी, खगोलशास्त्र और यहाँ तक कि भू-सर्वेक्षण में भी उनको प्रकृति की अनुपम देन थी। संख्याओं के गुण उनको लुभाते थे और उनके कार्य में उनके बाद आने वाले जमाने के प्रमुख गणितीय विकास का पूर्वाभास होता है। 1833 में विलियम वेलसर के साथ मिलकर उन्होंने पहला विद्युतीय टेलिग्राफ बनाया। वक्र-तलों से संबंधित उनके गणितीय सिद्धांत ने बाद में रीमन द्वारा किए गए कार्य की आधारशिला रखी।

हेंड्रिक अॅन्टून लॉरेन्ट्स
(1853-1928)

हॉलैंड निवासी सैद्धांतिक भौतिकविद्, लीडेन में प्रोफेसर थे। इन्होंने विद्युत्, चुंबकत्व एवं यांत्रिकी के पारस्परिक संबंधों पर शोधकार्य किया। प्रकाश उत्सर्जकों पर चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव (ज़ीमॅन प्रभाव) की व्याख्या करने के लिए, इन्होंने परमाणु के अंदर विद्युत् आवेशों के अस्तित्व की परिकल्पना की, जिसके लिए इन्हें 1902 में नोबल पुरस्कार से सम्मानित किया गया। कुछ उलझे हुए गणितीय तर्कों का प्रयोग कर इन्होंने रूपांतरक समीकरणों का एक समुच्चय व्युत्पन्न किया (जो उनके नाम पर लॉरेन्ट्स रूपांतरक समीकरण कहलाती हैं), लेकिन, उनको यह अनुमान नहीं था कि ये समीकरण अंतरिक्ष एवं काल की एक नई अवधारणा पर आधारित हैं।

6.2 छड़ चुंबक

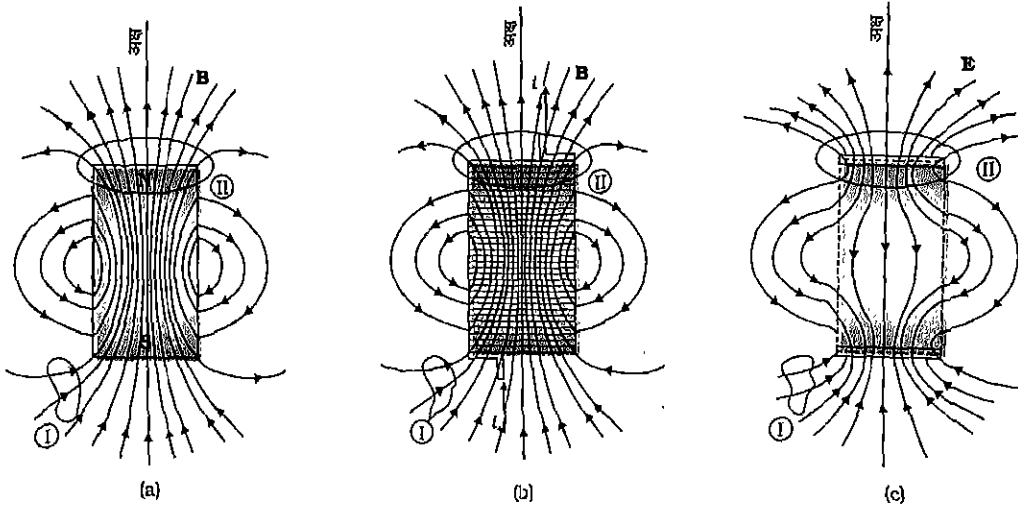
प्रसिद्ध भौतिक विज्ञानी अल्बर्ट आइंसटीन के अति प्रारंभिक बचपन की स्मृतियों में से एक उस चुंबक से जुड़ी थी, जो उनको उनके एक संबंधी ने भेंट किया था। आइंसटीन उससे चमत्कृत हो गए थे और उससे खेलते हुए कभी थकते नहीं थे। उनको आश्चर्य होता था कि कैसे एक चुंबक उन कीलों और पिनों को अपनी ओर खींच लेती थी, जो उससे दूर रखे थे और किसी स्प्रिंग या धागे द्वारा उससे जुड़े भी नहीं थे।

हम अपने अध्ययन की शुरूआत लोह रेतन से करते हैं जो एक छोटे छड़ चुंबक के ऊपर रखे गए काँच के पटल पर छिड़का गया है। लोह रेतन की यह व्यवस्था चित्र 6.2 में दर्शाई गई है।

चित्र 6.2 एक छड़ चुंबक के इर्द-गिर्द लौह रेतन की व्यवस्था। यह पैटर्न चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं की अनुकृति है। ये इंगित करते हैं कि छड़ चुंबक एक चुंबकीय द्विध्रुव है।

लोह रेतन के पैटर्न यह इंगित करते हैं कि चुंबक के दो ध्रुव होते हैं, वैसे ही जैसे वैद्युत द्विध्रुव के धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेश। जैसा कि पहले भूमिका में बताया जा चुका है। एक ध्रुव को उत्तर और दूसरे को दक्षिण ध्रुव कहते हैं। जब छड़ चुंबक को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया जाता है, तो ये ध्रुव क्रमशः लगभग भौगोलिक उत्तरी एवं दक्षिणी ध्रुवों की ओर संकेत करते हैं। लोह रेतन का इसी से मिलता-जुलता पैटर्न एक धारावाही परिनालिका के इर्द-गिर्द भी बनता है।

6.2.1 चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ

लोह रेतन के बने पैटर्नों के आधार पर हम चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ* खींच सकते हैं। चित्र 6.3 में यह, छड़ चुंबक और धारावाही परिनालिका, दोनों के लिए दर्शाया गया है। तुलना के लिए एक

चित्र 6.3 क्षेत्र रेखाएँ (a) एक छड़-चुंबक की (b) एक सीमित आकार वाली धारावाही परिनालिका की और (c) एक वैद्युत द्विध्रुव की। बहुत अधिक दूरी पर तीनों रेखा समुच्चय एक से हैं। I एवं II अंकित वक्र, बंद गाउसीय पृष्ठ हैं।

* कुछ पाठ्यपुस्तकों में चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं को 'चुंबकीय बल रेखाएँ' कहते हैं। इस नामावली से बचना उचित होगा क्योंकि यह भ्रामक है। स्थिर वैद्युत के विपरीत, चुंबकत्व में क्षेत्र रेखाएँ आवेश (गतिमान) पर बल की दिशा के सूचक नहीं हैं।

विद्युत्-द्विध्रुव की विद्युत् बल रेखाएँ भी प्रदर्शित की गई हैं। विद्युत् बल रेखाओं का विवरण अध्याय 1 में दिया गया है। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ, 'अदृश्य' चुंबकीय क्षेत्र का दृश्य और अंतर्दृष्टिपरक प्रस्तुतीकरण हैं। इनके गुण हैं:

(i) किसी चुंबक (या धारावाही परिनालिका) की चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ सतत बंद लूप बनाती हैं। यह वैद्युत-द्विध्रुव के जैसी नहीं है, जहाँ ये रेखाएँ धनावेश से शुरू होकर ऋणावेश पर खत्म हो जाती हैं [देखिए चित्र 6.3(c)]।

(ii) क्षेत्र रेखा के किसी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर परिणामी चुंबकीय क्षेत्र **B** की दिशा बताती है।

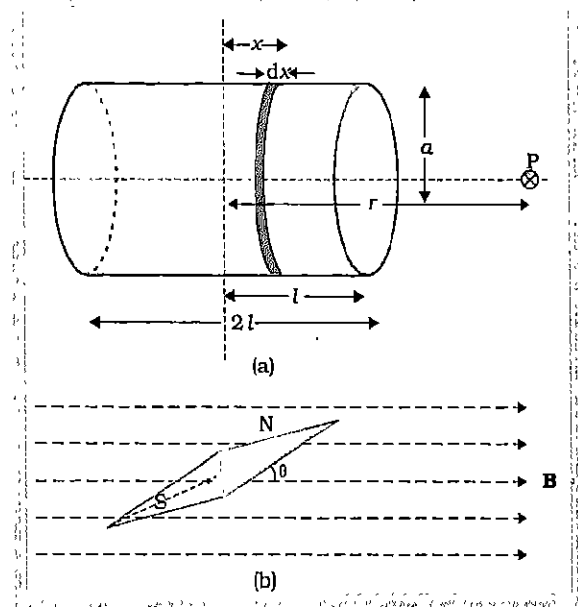
(iii) क्षेत्र के लंबवत् रखे गए तल के प्रति इकाई क्षेत्रफल से जितनी अधिक क्षेत्र रेखाएँ गुजरती हैं, उतना ही अधिक उस स्थान पर चुंबकीय क्षेत्र **B** का परिमाण होता है। चित्र 6.3 (a) में, क्षेत्र II के आसपास **B** का परिमाण क्षेत्र I की तुलना में अधिक है।

(iv) चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को काटती नहीं हैं। ऐसा इसलिए है, क्योंकि इस स्थिति में कटान बिंदु पर, चुंबकीय क्षेत्र की दिशा अद्वितीय नहीं रह जाती।

आप चाहें तो कई तरह से चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ आलेखित कर सकते हैं। एक तरीका यह है कि भिन्न-भिन्न जगहों पर एक छोटी चुंबकीय कंपास सूई रखिए और इसके दिक्विन्यास को अंकित कीजिए। इस तरह आप चुंबक के आस-पास विभिन्न बिंदुओं पर चुंबकीय क्षेत्र की दिशा जान सकेंगे।

6.2.2 छड़ चुंबक का एक धारावाही परिनालिका की तरह व्यवहार

पिछले अध्याय में हमने यह समझाया है कि किस प्रकार एक धारा लूप एक चुंबकीय द्विध्रुव की तरह व्यवहार करता है (देखिए अनुभाग 5.9)। हमने ऐंपियर की इस परिकल्पना का जिक्र भी किया था कि सभी चुंबकीय परिघटनाओं को परिवाही धाराओं के प्रभावों के रूप में समझाया जा सकता है। याद कीजिए कि किसी धारावाही लूप से जुड़े चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण **m** की परिभाषा **m** = N*i***A** से दी जाती है, जहाँ N लूप में फेरों की संख्या, i धारा एवं **A** क्षेत्रफल-सदिश है [देखिए समी. (5.45)]।

एक छड़ चुंबक की चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं की, एक धारावाही परिनालिका की चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं से साम्यता यह सुझाती है कि जैसे परिनालिका बहुत-सी परिवाही धाराओं का योग है वैसे ही छड़ चुंबक भी बहुत-सी परिसंचारी धाराओं का योग हो सकता है। एक छड़ चुंबक के दो बराबर टुकड़े करना वैसा ही है जैसे एक परिनालिका को काटना। जिससे हमें दो छोटी परिनालिकाएं मिल जाती हैं जिनके चुंबकीय क्षेत्र अपेक्षाकृत क्षीण होते हैं। क्षेत्र रेखाएँ सतत बनी रहती हैं, एक सिरे से बाहर निकलती हैं और दूसरे सिरे से अंदर प्रवेश करती हैं। एक छोटी चुंबकीय कंपास सूई को एक छड़ चुंबक एवं एक धारावाही सीमित परिनालिका के पास एक जगह से दूसरी जगह ले जाकर यह देखा जा सकता है कि दोनों के लिए चुंबकीय सुई में विक्षेपण एक जैसा है और इस तरह इस साम्यता का परीक्षण आसानी से किया जा सकता है।

चित्र 6.4 गणना करना (a) एक सीमित परिनालिका के अक्षीय क्षेत्र की, ताकि इसकी छड़ चुंबक से साम्यता प्रदर्शित की जा सके। (b) एक समांग चुंबकीय क्षेत्र **B** *में एक चुंबकीय सूई के दोलनकाल की। यह व्यवस्था किसी सूई के चुंबकीय आघूर्ण* **m** *या क्षेत्र* **B** *का मान निकालने के लिए उपयोग में लाई जा सकती है।*

इस साम्यता को और अधिक सुदृढ़ करने के लिए, हम चित्र 6.4 (a) में दर्शायी गई सीमित परिनालिका के अक्षीय क्षेत्र की गणना करते हैं। हम यह प्रदर्शित करेंगे कि बहुत अधिक दूरी पर यह अक्षीय क्षेत्र, छड़ चुंबक के अक्षीय क्षेत्र जैसा ही है।

माना कि चित्र 6.4 (a) में दर्शाई गई धारावाही परिनालिका की प्रति इकाई लंबाई में n फेरे हैं और इसकी त्रिज्या 'a' है।

माना इसकी लंबाई $2l$ है। परिनालिका के केंद्र से r दूरी पर (बिंदु P) हम अक्षीय क्षेत्र ज्ञात कर सकते हैं। यह करने के लिए, परिनालिका का एक छोटा वृत्ताकार अंश dx मोटाई का लेते हैं, जो इसके केंद्र से x दूरी पर है। इसमें ndx फेरे हैं। माना कि परिनालिका में i धारा प्रवाहित हो रही है। पिछले अध्याय के अनुभाग 5.3.2 में हमने एक वृत्ताकार लूप की अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र की गणना की थी। समीकरण (5.20) के अनुसार, वृत्ताकार अंश के कारण बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$dB = \frac{\mu_0 n\, dx\, i a^2}{2\left[(r-x)^2 + a^2\right]^{3/2}}$$

कुल क्षेत्र का परिमाण प्राप्त करने के लिए ऐसे सभी अंशों के योगदान जोड़ने होंगे। दूसरे शब्दों में $x = -l$ से $x = +l$ तक समाकलन करना होगा।

$$B = \frac{\mu_0 n i a^2}{2} \int_{-l}^{l} \frac{dx}{\left[(r-x)^2 + a^2\right]^{3/2}}$$

यह समाकलन त्रिकोणमितीय प्रतिस्थापन द्वारा किया जा सकता है। किंतु, हमारा उद्देश्य पूरा करने के लिए ऐसा करना आवश्यक नहीं है। ध्यान दें कि x का परास $-l$ से $+l$ तक है। धारावाही परिनालिका के बहुत दूर स्थित अक्षीय बिंदु के लिए $r >> a$ एवं $r >> l$। तब भिन्न में हर का लगभग मान हो जाएगा :

$$\left[(r-x)^2 + a^2\right]^{3/2} \simeq r^3$$

और $$B = \frac{\mu_0 n i a^2}{2r^3} \int_{-l}^{l} dx$$

$$= \frac{\mu_0 n i}{2} \frac{2 l a^2}{r^3} \qquad (6.1)$$

ध्यान दीजिए कि समीकरण (5.45) के अनुसार, धारावाही परिनालिका के चुंबकीय आघूर्ण का परिमाण $m = n(2l)\, i\, (\pi a^2)$ [अर्थात् कुल फेरों की संख्या × धारा × अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल]। अत:

$$B \simeq \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2m}{r^3} \qquad (6.2)$$

यही समीकरण छड़ चुंबक की अक्ष पर दूर स्थित बिंदु के लिए भी है जो कोई भी प्रयोगात्मक विधि से प्राप्त कर सकता है। इस प्रकार, छड़ चुंबक और धारावाही परिनालिका एक जैसे चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। अत: एक छड़ चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण, उतना ही चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाली समतुल्य धारावाही परिनालिका के चुंबकीय आघूर्ण के बराबर है।

कुछ पाठ्यपुस्तकें $2l$ लंबाई के एक छड़ चुंबक के उत्तर ध्रुव के लिए एक 'चुंबकीय आवेश'* $+q_m$ एवं दक्षिण ध्रुव के लिए $-q_m$ नियत करके इसका चुंबकीय आघूर्ण $+q_m(2l)$ नियत करती हैं। r दूरी पर q_m के कारण क्षेत्र की तीव्रता $\mu_0 q_m / 4\pi r^2$ होगी और तब अक्षीय एवं अनुप्रस्थ दोनों स्थितियों में इस छड़ चुंबक के कारण चुंबकीय क्षेत्र उसी प्रकार ज्ञात किया जा सकता है जैसा कि वैद्युत द्विध्रुव के लिए किया गया था (देखिए अध्याय 1)। यह तरीका सरल भी है और आकर्षक भी। परंतु, चुंबकीय एक ध्रुवों का अस्तित्व तो होता नहीं, इसलिए, हमने इस प्रस्तुति-विधि का उपयोग नहीं किया है।

6.2.3 एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में द्विध्रुव

लोह रेतन से बने पैटर्न एवं चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ हमें चुंबकीय आघूर्ण **m** एवं इसके क्षेत्र **B** का एक सन्निकट मान बताते हैं। कई बार हमें **B** का सही-सही मान जानने की आवश्यकता हो सकती है। इसके लिए हम एक पतली चुंबकीय सूई का, जिसका चुंबकीय आघूर्ण **m** एवं जड़त्वाघूर्ण I ज्ञात हों, इस चुंबकीय क्षेत्र में दोलन कराते हैं। यह व्यवस्था चित्र 6.4 (b) में दर्शाई गई है।

चुंबकीय सूई पर बलआघूर्ण [देखिए समीकरण (5.44)]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (6.3)$$

$$\tau(\theta) = mB\sin\theta$$

न्यूटन के द्वितीय नियमानुसार

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB\sin\theta$$

$$\simeq -mB\theta$$

जहाँ, रेडियन मान में बहुत छोटे कोण के लिए हम $\sin\theta \approx \theta$ लेते हैं। अत:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mB}{I}\theta$$

* इसे ध्रुव शक्ति भी कहते हैं।

यह सरल आवर्त गति दर्शाता है, जिसके लिए,

कोणीय आवृत्ति का वर्ग $\omega^2 = mB/I$

दोलन काल, $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}}$

उदाहरण 6.1 चित्र 6.4 में, चुंबकीय सूई का चुंबकीय आघूर्ण 6.7×10^{-2} Am^2 और जड़त्वाघूर्ण $I = 7.5 \times 10^{-6}$ kg m^2 है। यह 6.70 s में 10 पूरे दोलन करती है। चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल दोलनकाल, $T = \frac{6.70}{10} = 0.67\,s$

पूर्व वर्णित दोलन काल के समीकरण से,

$$B = \frac{4\pi^2 I}{mT^2}$$

$$= \frac{4\times(3.14)^2\times7.5\times10^{-6}}{6.7\times10^{-2}\times(0.67)^2}$$

$= 0.01$ T

$= 100$ G

[*टिप्पणी* : 1T (टेस्ला) = 10^4G (गाउस)]

चुंबकीय स्थितिज ऊर्जा U_m प्राप्त करने के लिए

$$U_m = \int\tau(\theta)d\theta$$

$$= \int mB\sin\theta$$

$$= -mB\cos\theta$$

$$= -\mathbf{m}.\mathbf{B} \qquad (6.4)$$

यह पहले ही बताया जा चुका है कि हम अपनी सुविधानुसार स्थितिज ऊर्जा का शून्य निर्धारित कर सकते हैं। समी. (6.4) में, दरअसल एक समाकलन स्थिरांक और जोड़ा जाना चाहिए था, जिसको शून्य मान लेने का अर्थ है कि हमने स्थितिज ऊर्जा का शून्य $\theta = 90°$ पर ले लिया है। यानी, उस समय जबकि सूई क्षेत्र के लंबवत् है। समीकरण (6.4), यह दर्शाता है कि स्थितिज ऊर्जा का न्यूनतम मान, $(= -mB)$, उस समय होता है जबकि $\theta = 0°$ (अधिकतम स्थायी अवस्था) और अधिकतम $(= +mB)$, तब होता है जबकि $\theta = 180°$ (अधिकतम अस्थायी अवस्था)।

उदाहरण 6.2 एक छोटे छड़ चुंबक को जब 800 G के बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में इस तरह रखा जाता है कि इसकी अक्ष क्षेत्र से 30° का कोण बनाए, तो इस पर 0.016 N m का बलआघूर्ण आरोपित होता है। (a) चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण कितना है? (b) सर्वाधिक स्थायी स्थिति से सर्वाधिक अस्थायी स्थिति तक इसको घुमाने में एक बाह्य बल को कितना कार्य करना पड़ेगा? (c) भाग (b) में वर्णित प्रक्रिया में बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के कारण लगे बल द्वारा कितना कार्य किया जाएगा? (d) छड़ चुंबक को यदि एक परिनालिका से प्रतिस्थापित कर दें जिसमें 1000 फेरे हों, जिसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 2×10^{-4} m^2 हो और जिसका चुंबकीय आघूर्ण उतना ही हो, जितना छड़ चुंबक का है, तो परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा ज्ञात करो।

हल (a) समीकरण (6.2) के अनुसार

$\tau = mB\sin\theta$

$\theta = 30°$, इसलिए $\sin\theta = 1/2$. अतः

$$0.016 = m\times(800\times10^{-4})\times\frac{1}{2}$$

$$m = \frac{160\times2}{800} = 0.40\ \mathrm{A\,m^2}$$

(b) समीकरण (6.4) के अनुसार सर्वाधिक स्थायी स्थिति तब है जब $\theta = 0°$ एवं सर्वाधिक अस्थायी स्थिति तब है जब $\theta = 180°$

बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य,

$$W = U_m(\theta = 180°) - U_m(\theta = 0°)$$

$$= 2mB$$

$$= 2\times0.40\times800\times10^{-4}$$

$$= 0.064\,J$$

(c) यहाँ विस्थापन एवं चुंबकीय क्षेत्र के कारण बल आघूर्ण विपरीत दिशा में है। अतः, बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के कारण लगे बल द्वारा किया गया कार्य

$$W_B = -0.064\,J$$

(d) समीकरण (6.1) के अनुसार

$$m_s = NIA$$

भाग (a) में हमने ज्ञात किया है कि $m_s = 0.40 \text{ A m}^2$

अत: $0.40 = 1000 \times i \times 2 \times 10^{-4}$

$$i = \frac{0.40 \times 10^4}{1000 \times 2} = 2 \text{A}$$

6.2.4 स्थिर वैद्युत सादृश्य

समीकरणों (6.2), (6.3) एवं (6.4) के संगत विद्युत् द्विध्रुव के समीकरणों (देखिए अध्याय 1) से तुलना करने पर हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि **m** चुंबकीय आघूर्ण वाले छड़ चुंबक का चुंबकीय क्षेत्र, इससे बहुत दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर ज्ञात करने के लिए, हमें द्विध्रुव आघूर्णों वाले विद्युत् द्विध्रुव के कारण उत्पन्न विद्युत् क्षेत्र के समीकरण में, केवल निम्नलिखित प्रतिस्थापन करने होंगे:

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$$

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}$$

विशेषत:, r दूरी ($r >> l$ के लिए, जहाँ l चुंबक की लंबाई है)पर एक छड़ चुंबक का विषुवतीय चुंबकीय क्षेत्र

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (6.5)$$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि $\mathbf{B}_E$ तथा **m** परस्पर विपरीत दिशा में हैं।

इसी प्रकार, r दूरी ($r >> l$ के लिए) पर एक छड़ चुंबक का अक्षीय चुंबकीय क्षेत्र

$$\mathbf{B}_A = \frac{2\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (6.6)$$

सारणी 6.1 द्विध्रुवों की सादृश्यता

	स्थिर वैद्युत	चुंबकीय
	$1/\varepsilon_0$	μ_0
द्विध्रुव आघूर्ण	$\mathbf{p}$	$\mathbf{m}$
विषुवतीय क्षेत्र	$-\mathbf{p}/4\pi\varepsilon_0 r^3$	$-\mu_0\mathbf{m}/4\pi r^3$
अक्षीय क्षेत्र	$2\mathbf{p}/4\pi\varepsilon_0 r^3$	$2\mu_0\mathbf{m}/4\pi r^3$
बाह्य क्षेत्र: बल आघूर्ण	$\mathbf{p} \times \mathbf{E}$	$\mathbf{m} \times \mathbf{B}$
बाह्य क्षेत्र : स्थितिज ऊर्जा	$-\mathbf{p}.\mathbf{E}$	$-\mathbf{m}.\mathbf{B}$

समीकरण (6.6), समीकरण (6.2) का सदिश रूप है। सारणी 6.1 विद्युत् एवं चुंबकीय द्विध्रुवों के मध्य समानता दर्शाती है।

उदाहरण 6.3 5 cm लंबाई के छड़ चुंबक के केंद्र से 50 cm की दूरी पर स्थित बिंदु पर, विषुवतीय एवं अक्षीय स्थितियों के लिए चुंबकीय क्षेत्र की गणना कीजिए। छड़ चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण 0.40 A m^2, जैसा कि उदाहरण 6.2 में है।

हल समीकरण (6.5) के अनुसार, कम लंबाई की छड़ चुंबक का विषुवतीय चुंबकीय क्षेत्र

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

$$= \frac{10^{-7} \times 0.4}{(0.5)^3} = \frac{10^{-7} \times 0.4}{0.125}$$

$$= 3.2 \times 10^{-7} \text{ T अथवा } 3.2 \times 10^{-3} \text{ G}$$

ध्यान दें, कि छड़ चुंबक की लंबाई l, दूरी r की तुलना में परिमाण में एक कोटि छोटी है चूँकि $\left(\frac{l}{r} = 0.1\right)$। अत: समीकरण (6.6) के अनुसार अनुदैर्ध्य चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण है–

$$B_A = \frac{2\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

$$= 6.4 \times 10^{-7} \text{ T or } 6.4 \times 10^{-3} \text{ G}$$

पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र, जिसका परिमाण $\simeq 0.4$ G है, की तुलना में ये क्षेत्र बहुत क्षीण हैं। उदाहरण 6.2 (d) से हम जानते हैं कि 1000 फेरों वाली परिनालिका में 2 A धारा प्रवाहित करने पर वह 5 cm के छड़ चुंबक के समतुल्य चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करेगा। चुंबकीय प्रभाव वास्तव में बहुत क्षीण होते हैं।

6.3 चुंबकत्व एवं गाउस का नियम

अध्याय 1 में हमने स्थिर विद्युत् के लिए गाउस के नियम का अध्ययन किया था। चित्र 6.3 (c) में हम देखते हैं कि I द्वारा अंकित बंद गाउसीय सतह से क्षेत्र रेखाओं की जितनी संख्या बाहर आती है, उतनी ही इसके अंदर प्रवेश करती है। इस बात की इस तथ्य से संगति बैठती है कि सतह द्वारा परिवेष्ठित कुल आवेश का परिमाण शून्य है। किंतु, उसी चित्र में, बंद सतह-II जो किसी धनावेश को घेरती है, के लिए परिणामी निर्गत फ्लक्स होता है। \

यह स्थिति उन चुंबकीय क्षेत्रों के लिए पूर्णतः भिन्न है, जो संतत हैं और बंद लूप बनाते हैं। चित्र 6.3 (a) या 6.3 (b) में I या II द्वारा अंकित गाउसीय सतहों का निरीक्षण कीजिए। आप पाएँगे कि सतह से बाहर आने वाली बल रेखाओं की संख्या इसके अंदर प्रवेश करने वाली संख्या के बराबर है। दोनों ही सतहों के लिए कुल चुंबकीय फ्लक्स शून्य है और यह बात किसी भी बंद सतह के लिए सत्य है।

किसी बंद सतह S का एक छोटा सदिश क्षेत्रफल अवयव $\Delta\mathbf{S}$ लीजिए। $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाला चुंबकीय फ्लक्स $\Delta\phi_B = \mathbf{B}.\Delta\mathbf{S}$ है, जहाँ **B**, $\Delta\mathbf{S}$ पर चुंबकीय क्षेत्र है। हम S को कई छोटे-छोटे अवयवों में बाँट लेते हैं और उनमें से प्रत्येक से गुजरने वाले फ्लक्सों के मान अलग-अलग निकालते हैं। तब, कुल फ्लक्स ϕ_B का मान है,

$$\phi_B = \sum_{\text{सब}} \Delta\phi_B = \sum_{\text{सब}} \mathbf{B}.\Delta\mathbf{S} = 0$$

जहाँ 'सब' का अर्थ है सभी क्षेत्रफल अवयव $\Delta\mathbf{S}$। अतः चुंबकत्व के लिए गाउस का नियम है:

"किसी भी बंद सतह से गुजरने वाला कुल चुंबकीय फ्लक्स हमेशा शून्य होता है।"

गाउस का नियम इसी तथ्य की अभिव्यक्ति है कि *पृथक्कृत चुंबकीय ध्रुवों (जिन्हें एक ध्रुव भी कहते हैं) का अस्तित्व नहीं होता।* **B** का कोई उद्गम या अभिगम नहीं होता है। सरलतम चुंबकीय अवयव एक द्विध्रुव या धारा लूप है। सभी चुंबकीय परिघटनाएँ एक धारा लूप एवं/या द्विध्रुव व्यवस्था के रूप में समझाए जा सकते हैं।

6.4 भू-चुंबकत्व

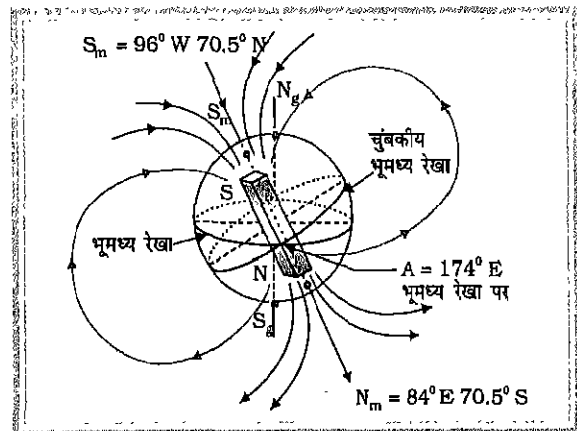
हमने पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का जिक्र किया है। पृथ्वी की सतह पर इसका मान गाउस ($1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$) के कुछ दसवें हिस्सों के बराबर है। ऐसा सोचा गया कि यह चुंबकीय क्षेत्र एक विशालकाय छड़ चुंबक के कारण है, जो पृथ्वी के अंदर, बहुत गहरे में लगभग इसकी घूर्णन-अक्ष के अनुदिश रखा हुआ है। यह चित्र 6.5 में दिखाया गया है। लेकिन, यहाँ हम यह स्पष्ट कर दें कि यह मात्र एक अवधारणा है जो हमने पृथ्वी के चुंबकत्व और उसकी विशेषताओं की व्याख्या करने के लिए ग्रहण कर लिया है। वास्तव में, पृथ्वी के अंदर, ऐसा कोई छड़ चुंबक रखा नहीं है।

आइए, पृथ्वी के भौगोलिक उत्तरी एवं दक्षिणी ध्रुवों को क्रमशः N_g एवं S_g से अंकित करें। पृथ्वी की चुंबकीय अक्ष इसकी भौगोलिक अक्ष से लगभग 20° का कोण बनाती है। क्योंकि किसी चुंबकीय सूई का उत्तर ध्रुव लगभग पृथ्वी के उत्तरी ध्रुव की ओर संकेत करता है, हम पृथ्वी के उस चुंबकीय ध्रुव को जो N_g के पास है S_m यानी चुंबकीय दक्षिण-ध्रुव कहते हैं। याद कीजिए कि विपरीत ध्रुव एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। इसी प्रकार, N_m, यानी पृथ्वी का चुंबकीय उत्तरी ध्रुव, S_g के निकट है। इन पहलुओं को चित्र 6.5 में अभिदर्शित किया गया है। S_m एवं N_m बिंदु पृथ्वी की सतह पर हैं, इसके अंदर नहीं। अतः हम इनको अक्षांश एवं देशांतरों द्वारा ठीक-ठीक निर्धारित कर सकते हैं। S_m उत्तरी कनाडा में 70.5° उत्तरी अक्षांश एवं 96° पश्चिमी देशांतर पर स्थित है। N_m व्यासवत् विपरीत स्थिति 70.5° दक्षिणी अक्षांश व 84° पूर्वी देशांतर पर स्थित है। चुंबकीय ध्रुव संगत भौगोलिक ध्रुवों से लगभग 2000 km की दूरी पर है। चुंबकीय भूमध्य रेखा भौगोलिक भूमध्य रेखा को क्रमशः 6° पश्चिमी एवं 174° पूर्वी देशांतरों पर काटती है।

उदाहरण 6.4 विषुवत रेखा पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण लगभग 0.4 G है। पृथ्वी के चुंबक के द्विध्रुव आघूर्ण की गणना कीजिए।

हल समीकरण (6.5) के अनुसार विषुवतीय चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण,

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

दिया है: $B_E \sim 0.4\text{ G} (= 4 \times 10^{-5}\text{ T})$, r यहाँ पृथ्वी की त्रिज्या है, $r = 6.4 \times 10^6\text{ m}$

चित्र 6.5 पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र

अतः

$$m = \frac{4 \times 10^{-5} \times (6.4 \times 10^6)^3}{\mu_0 / 4\pi}$$

$$= 4 \times 10^2 \times (6.4 \times 10^6)^3$$

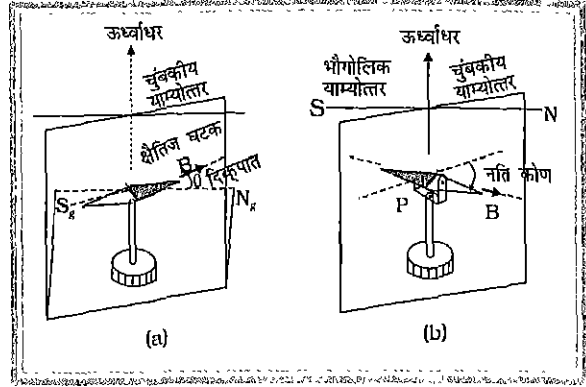
$$\left(\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\right)$$

$$= 1.04 \times 10^{23} \text{ A m}^2$$

यह मान भू-चुंबकत्व संबंधी पुस्तकों में दिए गए मान 8×10^{22} A m² के बहुत करीब है।

6.4.1 चुंबकीय दिक्पात एवं नति

पृथ्वी की सतह पर कोई बिंदु P (जैसे कि दिल्ली) लीजिए। इस बिंदु पर देशांतर उत्तर-दक्षिण दिशा बताता है। ऊर्ध्वाधर अक्ष एवं देशांतर में से गुजरने वाला ऊर्ध्वाधर तल *भौगोलिक याम्योत्तर* कहलाता है। बिंदु P पर पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र **B** भी अस्तित्त्व में है। **B** एवं ऊर्ध्वाधर अक्ष में से गुजरने वाला उर्ध्वाधर तल *चुंबकीय याम्योत्तर* कहलाता है। भौगोलिक एवं चुंबकीय याम्योत्तर पटलों के बीच के कोण को *चुंबकीय दिक्पात* कहते हैं। चुंबकीय दिक्पात निम्नलिखित विधि से ज्ञात किया जा सकता है: बिंदु P पर, क्षैतिज तल में एक ऐसी चुंबकीय सूई रखिए जो एक ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों तरफ घूमने के लिए स्वतंत्र हो। पृथ्वी की भौगोलिक उत्तर-दक्षिण (N_g-S_g) दिशा से यह सूई जितना कोण बनाती है वही बिंदु P पर चुंबकीय दिक्पात है। यह व्यवस्था चित्र 6.6 (a) में दर्शाई गई है। भारत में चुंबकीय दिक्पात बहुत कम है। दिल्ली में यह 0°41′ पूर्व है और मुंबई में 0°58′ पश्चिम है। इसका अर्थ यह है कि यहाँ चुंबकीय सुई भौगोलिक उत्तर की जो दिशा बताती है वह लगभग सही ही है।

एक दूसरी महत्त्वपूर्ण राशि है, जिसका नाम है चुंबकीय नति। जैसे-जैसे हम विपुवत रेखा से उत्तर की ओर चलते हैं तो चुंबकीय क्षेत्र की दिशा बदलती है और यह नीचे की ओर झुकने लगता है। उत्तरी कनाडा में एक बिंदु पर क्षेत्र सीधा नीचे की ओर पृथ्वी के अंदर प्रवेश करता है। यही पृथ्वी का चुंबकीय दक्षिण ध्रुव S_m है। पृथ्वी की सतह के किसी बिंदु पर नति कोण का मान, नति वृत्त या नति मापी यंत्र का प्रयोग करके ज्ञात कर सकते हैं। पहले हम ऊपर बताई गई विधि से चुंबकीय दिक्पात ज्ञात करेंगे। इस तरह हमें चुंबकीय याम्योत्तर ज्ञात हो जाएगी। नति वृत्त केवल एक चुंबकीय सूई होती है जो एक क्षैतिज अक्ष के चारों ओर चुंबकीय याम्योत्तर में घूम सकती है। यह सूई क्षैतिज से जितना कोण बनाती है वही *नति कोण* कहलाता है। यह व्यवस्था चित्र 6.6 (b) में दर्शाई गई है।

चित्र 6.6 (a) चुंबकीय याम्योत्तर एवं चुंबकीय दिक्पात θ, एक ऐसी चुंबकीय सूई की सहायता से ज्ञात किए जाते हैं जो एक क्षैतिज तल में एक उर्ध्वाधर अक्ष के चारों तरफ घूमने के लिए स्वतंत्र हो। (b) चुंबकीय नति कोण एक चुंबकीय सूई की सहायता से मापा जाता है जो चुंबकीय याम्योत्तर के ऊर्ध्वाधर तल में क्षैतिज अक्ष के चारों तरफ घूम सकती हो।

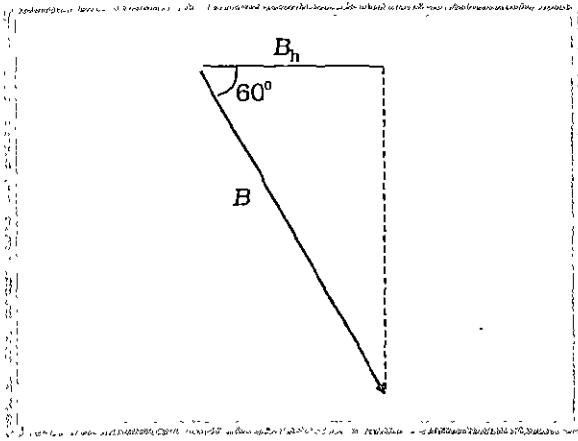
उदाहरण 6.5 किसी स्थान के चुंबकीय याम्योत्तर में पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव 0.26 G है एवं नति कोण 60° है। इस स्थान पर पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र क्या है?

हल यह दिया गया है कि $B_h = 0.26$ G। चित्र 6.7 से हम पाते हैं कि

$$\cos 60 = \frac{B_h}{B}$$

$$B = \frac{B_h}{\cos 60}$$

$$= \frac{0.26}{(1/2)} = 0.52 \text{ G}$$

चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण 0.52 G है। चुंबकीय क्षेत्र एक सदिश है और जिस त्रि-आयामी विश्व में हम रहते हैं, उसमें पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र को सुनिश्चित करने के लिए हमें एक अतिरिक्त प्राचल चाहिए और वह है चुंबकीय दिक्पात। अतः पृथ्वी की सतह पर चुंबकीय क्षेत्र बताने के लिए आवश्यक तीन राशियाँ हैं: चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव, चुंबकीय दिक्पात एवं चुंबकीय नति।

चित्र 6.7 उदाहरण 6.5 के लिए चित्र

6.4.2 भू-चुंबकत्व का मूल स्रोत

पृथ्वी का सन्निकट चुंबकीय क्षेत्र इसके अंदर गहराई में रखे एक विशाल छड़ चुंबक द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है, जैसा चित्र 6.5 में दिखाया गया है। लेकिन ऐसी कोई चीज, चाहे कितनी भी उपयोगी हो, है तो पूर्णतः काल्पनिक ही। पृथ्वी के अंदर गहराई में, लोह अयस्कों के प्रचुर भंडार हैं। लेकिन, चुंबकीय पदार्थों के ये विशाल ठोस भू-द्रव्य, पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के लिए जिम्मेदार हों, इसकी संभावना नगण्य है। पृथ्वी का क्रोड बहुत गर्म है और पिघली हुई अवस्था में है। पृथ्वी की क्रोड के इस द्रवीभूत क्षेत्र में परिवाही आयनों के कारण बने धारा लूपों से चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न हो सकता है। यह परिकल्पना संभावित जान पड़ती है, क्योंकि हमारा चंद्रमा, जिसमें कोई द्रवीभूत क्रोड नहीं है, उसका कोई चुंबकीय क्षेत्र भी नहीं है। शुक्र ग्रह (Venus), जिसकी घूर्णन गति बहुत कम है उसका चुंबकीय क्षेत्र भी बहुत क्षीण है। दूसरी ओर, वृहस्पति (Jupiter) की घूर्णन गति तीव्र है तो इसका चुंबकीय क्षेत्र भी शक्तिशाली है। परंतु वास्तविक स्थिति क्या है और परिवाही धाराओं को बनाए रखने के लिए कितनी ऊर्जा चाहिए आदि ऐसे प्रश्न हैं, जिनका उत्तर ढूंढ़ने के लिए लगातार शोध की आवश्यकता है।

6.4.3 भू-चुंबकीय क्षेत्र के मान में सार्वभौमिक विभिन्नता

द्विध्रुवी सन्निकटन (देखिए उदाहरण 6.4) यह सुझाव देता है कि पृथ्वी की त्रिज्या से 5 गुना दूरी, यानी लगभग 30,000 km पर, पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र एक माइक्रो टेस्ला (10^{-6} T) से भी कम हो जाता है। इसके परे *सौर-पवन* द्विध्रुव पैटर्न को गड़बड़ा देती है। सौर-पवन, सूर्य से लगातार निकलने वाले आवेशित कणों की धारा है। एक लंबी चुंबकीय पूंछ के रूप में, सूर्य से दूर, पृथ्वी के कई हजार व्यासों के बराबर दूरी तक यह फैलती है। सौर-पवन के ये आवेशित कण, पृथ्वी के चुंबकीय ध्रुवों के निकट, चुंबकीय क्षेत्र में फंस जाते हैं। ये इन ध्रुवों के ऊपर वायुमंडल को आयनीकृत कर देते हैं, जिसके कारण वायुमंडल में, ऊँचाई पर विशाल पर्दे के रूप में प्रकाश का एक भव्य प्रदर्शन उत्पन्न करते हैं। आर्कटिक क्षेत्र में इसको '*औरोरा बोरयालिस*' या '*उत्तर-ध्रुवीय ज्योति*' कहते हैं और दक्षिण में इसे '*औरोरा ऑस्ट्रेलिस*' या '*दक्षिण-ध्रुवीय ज्योति*' कहा जाता है। दुर्भाग्य से यह भारत में दिखाई नहीं देते। भू-चुंबकत्व का मान बहुत क्षीण मालूम पड़ता है, लगभग 4×10^{-5} T। हमारी अपनी मंदाकिनी, आकाशगंगा, का चुंबकीय क्षेत्र इससे भी अधिक न्यून है, लगभग 2 pT (2×10^{-12} T)।

6.4.4 पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र में समय के साथ होने वाले परिवर्तन

यह पाया गया है कि पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र समय के साथ बदलता है। ये परिवर्तन दो तरह के हो सकते हैं – अल्पकालिक एवं दीर्घकालिक। अल्पकालिक परिवर्तनों में पृथ्वी के चुंबकीय ध्रुव S_m एवं N_m अपनी स्थिति बदलते रहते हैं। 1580 से 1820 के बीच के 240 वर्षों के काल खंड में, लंदन में चुंबकीय दिक्पात 35° बदल गया था। चुंबकीय दक्षिणी ध्रुव, कनाडा के उत्तरी आर्कटिक क्षेत्र में है। पिछली शताब्दी में इसकी स्थिति के नियमित नक्शे रखे गए हैं। आश्चर्यजनक रूप से, पिछले कुछ वर्षों में यह 10 km प्रति वर्ष की दर से उत्तर-पश्चिम दिशा में खिसकता हुआ पाया गया है। ऐसा क्यों होता है यह ज्ञात नहीं है। पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के विस्तृत नक्शे बनाकर रखे जाते हैं और फिर समय-समय पर उनको सुधारा जाता है। जिस परिशुद्धता से भौगोलिक नक्शे बनाए जाते हैं पृथ्वी के चुंबकीय नक्शों की परिशुद्धता उनसे कम नहीं होती है।

पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र में दीर्घकालिक या भू-वैज्ञानिक काल पैमाने पर होने वाले परिवर्तन काफी रोचक हैं। ऐसा लगता है कि लगभग दस लाख सालों में पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र उलटा हो जाता है। इसका प्रमाण बेसाल्ट में मिलता है, जिसमें लोहा होता है और जो समुद्र-तल पर ज्वालामुखी विस्फोट में निकलता है। जैसे-जैसे बेसाल्ट ठंडा होता है, यह ठोस रूप ग्रहण कर लेता है और पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा की तस्वीर प्रस्तुत करता है। दूसरे तरीकों से बेसाल्ट की उम्र की गणना की जा सकती है और इस तरह से भू-वैज्ञानिक काल पैमानों पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा उलट जाने

की स्पष्ट तस्वीर सामने आई है। इन क्षेत्र विपर्ययों का अर्थ है कि लगभग दस लाख सालों में एक बार, पृथ्वी के क्रोड में धाराएँ मंद पड़ते-पड़ते बिलकुल रुक जाती हैं और फिर विपरीत दिशा में प्रवाहित होने लगती हैं। भू-चुंबकत्व का प्राचीन विज्ञान हमें आश्चर्यचकित भी करता है और रहस्याभिभूत भी।

6.5 चुंबकीकरण एवं चुंबकीय तीव्रता

पृथ्वी, तत्वों एवं यौगिकों की विस्मयकारी विभिन्नताओं से भरपूर है। और फिर हम नए-नए मिश्रधातु, यौगिक, यहाँ तक कि तत्व भी संश्लेषित करते जा रहे हैं। आप इन सब पदार्थों को चुंबकीय गुणों के आधार पर वर्गीकृत करना चाहेंगे। प्रस्तुत अनुभाग में हम ऐसे कुछ पदों की परिभाषा देंगे और उनके बारे में समझाएँगे, जो इस वर्गीकरण में हमारी सहायता करेंगे।

एक लंबी परिनालिका लीजिए जिसकी प्रति इकाई लंबाई में n फेरे हो, और जिसमें i धारा प्रवाहित हो रही हो। इस परिनालिका के अंदर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण है,

$B_0 = \mu_0 ni$ जहाँ μ_0 निर्वात की चुंबकीय पारगम्यता है।

चुंबकीय तीव्रता H कुंडलियों एवं चालकों में प्रवाहित धारा से संबंधित एक राशि है।

परंतु $$H = \frac{B_0}{\mu_0} \tag{6.8}$$

इसलिए $$H = ni \tag{6.9}$$

चुंबकीय तीव्रता एक सदिश है जिसका विमीय सूत्र $L^{-1}A$ है। इसका SI मात्रक Am^{-1} (ऐंपियर-मीटर$^{-1}$) है।

अब हम परिनालिका में धारा i को अचर बनाए रखते हुए इसके भीतर एक चुंबकीय पदार्थ भर देते हैं। अंदर का कुल चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$, $\mathbf{B}_0$ से भिन्न होगा। अतिरिक्त चुंबकीय क्षेत्र, चुंबकीय पदार्थ पर $\mathbf{B}_0$ के प्रभाव के कारण होगा। माना कि इस चुंबकीय पदार्थ का द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{m}$ है। हम इसके संगत एक राशि चुंबकन $\mathbf{M}$ परिभाषित करते हैं, जो चुंबकीय आघूर्ण प्रति इकाई आयतन (V) के बराबर है :

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \tag{6.10}$$

$\mathbf{M}$ एक सदिश राशि है, जिसकी विमाएं $L^{-1}A$ हैं और मात्रक Am^{-1} है। अत: $\mathbf{M}$ एवं $\mathbf{H}$ दोनों का एक ही मात्रक है। परिनालिका में अतिरिक्त चुंबकीय क्षेत्र $\mu_0\mathbf{M}$ है। आप जाँच सकते हैं कि $\mu_0\mathbf{M}$ की वही विमाएं हैं जो चुंबकीय क्षेत्र की हैं। अत: कुल क्षेत्र $\mathbf{B}$ का मान है,

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0\mathbf{M}$$

समीकरण (6.8) से मान प्रतिस्थान करने पर:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{6.11}$$

उपरोक्त विवरण में आए पदों को व्युत्पन्न करने में हमने जिस पद्धति का प्रयोग किया है उसको दोहराते हैं। परिनालिका के अंदर के कुल चुंबकीय क्षेत्र को हमने दो अलग-अलग योगदानों के रूप में प्रस्तुत किया: पहला बाह्य कारक, जैसे कि परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा का योगदान। यह $\mathbf{H}$ द्वारा व्यक्त किया गया है; और दूसरा चुंबकीय पदार्थ की विशेष प्रकृति के कारण अर्थात् $\mathbf{M}$। बाद वाली राशि ($\mathbf{M}$) बाह्य कारकों द्वारा प्रभावित की जा सकती है। यह प्रभाव गणितीय रूप में इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \tag{6.12}$$

जहाँ χ एक विमाविहीन राशि है और इसे *चुंबकीय प्रवृत्ति* कहते हैं। यह किसी चुंबकीय पदार्थ पर बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव का माप है। सारणी 6.2 में कुछ तत्त्वों की चुंबकीय

सारणी 6.2 300 K पर कुछ तत्त्वों की चुंबकीय प्रवृत्ति

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
बिस्मथ	-1.66×10^{-5}	ऐलुमिनियम	2.3×10^{-5}
तांबा	-9.8×10^{-6}	कैल्शियम	1.9×10^{-5}
हीरा	-2.2×10^{-5}	क्रोमियम	2.7×10^{-4}
सोना	-3.6×10^{-5}	लिथियम	2.1×10^{-5}
सीसा	-1.7×10^{-5}	मैग्नीशियम	1.2×10^{-5}
पारा	-2.9×10^{-5}	नियोबियम	2.6×10^{-5}
नाइट्रोजन (STP)	-5.0×10^{-9}	ऑक्सीजन (STP)	2.1×10^{-6}
चांदी	-2.6×10^{-5}	प्लैटिनम	2.9×10^{-4}
सिलिकन	-4.2×10^{-6}	टंगस्टन	6.8×10^{-5}

प्रवृत्ति को सूचीबद्ध किया गया है। हम देखते हैं कि χ बहुत छोटे परिमाण वाली राशि है। कुछ पदार्थों के लिए इसका मान छोटा और धनात्मक है जिन्हें *अनु चुंबकीय* पदार्थ कहते हैं। कुछ पदार्थों के लिए इसका मान छोटा एवं ऋणात्मक है, जिन्हें *प्रति चुंबकीय* पदार्थ कहते हैं। प्रति चुंबकीय पदार्थों में **M** एवं **H** विपरीत दिशाओं में होते हैं। समीकरण (6.11) एवं (6.12) से हम पाते हैं,

$$B = \mu_0 (1 + \chi)H$$

$$= \mu_0 \mu_r H \quad (6.13)$$

$$= \mu \mathrm{H} \quad (6.14)$$

जहाँ, $\mu_r = (1 + \chi)$ एक विमाविहीन राशि है, जिसे हम पदार्थ की *आपेक्षिक चुंबकशीलता* या 'आपेक्ष चुंबकीय पारगम्यता' कहते हैं। यह स्थिर-वैद्युतिकी के परावैद्युतांक के समतुल्य राशि है। पदार्थ की *चुंबकशीलता* μ है, और इसकी विमाएं तथा मात्रक वही हैं, जो μ_0 के हैं।

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1 + \chi)$$

χ, μ_r एवं μ में तीन राशियाँ परस्पर संबंधित हैं। यदि इनमें से किसी एक का मान ज्ञात हो, तो बाकी दोनों के मान ज्ञात किए जा सकते हैं।

उदाहरण 6.6 पृथ्वी के चुंबकन का मान ज्ञात कीजिए। मान लीजिए कि पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र को एक विशाल छड़ चुंबक के द्वारा व्यक्त किया जा सकता है, जिसका चुंबकीय आघूर्ण 8.0×10^{22} Am^2 है। पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km है।

हल पृथ्वी की त्रिज्या, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

चुंबकन = प्रति इकाई आयतन चुंबकीय आघूर्ण

$$M = \frac{m}{\frac{4\pi}{3}R^3}$$

$$= \frac{8.0 \times 10^{22} \times 3}{4 \times \pi \times (6.4 \times 10^6)^3}$$

$$= \frac{24.0 \times 10^4}{4 \times \pi \times 262.1} = 72.9 \text{ Am}^{-1}$$

उदाहरण 6.7 500 फेरे प्रति मीटर वाली एक परिनालिका में 3 A की धारा प्रवाहित हो रही है। इसका क्रोड लोहे का बना है, जिसकी आपेक्षिक चुंबकशीलता 5000 है। क्रोड के अंदर चुंबकीय तीव्रता, चुंबकन एवं चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण ज्ञात करो।

हल समीकरण (6.9) के अनुसार चुंबकीय तीव्रता

$$H = n\,I$$

$$= 500 \text{ m}^{-1} \times 3 \text{ A}$$

$$= 1500 \text{ A m}^{-1}$$

यह दिया है कि $\mu_r = 5000$, समीकरणों (6.13) एवं (6.14) से

$$\mu_r = 1 + \chi, \text{ अर्थात्, } \chi = 4999 \approx 5000$$

$$\mu = 5000\, \mu_0$$

अतः समीकरण (6.12) के अनुसार

चुंबकन

$$M = \chi H$$

$$= 7.5 \times 10^6 \text{ A m}^{-1}$$

समीकरण (6.14) के अनुसार

$$B = 5000\, \mu_0 H$$

$$= 5000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1500$$

$$= 9.4 \text{ T.}$$

6.6 पदार्थों के चुंबकीय गुण

पिछले अनुभाग में वर्णित विचार हमें पदार्थों को प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लोहचुंबकीय श्रेणियों में वर्गीकृत करने में सहायता प्रदान करते हैं। चुंबकीय प्रवृत्ति χ की दृष्टि से देखें तो कोई पदार्थ प्रतिचुंबकीय है यदि इसके लिए χ ऋणात्मक है, अनुचुंबकीय होगा यदि χ धनात्मक एवं अल्प मान वाला है, और लोहचुंबकीय होगा यदि χ धनात्मक एवं अधिक मान वाला है। अधिक मूर्त रूप में:

प्रतिचुंबकीय	$-1 \le \chi < 0$	$0 \le \mu_r < 1$	$\mu < \mu_0$
अनुचुंबकीय	$0 < \chi < \varepsilon$	$1 < \mu_r < 1+\varepsilon$	$\mu > \mu_0$
लोहचुंबकीय	$\chi >> 1$	$\mu_r >> 1$	$\mu >> \mu_0$

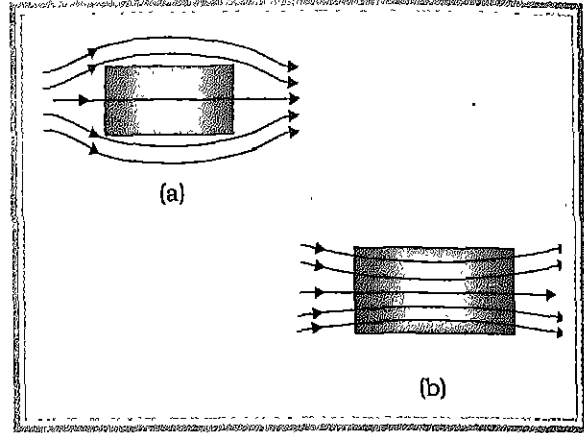
यहाँ ε एक छोटी धन संख्या है जो अनुचुंबकत्व का परिमाण निर्धारित करने के लिए लाई गई है। सारणी 6.2 पर एक दृष्टि हमें इन पदार्थों का एक अच्छा अनुभव प्रदान करती है। अब हम इन पदार्थों के बारे में कुछ विस्तार से चर्चा करेंगे।

6.6.1 प्रतिचुंबकत्व

प्रतिचुंबकीय पदार्थों के परमाणुओं (या आयनों या अणुओं) का अपना कोई स्थायी चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण नहीं होता। बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ लगाने पर, प्रत्येक परमाणु में, $\mathbf{B}_0$ के समानुपात में एक क्षीण चुंबकीय आघूर्ण प्रेरण द्वारा उत्पन्न हो जाता है जिसकी दिशा $\mathbf{B}_0$ के विपरीत होती है। चित्र 6.8(a) में बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखी हुई एक प्रतिचुंबकीय पदार्थ की छड़ दिखाई गई है, जो चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं को प्रतिकर्षित करती है या दूर हटाती है और पदार्थ के अंदर चुंबकीय क्षेत्र कम हो जाता है। अधिकतर मामलों में, जैसा सारणी 6.2 से स्पष्ट है, क्षेत्र में यह कमी बहुत न्यून होती है, 10^5 भाग में एक भाग के बराबर। असमान चुंबकीय क्षेत्र में रखने पर छड़ में उच्च क्षेत्र से निम्न क्षेत्र की ओर चलने की प्रवृत्ति होगी।

कुछ प्रतिचुंबकीय पदार्थ हैं : बिस्मथ, ताँबा, सीसा, सिलिकन, नाइट्रोजन (STP पर), पानी एवं सोडियम क्लोराइड। सबसे अधिक असामान्य प्रतिचुंबकीय पदार्थ है श्रेणी 1 के *अति चालक*। ये धातुऐं हैं, जिनको यदि बहुत निम्न ताप तक ठंडा कर दिया जाता है तो ये पूर्ण चालकता एवं पूर्ण प्रति-चुंबकत्व दोनों प्रदर्शित करते हैं। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं पूर्णतः इनके बाहर रहती हैं, $\chi = -1$ एवं $\mu_r = 0$। एक अतिचालक, एक चुंबक को प्रतिकर्षित करेगा और (न्यूटन के तृतीय नियमानुसार) स्वयं इसके द्वारा प्रतिकर्षित होगा। अतिचालकों में पूर्ण प्रतिचुंबकत्व की यह परिघटना इसके आविष्कारक के नाम पर *माइस्नर प्रभाव* कहलाती है। अनेक भिन्न परिस्थितियों में इसका लाभ उठाया जा सकता है, जैसे कि, चुंबकीकृत अधरगामी अति तीव्र रेलगाड़ियों को चलाने में।

6.6.2 अनुचुंबकत्व

किसी अनुचुंबकीय पदार्थ के परमाणुओं (या आयनों या अणुओं) का अपना स्वयं का स्थायी चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण होता है। परमाणुओं की सतत यादृच्छिक तापीय गति के कारण कोई परिणामी चुंबकीकरण दृष्टिगत नहीं होता। पर्याप्त शक्तिशाली बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ की उपस्थिति में एवं निम्न तापक्रमों पर अलग-अलग परमाणुओं के द्विध्रुव आघूर्ण सरल रेखाओं में और $\mathbf{B}_0$ की दिशा के अनुदिश संरेखित किए जा सकते हैं। चित्र 6.8(b) बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखी हुई अनुचुंबकीय पदार्थ की एक छड़ प्रदर्शित करता है। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ पदार्थ के अंदर संकेंद्रित हो जाती हैं और अंदर चुंबकीय क्षेत्र बढ़ जाता है। अधिकतर मामलों में, जैसा सारणी 6.2 से प्रकट है कि यह वृद्धि अति न्यून है, 10^5 भागों में एक भाग। असमान चुंबकीय

चित्र 6.8 एक (a) प्रतिचुंबकीय (b) अनुचुंबकीय पदार्थ के निकट किसी बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के कारण चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं का व्यवहार

क्षेत्र में रखने पर यह छड़ निम्न क्षेत्र से उच्च क्षेत्र की ओर चलने की चेष्टा करेगी।

कुछ अनुचुंबकीय पदार्थ हैं: ऐलुमिनियम, सोडियम, कैल्शियम, ऑक्सीजन (STP पर) एवं कॉपर क्लोराइड। प्रयोगात्मक रूप से किसी अनुचुंबकीय पदार्थ का चुंबकन लगाए गए चुंबकीय क्षेत्र के अनुक्रमानुपाती एवं परम ताप T के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$M = C\frac{B_0}{T} \qquad [6.15(a)]$$

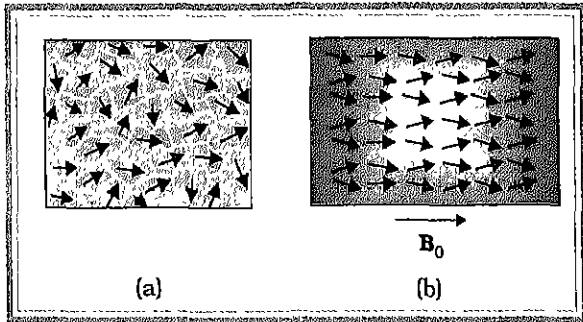
या दूसरे समतुल्य रूप में, समीकरण (6.8) एवं (6.12) के प्रयोग से

$$\chi = C\frac{\mu_0}{T} \qquad [6.15(b)]$$

यह इसके शोधकर्ता पियरे क्यूरी (1859-1906) के सम्मान में *क्यूरी का नियम* कहलाता है। नियतांक C को क्यूरी नियतांक कहते हैं। अतः किसी अनुचुंबकीय पदार्थ के लिए χ एवं μ_r दोनों का मान न केवल पदार्थ पर निर्भर करता है, वरन् (एक सरल रूप में) इसके ताप पर भी निर्भर करता है। बहुत उच्च चुंबकीय क्षेत्रों में या बहुत निम्न ताप पर, चुंबकन अपना अधिकतम मान ग्रहण करने लगता है, जबकि सभी परमाण्वीय द्विध्रुव आघूर्ण चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं के अनुदिश संरेखित हो जाते हैं। यह संतृप्त चुंबकन मान M_s कहलाता है। इसके परे, क्यूरी का नियम [समीकरण (6.15)] मान्य नहीं रह जाता है।

6.6.3 लोह-चुंबकत्व

लोह-चुंबकीय पदार्थ के अकेले परमाणुओं (आयनों या अणुओं) का भी अनुचुंबकीय पदार्थों की तरह ही चुंबकीय द्विध्रुव

आघूर्ण होता है। परंतु, वे एक-दूसरे के साथ इस प्रकार अन्योन्य क्रिया करते हैं कि एक स्थूल आयतन में (जिसे डोमेन कहते हैं) सब एक साथ एक दिशा में संरेखित हो जाते हैं। इस सहकारी प्रभाव की व्याख्या के लिए क्वांटम यांत्रिकी की आवश्यकता होती है, जो इस पाठ्यपुस्तक के क्षेत्र से बाहर है। प्रत्येक डोमेन का अपना परिणामी चुंबकन होता है। प्रारूपी डोमेन का आकार 1 mm है, और एक डोमेन में लगभग 10^{11} परमाणु होते हैं। प्रथमदृष्ट्या चुंबकन एक डोमेन से दूसरे डोमेन तक जाने पर यादृच्छिक रूप से बदलता है और किसी भी दिशा में आयतन चुंबकन शून्य हो जाता है। यह चित्र 6.9 (a) में दिखाया गया है। जब हम बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ लगाते हैं, तो डोमेन $\mathbf{B}_0$ के अनुदिश उन्मुख होने लगते हैं और साथ ही वह डोमेन जो $\mathbf{B}_0$ की दिशा में हैं, आकार में बढ़ने लगते हैं। डोमेनों का अस्तित्व और $\mathbf{B}_0$ के तहत उनके होने वाली गति अटकलबाजी नहीं है। सूक्ष्मदर्शी से किसी द्रव में तैराकर उनकी यादृच्छिक गति को देखा जा सकता है। चित्र 6.9 (b) वह स्थिति दर्शाता है जब सभी डोमेन पंक्तिबद्ध हो गए हैं और उन्होंने घुल-मिलकर एक अकेला विशाल डोमेन बना लिया है।

चित्र 6.9 (a) यादृच्छिक अभिविन्यासित डोमेन (b) पंक्तिबद्ध डोमेन।

इस प्रकार एक लोह-चुंबकीय पदार्थ में चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ बहुत अधिक संकेंद्रित हो जाती हैं। एक असमान चुंबकीय क्षेत्र में इस पदार्थ का नमूना अधिक शक्तिशाली चुंबकीय क्षेत्र वाले भाग की ओर चलने को प्रवृत्त होता है। हम यह सोच सकते हैं कि बाह्य क्षेत्र हटा लेने पर क्या होगा? कुछ चुंबकीय पदार्थों में चुंबकन बना रह जाता है। ऐसे पदार्थों को कठोर चुंबकीय पदार्थ या कठोर लोह चुंबक कहा जाता है। एलनिको (लोहे, ऐलुयूमिनियम, निकल, कोबाल्ट एवं तांबे का एक मिश्रधातु) ऐसा ही एक पदार्थ है और प्राकृतिक रूप में उपलब्ध लोडस्टोन दूसरा। इन पदार्थों से स्थायी चुंबक बनते हैं और इनका उपयोग चुंबकीय सुई बनाने के अलावा अन्य कार्यों में भी होता है। दूसरी ओर लोह-चुंबकीय पदार्थों की एक श्रेणी ऐसी है जिनका चुंबकन बाह्य क्षेत्र को हटाते ही खत्म हो जाता है। नर्म लोहा ऐसा ही एक पदार्थ है। उचित रूप से ही ऐसे पदार्थों को नर्म लोह-चुंबकीय पदार्थ कहा जाता है। बहुत से तत्त्व लोह-चुंबकीय हैं; जैसे–लोहा, कोबाल्ट, निकल, गैडोलिनियम आदि। इनकी आपेक्षिक चुंबकशीलता > 1000 है।

लोह-चुंबकीय गुण भी ताप पर निर्भर करता है। पर्याप्त उच्च ताप पर एक लोह चुंबक, अनुचुंबक बन जाता है। ताप बढ़ने पर डोमेन संरचनाएँ विघटित होने लगती हैं। ताप बढ़ने पर चुंबकन का विलोपन धीरे-धीरे होता है। यह एक तरह का प्रावस्था (Phase) परिवर्तन है वैसे ही जैसे किसी ठोस मणिभ (क्रिस्टल) का पिघलना। वह ताप जिस पर कोई लोह चुंबक, अनुचुंबक में परिवर्तित हो जाता है *क्यूरी ताप* (T_c) कहलाता है। सारणी 6.3 कुछ लोह-चुंबकों के क्यूरी ताप दर्शाती है।

सारणी 6.3 कुछ लोह-चुंबकीय पदार्थों के क्यूरी ताप

पदार्थ का नाम	T_c (K)
कोबाल्ट	1394
लोहा	1043
Fe_2O_3	893
निकल	631
गैडोलिनियम	317

क्यूरी ताप से उच्चतर ताप पर अर्थात् अनुचुंबकीय प्रावस्था में चुंबकीय प्रवृत्ति,

$$\chi = \frac{C}{T - T_C} \qquad (T > T_C)$$

जहाँ C एक नियतांक है। यह वह रूप है, जो लोह-चुंबकीय पदार्थों के लिए, क्यूरी का नियम [समीकरण (6.15)] क्यूरी ताप से उच्चतर ताप पर ग्रहण कर लेता है।

उदाहरण 6.8 लोह-चुंबकीय पदार्थ लोहे में कोई डोमेन $1 \mu m$ भुजा वाले घन के रूप में है। डोमेन में लोह परमाणुओं की संख्या, अधिकतम संभावित चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण और इसके चुंबकन का मान ज्ञात कीजिए। लोहे का परमाण्विक द्रव्यमान 55 g/mole और इसका घनत्त्व 7.9 g/cm^3 है। यह मान लीजिए कि प्रत्येक लोह परमाणु का चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण 9.27×10^{-24} A m^2 है।

हल घनीय डोमेन का आयतन होगा

$$V = (10^{-6})^3 = 10^{-18}\ m^3 = 10^{-12}\ cm^3$$

इसका द्रव्यमान = आयतन × घनत्व

$$= 7.9 \times 10^{-12}\ g$$

यह दिया गया है कि एक एवोगाद्रो संख्या (6.023×10^{23}) के बराबर लोह परमाणुओं का द्रव्यमान 55 g है। अतः डोमेन में परमाणुओं की संख्या,

$$N = \frac{7.9 \times 10^{-12} \times 6.023 \times 10^{23}}{55}$$

$$= 8.65 \times 10^{10} \text{ परमाणु}$$

अधिकतम संभावित चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण m_{max} तब प्राप्त होता है (यद्यपि यह एक अवास्तविक स्थिति है), जब सभी परमाण्विक आघूर्ण पूर्णतः पंक्तिबद्ध हो जाते हैं। अतः

$$m_{max} = (8.65 \times 10^{10}) \times (9.27 \times 10^{-24})$$
$$= 8.0 \times 10^{-13}\ A\ m^2$$

परिणामी चुंबकन का मान

$$M_{max} = \frac{m_{max}}{\text{डोमने आयतन}}$$

$$= \frac{8.0 \times 10^{-13}}{10^{-18}}$$

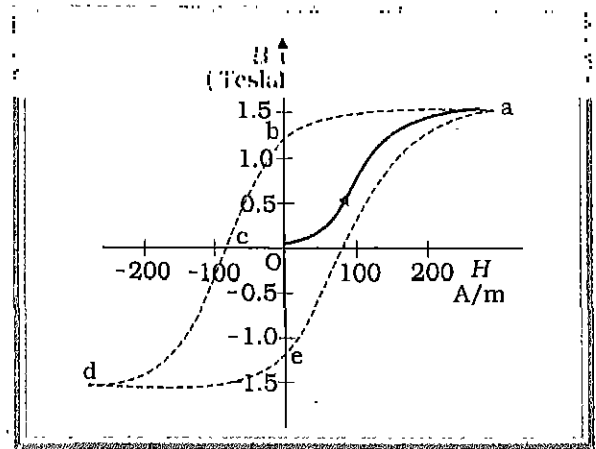
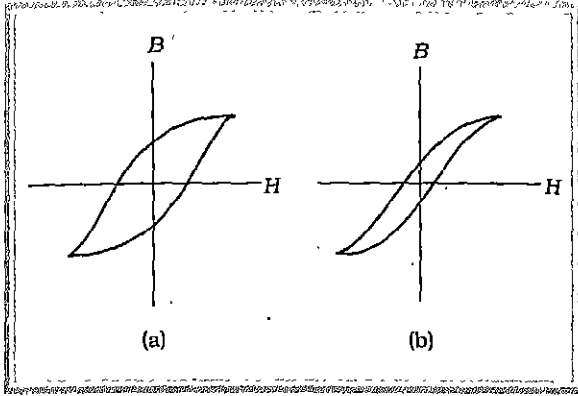
$$= 8.0 \times 10^5\ A\ m^{-1}.$$

लोह-चुंबकीय पदार्थों में **B** एवं **H** का संबंध बहुत जटिल है। प्रायः यह रैखिक संबंध नहीं होता एवं नमूने के चुंबकीय अतीत पर निर्भर करता है। चित्र 6.10 चुंबकन के एक चक्र में पदार्थ का व्यवहार चित्रित करता है। माना कि पदार्थ शुरू में बिल्कुल विचुंबकित है। हम इसको परिनालिका में रखते हैं और परिनालिका में धारा का मान बढ़ाते हैं। पदार्थ में चुंबकीय क्षेत्र B का मान बढ़ता है और अंत में संतृप्त हो जाता है जैसा कि वक्र Oa में चित्रित है। यह व्यवहार दर्शाता है कि डोमेन तब तक पंक्तिबद्ध और एक-दूसरे में विलीन होते रहते हैं जब तक कि आगे वृद्धि असंभव न हो जाए। इससे आगे धारा (और इस कारण चुंबकीय तीव्रता H) को बढ़ाने का कोई उपयोग नहीं है। फिर, हम H को घटाते हुए शून्य पर ले आते हैं। $H = 0$ पर $B \neq 0$ है। यह वक्र ab द्वारा प्रदर्शित है। $H = 0$ पर B का मान पदार्थ की *चुंबकीय धारणशीलता* या *अवशिष्ट चुंबकत्व* कहलाता है। चित्र 6.10 में, $B_R \sim 1.2$ T, जहाँ पादांक R पदार्थ की धारणशीलता व्यक्त करता है। बाह्य चुंबकनकारी क्षेत्र हटा लेने पर भी डोमेन पूर्णतः बेतरतीब विन्यास ग्रहण नहीं कर पाते। अब, परिनालिका में धारा की दिशा उलट देते हैं और धीरे-धीरे इसका मान बढ़ाते हैं। फलस्वरूप कुछ डोमेन पलटकर अपना विन्यास बदल लेते हैं, जब तक कि अंदर परिणामी क्षेत्र शून्य न हो जाए। यह वक्र bc द्वारा दर्शाया गया है। c बिंदु पर H का मान, पदार्थ की निग्राहिता कहलाती है। चित्र 6.10 में, $H_c \sim -90\ A\ m^{-1}$। प्रतिलोम धारा का परिमाण बढ़ाते जाने पर हम एक बार फिर संतृप्तता की स्थिति प्राप्त कर लेते हैं। वक्र cd यही दर्शाता है। संतृप्त चुंबकीय क्षेत्र $B_s = 1.5$ T है। एक बार फिर, धारा को कम किया जाता है (वक्र de) और फिर उलट दिया जाता है (वक्र ea)। यह चक्र दोहराया जाता रहता है। इस विषय में हम निम्नलिखित प्रेक्षण लेते हैं:

(i) जब H को कम किया जाता है, तो वक्र Oa पुनः अनुरेखित नहीं होता। H के दिए गए मान के लिए, B का कोई अद्वितीय मान लब्ध नहीं होता, यह नमूने के पूर्व इतिहास पर निर्भर करता है। यह परिघटना चुंबकीय शैथिल्य कहलाता है। शब्द *हिस्टेरिसिस* का अर्थ *चुंबकीय* पश्चता है ("इतिहास" नहीं)।

(ii) चित्र 6.10 में जब $B \approx 1.5$ T हो तो हमें $B/\mu_0 \approx 1.25 \times 10^6\ A\ m^{-1}$ प्राप्त होता है। जबकि, B के इस मान के संगत H का मान केवल 200 A m^{-1} है। इसका अर्थ यह हुआ कि प्रभावी आपेक्षिक चुंबकशीलता $\mu_r \approx 10000$। ऐसे बड़े मान लोह-चुंबकों की विशेषता है।

(iii) Oa, ab आदि वक्र के खंडों में से कोई भी रैखिक नहीं है। कहीं भी पर्याप्त परास पर, B चुंबकन क्षेत्र H के समानुपाती नहीं है।

(iv) ध्यान दीजिए कि $BH = B^2/(\mu_0 \mu_r)$ की विमाएं 'ऊर्जा प्रति इकाई आयतन' की विमाएं हैं। चित्र 6.10 में B-H लूप का क्षेत्रफल, पदार्थ के प्रति इकाई आयतन में

चित्र 6.10 चुंबकीय शैथिल्य पाश लोह-चुंबकीय पदार्थों के लिए B-H वक्र है।

चित्र 6.11 चुंबकीय शैथिल्य पाश (a) कठोर लोह-चुंबकीय पदार्थों के लिए (b) नर्म लोह-चुंबकीय पदार्थों के लिए।

ऊर्जा-क्षय को व्यक्त करता है। ऊर्जा का स्रोत वह रासायनिक बैटरी है जो परिनालिका में धारा प्रवाहित करती है। ऊर्जा का अभिगम परिनालिका के तार में होने वाला *जूल ऊष्मीकरण* ($i^2 R$) एवं चुंबकीय पदार्थ में होने वाला क्षयकारी *शैथिल्य ऊष्मीय ह्रास* है। कठोर लोह-चुंबकीय पदार्थ का शैथिल्य पाश चौड़ा होता है, जैसा कि चित्र 6.11 (a) में दिखाया गया है। इसकी निग्राहिता काफी अधिक होती है और यह स्थायी चुंबक बनाने के लिए प्रयोग किया जाता है। 'नर्म' लोह-चुंबकीय पदार्थ का शैथिल्य पाश संकरा होता है जैसा चित्र 6.11 (b) में दिखाया गया है। इसमें ऊर्जा-ह्रास बहुत कम होता है और साथ ही μ_r का मान चुंबकीय क्षेत्र में वृद्धि कर देता है। ऐसे नर्म लोह-चुंबकीय पदार्थ परिनालिकाओं या ट्रांस्फॉर्मरों के क्रोड के रूप में उपयोगी हैं, जहाँ जल्दी-जल्दी क्षेत्र की दिशा में परिवर्तन होता रहता है।

6.7 स्थायी चुंबक एवं विद्युत् चुंबक

वह पदार्थ जो कमरे के ताप पर अपने लोह-चुंबकीय गुण दीर्घ काल के लिए बनाए रख सकते हैं, स्थायी चुंबक कहलाते हैं। स्थायी चुंबक विभिन्न तरीकों से बनाए जा सकते हैं। लोहे की एक छड़ को उत्तर-दक्षिण दिशा में रख कर बार-बार इस पर हथौड़े से प्रहार करते हैं तो वह चुंबक बन जाती है। यह विधि चित्र 6.12 में दर्शायी गई है। यह चित्र एक 400 साल पुरानी पुस्तक से यह दर्शाने के लिए लिया गया है कि स्थायी चुंबक बनाने की कला काफी पुरानी है। स्थायी चुंबक बनाने के लिए एक स्टील की छड़ को पकड़ कर उसके ऊपर किसी छड़ चुंबक का एक सिरा एक ओर से दूसरी ओर स्पर्श कराते हुए बार-बार ले जाते हैं।

चित्र 6.12 एक लोहार, उत्तर-दक्षिण दिशा में रखी एक लाल गर्म लोहे की छड़ को हथौड़े से पीट कर चुंबक में बदलते हुए। यह आरेख सन 1600 में प्रकाशित, डॉ. विलियम गिल्बर्ट (जो इंग्लैंड की महारानी एलिजाबेथ के शाही चिकित्सक थे) की पुस्तक, 'डे मैग्नेटे' से है।

स्थायी चुंबक बनाने का एक प्रभावी तरीका यह है कि किसी परिनालिका के अंदर एक लोह-चुंबकीय पदार्थ की छड़ रखी जाए और उस परिनालिका में नियत दिष्ट धारा प्रवाहित की जाए। परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र छड़ को चुंबकित कर देता है।

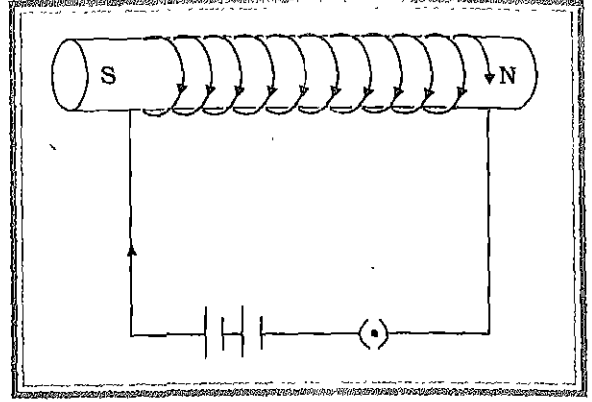
चुंबकीय शैथिल्य वक्र (चित्र 6.10 एवं 6.11) हमें स्थायी चुंबकों के लिए उचित पदार्थ चुनने में सहायता करते हैं। शक्तिशाली चुंबक बनाने के लिए पदार्थ की उच्च चुंबकीय धारणशीलता और उच्च निग्राहिता होनी चाहिए ताकि इधर-उधर के चुंबकीय क्षेत्रों या तापीय उतार-चढ़ावों या क्षुद्र यांत्रिक हानियों के कारण इसका चुंबकत्व आसानी से खत्म न हो जाए।

इसके अलावा पदार्थ की उच्च चुंबकशीलता होनी चाहिए। स्टील ऐसा ही एक पदार्थ है। इसकी धारणशीलता नर्म लोहे से कुछ कम है पर नर्म लोहे की निग्राहिता इतनी कम है कि सब गुणों को सोचें तो स्थायी चुंबक बनाने के लिए स्टील नर्म लोहे से बेहतर है। स्थायी चुंबकों के लिए उपयुक्त अन्य पदार्थों के नाम हैं : ऐलनिको (लोहे, एलुमिनियम, निकल, कोबाल्ट एवं तांबे का एक मिश्रधातु), कोबाल्ट-स्टील एवं टिकोनल।

विद्युत् चुंबक ऐसे लोह-चुंबकीय पदार्थों के बने होते हैं, जिनकी चुंबकशीलता बहुत अधिक एवं धारणशीलता बहुत कम होती है। नर्म लोहा विद्युत् चुंबकों के लिए एक उपयुक्त पदार्थ है। किसी परिनालिका के अंदर नर्म लोहे की छड़ रख कर हम उसमें नियत दिष्ट धारा प्रवाहित करते हैं, तो परिनालिका का

चुंबकीय क्षेत्र हजार गुना बढ़ जाता है। जब हम परिनालिका में धारा प्रवाहित करना बंद कर देते हैं, तो चुंबकीय क्षेत्र भी वस्तुतः समाप्त हो जाता है क्योंकि नर्म लोहे वाले क्रोड की चुंबकीय धारणशीलता बहुत कम है। यह व्यवस्था चित्र 6.13 में दर्शाई गई है।

कुछ अनुप्रयोगों में पदार्थ एक लंबे समय तक चुंबकन के प्रत्यावर्ती चक्र से गुजरता है। ट्रांसफॉर्मर के क्रोड एवं टेलीफोन के डायफ्राम में ऐसा ही होता है। इनमें प्रयुक्त पदार्थों के चुंबकीय शैथिल्य वक्र संकीर्ण होने चाहिए। परिणामस्वरूप इनमें ऊष्मा-क्षय एवं ताप वृद्धि कम होगी। इन पदार्थों की प्रतिरोधकता भी कम होनी चाहिए ताकि भंवर धाराओं* के कारण ऊर्जा क्षय में कमी रहे।

विद्युत् चुंबकों का अनुप्रयोग विद्युत् घंटियों, ध्वनि विस्तारक एवं दूरभाष यंत्रों में होता है। विशालकाय विद्युत् चुंबकों का क्रेनों में मशीनों या लोहे एवं स्टील की भारी वस्तुओं को उठाने के लिए इस्तेमाल किया जाता है।

चित्र 6.13 एक नर्म लोह क्रोड युक्त परिनालिका विद्युत् चुंबक की तरह व्यवहार करती है।

भारत के चुंबकीय क्षेत्र का मानचित्रण

अन्वेषण, संचार एवं नाविकी में व्यावहारिक अनुप्रयोगों के कारण दुनिया के अधिकतर देशों ने पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के ऐसे नक्शे बनाए हैं जिनकी परिशुद्धता भौगोलिक नक्शों के साथ तुलनीय है। भारत में, दक्षिण में त्रिवेंद्रम से उत्तर में गुलमर्ग तक एक दर्जन से अधिक वेधशालाएँ हैं। ये वेधशालाएँ मुंबई के कोलाबा में स्थित, भारतीय भू-चुंबकत्व संस्थान (IIG) के अधीन कार्य करती हैं। भारतीय भू-चुंबकत्व संस्थान, कोलाबा एवं अलीबाग वेधशालाओं के विस्तार स्वरूप, औपचारिक रूप से 1971 में स्थापित किया गया। भारतीय भू-चुंबकत्व संस्थान अपनी देशव्यापी वेधशालाओं के माध्यम से भू, समुद्र तल एवं अंतरिक्ष के चुंबकीय क्षेत्र एवं उनमें होने वाले उतार-चढ़ावों पर निगाह रखता है। इसकी सेवाएँ, तेल एवं प्राकृतिक गैस आयोग (ONGC), राष्ट्रीय समुद्र-विज्ञान संस्थान (NIO) एवं भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संगठन (ISRO) द्वारा प्रयोग की जाती हैं। यह उस विश्वव्यापी व्यवस्था का अंग है, जो लगातार प्रयत्नपूर्वक भू-चुंबकीय आंकड़ों को सुधारती रहती है। इसने अंटार्कटिक क्षेत्र के एक दर्जन से अधिक भारतीय अभियानों में भाग लिया है। भू-चुंबकीय अन्वेषण एक जीवंत एवं उत्तेजक वैज्ञानिक क्षेत्र है।

* भंवर-धाराओं के विषय में हम अध्याय 7 में अध्ययन करेंगे।

सारांश

1. चुंबकत्व विज्ञान एक प्राचीन विज्ञान है। यह अत्यंत प्राचीन काल से ज्ञात रहा है कि चुंबकीय पदार्थों में उत्तर-दक्षिण दिशा में संकेत करने की प्रवृत्ति होती है। समान ध्रुव एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विपरीत ध्रुव आकर्षित। किसी छड़ चुंबक को काटकर दो भागों में विभाजित करें तो दो छोटे चुंबक बन जाते हैं। चुंबक के ध्रुव अलग नहीं किए जा सकते।
2. जब $\mathbf{m}$ चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण वाले छड़ चुंबक को समांग चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ में रखते हैं, तो
   (a) इस पर लगने वाला कुल बल शून्य होता है।
   (b) बल आघूर्ण $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$ होता है।
   (c) इसकी स्थितिज ऊर्जा $-\mathbf{m}.\mathbf{B}$ होती है, जहाँ हमने शून्य ऊर्जा को उस विन्यास में लिया है जब $\mathbf{m}$ चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ के लंबवत् है।
3. लंबाई l एवं चुंबकीय आघूर्ण $\mathbf{m}$ का एक छड़ चुंबक लीजिए। इसके मध्य बिंदु से r दूरी पर, जहाँ $r >> l$, इस छड़ के कारण चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ का मान होगा,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi r^3} \qquad \text{(अक्ष के अनुदिश)}$$

$$= -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \qquad \text{(विषुवत रेखा के अनुदिश)}$$

4. चुंबकत्व संबंधी गाउस के नियमानुसार, किसी बंद पृष्ठ में से गुजरने वाला कुल चुंबकीय फ्लक्स हमेशा शून्य होता है।

$$\phi_B = \sum_{\substack{\text{सभी क्षेत्रफल}\\ \text{अंशों } \Delta S \text{ के लिए}}} \mathbf{B}.\Delta \mathbf{S} = 0$$

5. पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र लगभग एक ऐसे द्विध्रुव के समतुल्य है जिसका चुंबकीय आघूर्ण 8.0×10^{22} A m^{-1} हो। *यह द्विध्रुव पृथ्वी की घूर्णन अक्ष से एक छोटा कोण बनाता है।* इसका *चुंबकीय उत्तरी ध्रुव* N_m, भौगोलिक दक्षिणी ध्रुव S_g के समीप स्थित है और *चुंबकीय दक्षिण ध्रुव* S_m *भौगोलिक उत्तरी ध्रुव* N_g के निकट। पृथ्वी की सतह पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण $\simeq 4 \times 10^{-5}$ T
6. पृथ्वी की सतह पर इसके चुंबकीय क्षेत्र का विवरण देने के लिए तीन राशियाँ आवश्यक हैं– चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव, चुंबकीय दिक्पात एवं चुंबकीय नति। कृपया दिक्पात एवं नति की सही परिभाषा पाठ्य में देखें।
7. माना कि कोई पदार्थ एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ में रखा है। *चुंबकीय तीव्रता* की परिभाषा है,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}$$

   पदार्थ का चुंबकन $\mathbf{M}$ इसका द्विध्रुव आघूर्ण प्रति इकाई आयतन है। पदार्थ के अंदर चुंबकीय क्षेत्र

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

8. रैखिक पदार्थ के लिए,

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \text{ जिससे कि } \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

एवं χ पदार्थ की चुंबकीय प्रवृत्ति कहलाती है। राशियों χ, आपेक्षिक चुंबकशीलता μ_r एवं चुंबकशीलता μ में निम्नलिखित संबंध हैं :

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$

9. चुंबकीय पदार्थों को मोटे तौर पर तीन श्रेणियों में विभाजित करते हैं : प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लोह-चुंबकीय। प्रतिचुंबकीय पदार्थों के लिए χ का मान ऋणात्मक और प्रायः बहुत कम होता है, अनु-चुंबकीय पदार्थों के लिए χ धनात्मक एवं बहुत कम है। लोह-चुंबकों के लिए χ धनात्मक एवं बहुत अधिक मान वाला है और ये **B** एवं **H** के रैखिक संबंधों से भी पहचाने जाते हैं। वे शैथिल्यता का गुण प्रदर्शित करते हैं, जैसा कि पाठ्य में समझाया गया है।

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
निर्वात की चुंबकशीलता	μ_0	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$ $N\,A^{-2}$	$\mu_0/4\pi = 10^{-7}$
चुंबकीय क्षेत्र; चुंबकीय प्रेरण; चुंबकीय फ्लक्स घनत्व	**B**	सदिश	$[MT^{-2}A^{-1}]$	T (टेस्ला)	10^4 G (गाउस) = 1 T
चुंबकीय आघूर्ण	**m**	सदिश	$[L^2A]$	$A\,m^2$	
चुंबकीय फ्लक्स	ϕ_B	अदिश	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$	W (वेबर)	$W = T\,m^2$
चुंबकन	**M**	सदिश	$[L^{-1}A]$	$A\,m^{-1}$	$\frac{\text{चुंबकीय आघूर्ण}}{\text{आयतन}}$
चुंबकीय तीव्रता चुंबकीय क्षेत्र सामर्थ्य	**H**	सदिश	$[L^{-1}A]$	$A\,m^{-1}$	$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$
चुंबकीय प्रवृत्ति	χ	अदिश	-	-	$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$
आपेक्षिक चुंबकशीलता	μ	अदिश	-	-	$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$
चुंबकशीलता	μ	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$ $N\,A^{-2}$	$\mu = \mu_0 \mu_r$ $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$

विचारणीय विषय

1. गतिमान आवेशों/धाराओं के माध्यम से चुंबकीय प्रक्रमों की संतोषजनक समझ सन 1800 ई. के बाद पैदा हुई। लेकिन, चुंबकों के दैशिक गुणों का तकनीकी प्रयोग इस वैज्ञानिक समझ से दो हजार वर्ष पूर्व होने लगा था। अतः अभियांत्रिक अनुप्रयोगों के लिए, वैज्ञानिक समझ का होना कोई आवश्यक शर्त नहीं है। आदर्श स्थिति यह है, कि विज्ञान और अभियांत्रिकी एक-दूसरे से सहयोग करते हुए चलते हैं। कभी विज्ञान अभियांत्रिकी को आगे बढ़ाता है तो कभी अभियांत्रिकी विज्ञान को।

2. एकल चुंबकीय ध्रुवों का अस्तित्व नहीं होता। अगर आप एक चुंबक को काट कर दो टुकड़े करते हैं, तो आपको दो छोटे चुंबक प्राप्त होते हैं। इसके विपरीत पृथक्कृत धनात्मक एवं ऋणात्मक विद्युत् आवेशों का अस्तित्व है। एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश का परिमाण $|e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C होता है, जो आवेश का सूक्ष्मतम मान है। अन्य सभी आवेश, इस न्यूनतम इकाई आवेश के पूर्ण गुणांक होते हैं। दूसरे शब्दों में, आवेश क्वांटीकृत होते हैं। भौतिक विज्ञानी पॉल डिराक ने अनुमान लगाया है कि ये दोनों अव्याख्यायित तथ्य परस्पर अंतर्संबंधित हैं। उन्होंने यह प्रदर्शित किया कि यदि एकल चुंबकीय ध्रुव का अस्तित्व हो, तो आवेश क्वांटीकृत होते हैं।

3. इस तथ्य का कि चुंबकीय एकल ध्रुवों का अस्तित्व नहीं होता, एक परिणाम यह है कि चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ सतत हैं और बंद लूप बनाती हैं। इसके विपरीत, वैद्युत बल रेखाएँ धनावेश से शुरू होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं (या अनंत में लीन हो जाती हैं)।

4. पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र इसके अंदर रखे एक विशाल छड़ चुंबक के कारण नहीं है। पृथ्वी का क्रोड गर्म एवं पिघली हुई अवस्था में है। शायद इस क्रोड में प्रवाहित होने वाली संवहन धाराएँ ही पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के लिए जिम्मेदार हैं। वह कौन-सा 'जनित्र' प्रभाव है, जो इन धाराओं को बनाये रखता है और क्यों पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र लगभग हर दस लाख सालों में अपनी ध्रुवता उलट लेता है, हम नहीं जानते।

5. चुंबकीय प्रवृत्ति χ के मान में अत्याल्प अंदर से पदार्थ के व्यवहार में मूलभूत अंतर पाया जाता है, जैसे प्रतिचुंबक और अनुचुंबक। प्रतिचुंबकीय पदार्थों के लिए $\chi \approx -10^{-5}$ जबकि अनुचुंबकीय पदार्थों के लिए $\chi \approx +10^{-5}$।

6. एक परिपूर्ण प्रतिचुंबक होता है जिसको हम अतिचालक श्रेणी-I कहते हैं। यह एक वस्तु है जिसका ताप बहुत कम कर दिया गया है। इसके लिए $\chi = -1$, $\mu_r = 0$, $\mu = 0$। बाह्य चुंबकीय क्षेत्र पूर्णतः इसके बाहर ही रहता है। एक मनोरंजक तथ्य यह है कि यह पदार्थ एक परिपूर्ण चालक भी है। परंतु, ऐसा कोई चिरसम्मत सिद्धांत नहीं है जो इन दोनों गुणों में एक सूत्रता ला सके। बार्डीन, कूपर एवं श्रीफर ने एक क्वांटम यांत्रिकीय सिद्धांत (BCS सिद्धांत) दिया है, जो इन प्रभावों की व्याख्या कर सकता है। BCS सिद्धांत 1957 में प्रस्तावित किया गया था और बाद में, 1970 में, भौतिकी के नोबेल पुरस्कार के रूप में इसको मान्यता प्राप्त हुई।

7. चुंबकीय शैथिल्यता की परिघटना, पदार्थों के प्रत्यास्थता संबंधी मिलते-जुलते व्यवहार की याद दिलाता है। जैसे–प्रतिबल, विकृति के अनुक्रमानुपाती होना आवश्यक नहीं है वैसे ही यहाँ H एवं B (या M) में रैखिक संबंध नहीं है। प्रतिबल-विकृति वक्र शैथिल्यता का प्रदर्शन करता है और इससे घिरा हुआ क्षेत्रफल प्रति इकाई आयतन में होने वाला ऊर्जा क्षय व्यक्त करता है। B-H चुंबकीय शैथिल्य वक्र की भी इसी तरह की व्याख्या की जा सकती है।

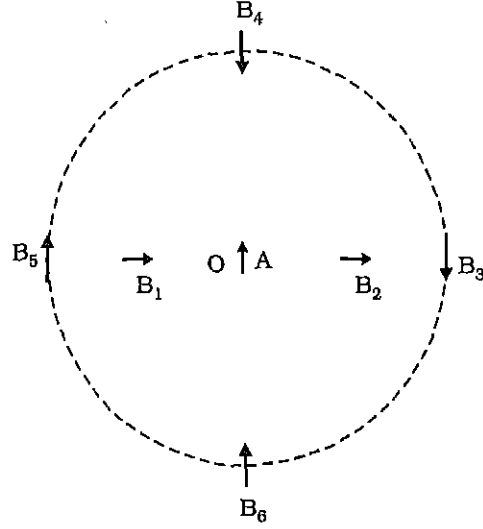
8. प्रतिचुंबकत्व सर्वव्यापी है। यह सभी पदार्थों में विद्‌यमान है। परंतु अनुचुंबकीय एवं लोह-चुंबकीय पदार्थों में, यह बहुत क्षीण होता है और इसका पता लगाना बहुत कठिन है।
9. हमने पदार्थों का प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लोह-चुंबकीय रूपों में वर्गीकरण किया है। लेकिन चुंबकीय पदार्थों के इनके अलावा भी कुछ प्रकार हैं; जैसे-फेरी चुंबकीय, प्रति लोह-चुंबकीय, स्पिन-काँच आदि जिनके गुण बहुत ही असामान्य एवं रहस्यमय हैं।

अभ्यास

6.1 चित्र 6.14 में O बिंदु पर रखी गई एक छोटी चुंबकीय सुई A दिखाई गई है। तीर इसके चुंबकीय आघूर्ण की दिशा दर्शाता है। दूसरे तीर, दूसरी समरूप चुंबकीय सूई B की विभिन्न स्थितियों (एवं चुंबकीय आघूर्ण के दिक्‌विन्यासों) को प्रदर्शित करते हैं।

(a) किस विन्यास में यह निकाय संतुलन में नहीं होगा?

(b) किस विन्यास में निकाय (i) स्थायी (ii) अस्थायी संतुलन में होंगे?

(c) दिखाए गए सभी विन्यासों में किसमें न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा है?

चित्र 6.14

6.2 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) क्या होता है, जब किसी छड़ चुंबक को दो टुकड़ों में काटते हैं? (i) लंबाई के अनुप्रस्थ (ii) लंबाई के अनुदिश।

(b) यदि एक लोहे की बनी छड़ चुंबक को पिघलाएँ, तो क्या होगा? क्या यह अपना चुंबकत्व बनाए रख पाती है?

(c) एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में एक चुंबकीकृत सूई पर बलआघूर्ण तो प्रभावी होता है, पर कोई परिणामी बल नहीं लगता। लेकिन एक छड़ चुंबक के पास रखी लोहे की कील पर बलआघूर्ण के साथ-साथ बल भी लगता है। क्यों?

(d) क्या प्रत्येक चुंबकीय क्षेत्र-विन्यास का एक उत्तरी ध्रुव और एक दक्षिणी ध्रुव होना आवश्यक है। एक टोरॉइड के चुंबकीय क्षेत्र के बारे में बताइए।

(e) क्या आप ऐसा चुंबकीय क्षेत्र विन्यास सोच सकते हैं, जिसमें तीन ध्रुव हों?

(f) दो, एक जैसी दिखने वाली लोहे की छड़ें A एवं B दी गई हैं। यह ज्ञात है कि उनमें से एक तो निश्चित रूप से चुंबकित है ही (लेकिन यह नहीं मालूम कि कौन सी)। आप कैसे सुनिश्चित करेंगे कि दोनों छड़ें चुंबकित हैं या एक ही? और यदि केवल एक छड़ चुंबकित है, तो कैसे पता लगाएँगे कि वह कौन सी छड़ है? [आपको छड़ A एवं B के अतिरिक्त अन्य कोई चीज प्रयोग नहीं करनी है।]

6.3 भू-चुंबकत्व संबंधी निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) एक सदिश को पूर्ण रूप से व्यक्त करने के लिए तीन राशियों की आवश्यकता होती है। उन तीन स्वतंत्र राशियों के नाम लिखिए, जो परंपरागत रूप से पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र को व्यक्त करने के लिए प्रयुक्त होती हैं।

(b) दक्षिण भारत में किसी स्थान पर नति कोण का मान लगभग 18° है। ब्रिटेन में आप इससे अधिक नति कोण की अपेक्षा करेंगे या कम की?

(c) यदि आप ऑस्ट्रेलिया के मेल्बोर्न शहर में भू-चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं का नक्शा बनाएँ तो ये रेखाएँ पृथ्वी के अंदर जाएँगी या इससे बाहर आएँगी?

(d) एक चुंबकीय सूई, जो क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतंत्र है, यदि भू-चुंबकीय उत्तर या दक्षिण ध्रुव पर रखी हो तो यह किस दिशा में संकेत करेगी?

(e) यह माना जाता है कि पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र लगभग एक चुंबकीय द्विध्रुव के क्षेत्र जैसा है जो पृथ्वी के केंद्र पर रखा है और जिसका द्विध्रुव आघूर्ण $8 \times 10^{22} JT^{-1}$ है। कोई ढंग सुझाइए, जिससे इस संख्या की परिमाण की कोटि जाँची जा सके।

(f) भू-गर्भशास्त्रियों का मानना है कि मुख्य N-S चुंबकीय ध्रुवों के अलावा, पृथ्वी की सतह पर कई अन्य स्थानीय ध्रुव भी हैं, जो विभिन्न दिशाओं में विन्यस्त हैं। ऐसा होना कैसे संभव है?

6.4 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) एक जगह से दूसरी जगह जाने पर पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र बदलता है। क्या यह समय के साथ भी बदलता है? यदि हाँ, तो कितने समय अंतराल पर इसमें पर्याप्त परिवर्तन होते हैं?

(b) पृथ्वी के क्रोड में लोहा है, यह ज्ञात है। फिर भी भूगर्भशास्त्री इसको पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का स्रोत नहीं मानते। क्यों?

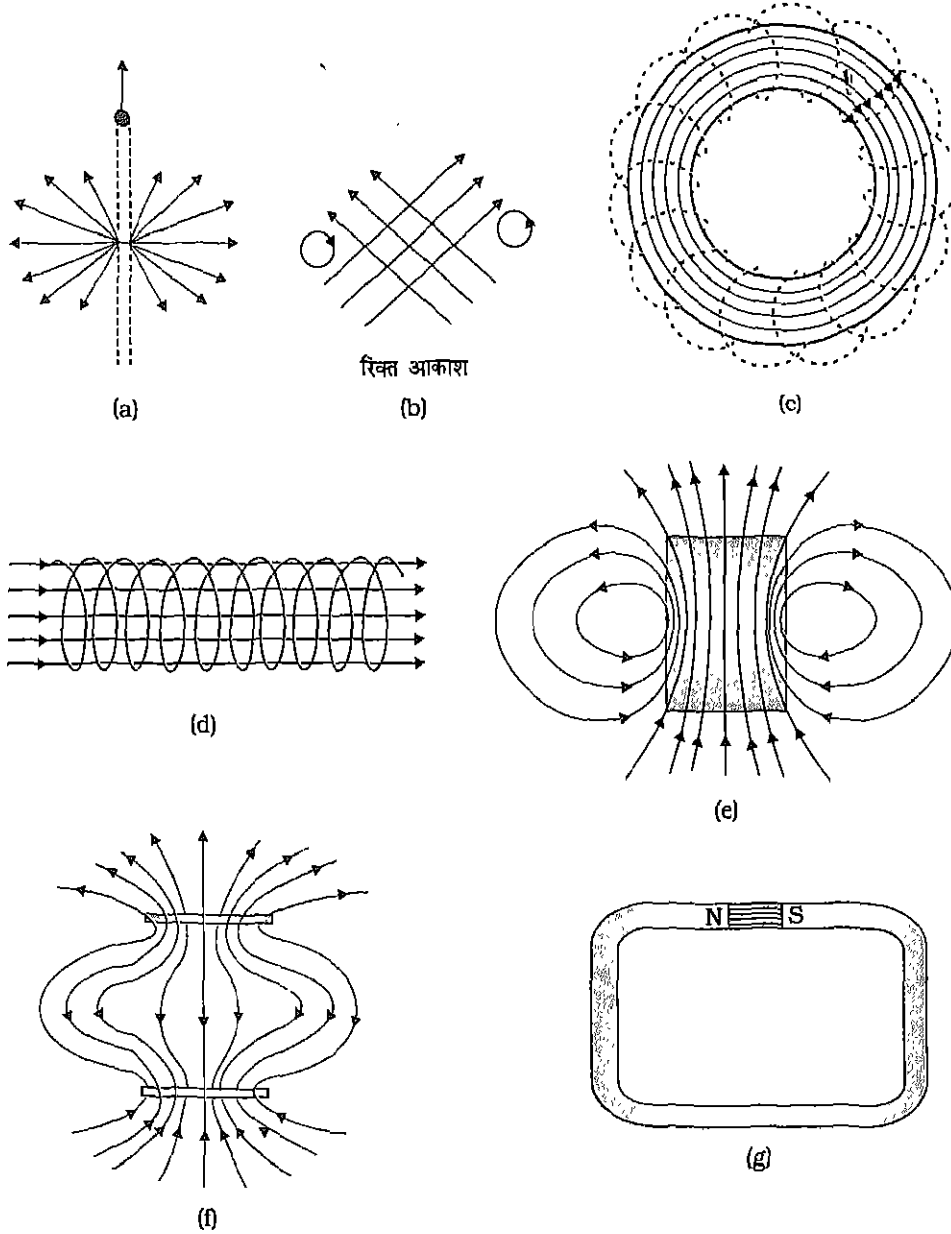
(c) पृथ्वी के क्रोड के बाहरी चालक भाग में प्रवाहित होने वाली आवेश धाराएँ भू-चुंबकीय क्षेत्र के लिए उत्तरदायी समझी जाती हैं। इन धाराओं को बनाए रखने वाली बैटरी (ऊर्जा स्रोत) क्या हो सकती है?

(d) अपने 4-5 अरब वर्षों के इतिहास में पृथ्वी अपने चुंबकीय क्षेत्र की दिशा कई बार उलट चुकी होगी। भूगर्भशास्त्री, इतने सुदूर अतीत के पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के बारे में कैसे जान पाते हैं?

(e) बहुत अधिक दूरियों पर (30,000 km से अधिक) पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र अपनी द्विध्रुवीय आकृति से काफी भिन्न हो जाता है। कौन से कारक इस विकृति के लिए उत्तरदायी हो सकते हैं?

(f) अंतर्नक्षत्रीय अंतरिक्ष में 10^{-12} T की कोटि का बहुत ही क्षीण चुंबकीय क्षेत्र होता है। क्या इस क्षीण चुंबकीय क्षेत्र के भी कुछ प्रभावी परिणाम हो सकते हैं? समझाइए।

[**टिप्पणी :** प्रश्न 6.4 का उद्देश्य मुख्यत: आपकी जिज्ञासा जगाना है। उपरोक्त कई प्रश्नों के उत्तर या तो काम चलाऊ हैं या अज्ञात हैं। जितना संभव हो सका, प्रश्नों के संक्षिप्त उत्तर पुस्तक के अंत में दिए गए हैं। विस्तृत उत्तरों के लिए आपको भू-चुंबकत्व पर कोई अच्छी पाठ्यपुस्तक देखनी होगी।]

6.5 नीचे दिए गए चित्रों में से कई में चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं गलत दर्शाई गई हैं [चित्रों में मोटी रेखाएँ]। पहचानिए कि उनमें गलती क्या है? इनमें से कुछ में वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ ठीक-ठीक दर्शाई गई हैं। बताइए, वे कौन से चित्र हैं?

चित्र 6.15

6.6 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर ध्यानपूर्वक दीजिए:

(a) चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं, (हर बिंदु पर) वह दिशा बताती हैं, जिसमें (उस बिंदु पर रखी) चुंबकीय सूई संकेत करती है। क्या चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं प्रत्येक बिंदु पर गतिमान आवेशित कण पर आरोपित बल रेखाएं भी हैं?

(b) एक टोरॉइड में तो चुंबकीय क्षेत्र पूर्णतः क्रोड के अंदर सीमित रहता है, पर परिनालिका में ऐसा नहीं होता। क्यों?

(c) यदि चुंबकीय एकल ध्रुवों का अस्तित्व होता, तो चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम क्या रूप ग्रहण करता?

(d) क्या कोई छड़ चुंबक, अपने क्षेत्र की वजह से अपने ऊपर बल आघूर्ण आरोपित करती है? क्या किसी धारावाही तार का एक अवयव उसी तार के दूसरे अवयव पर बल आरोपित करता है।

(e) गतिमान आवेशों के कारण चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होते हैं। क्या कोई ऐसी प्रणाली है जिसका चुंबकीय आघूर्ण होगा, यद्यपि उसका नेट आवेश शून्य है।

(f) चुंबकीय बल हमेशा आवेश के वेग के लंबवत् होता है और इसलिए कोई कार्य नहीं करता। एक चुंबक के पास लोहे की कील, छोड़ देने पर, चुंबक से चिपकने के लिए इसकी ओर चलती है जिससे इसकी गतिज ऊर्जा बढ़ती है। गतिज ऊर्जा में इस वृद्धि के लिए यदि चुंबकीय क्षेत्र उत्तरदायी नहीं है, तो फिर क्या उत्तरदायी है?

6.7 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) (एक ही चुंबककारी क्षेत्र के लिए), ठंडा करने पर किसी अनुचुंबकीय पदार्थ का नमूना अधिक चुंबकन क्यों प्रदर्शित करता है?

(b) अनुचुंबकत्व के विपरीत, प्रतिचुंबकत्व पर ताप का प्रभाव लगभग नहीं होता। क्यों?

(c) यदि एक टोरॉइड में विस्मथ का क्रोड लगाया जाए, तो इसके अंदर चुंबकीय क्षेत्र उस स्थिति की तुलना में (तनिक) कम होगा या (तनिक) ज्यादा होगा, जबकि क्रोड खाली हो?

(d) क्या किसी लोह-चुंबकीय पदार्थ की चुंबकशीलता चुंबकीय क्षेत्र पर निर्भर करती है? यदि हाँ, तो उच्च चुंबकीय क्षेत्रों के लिए इसका मान कम होगा या अधिक?

(e) किसी लोह चुंबक की सतह के प्रत्येक बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं सदैव लंबवत् होती हैं [इस तथ्य की उन स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाओं से साम्यता है जो कि चालक की सतह के प्रत्येक बिंदु पर लंबवत् होती हैं]। क्यों?

(f) क्या किसी अनुचुंबकीय नमूने का अधिकतम संभव चुंबकन, लोह चुंबक के चुंबकन के परिमाण की कोटि का होगा?

6.8 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) लोह-चुंबकीय पदार्थ के चुंबकन वक्र की अनुत्क्रमणीयता, डोमेनो के आधार पर गुणात्मक दृष्टिकोण से समझाइए।

(b) नर्म लोहे के एक टुकड़े के शैथिल्य पाश का क्षेत्रफल, कार्बन-स्टील के टुकड़े के शैथिल्य पाश के क्षेत्रफल से कम होता है। यदि पदार्थ को बार-बार चुंबकन चक्र से गुजारा जाए तो कौन सा टुकड़ा अधिक ऊष्मा ऊर्जा का क्षय करेगा?

(c) लोह चुंबक जैसा शैथिल्य पाश प्रदर्शित करने वाली कोई प्रणाली स्मृति संग्रहण की युक्ति है। इस कथन की व्याख्या कीजिए।

(d) कैसेट के चुंबकीय फीतों पर पर्त चढ़ाने के लिए या आधुनिक कंप्यूटर में स्मृति संग्रहण के लिए, किस तरह के लोह-चुंबकीय पदार्थों का इस्तेमाल होता है?

(e) किसी स्थान को चुंबकीय क्षेत्र से परिरक्षित करना है। कोई विधि सुझाइए।

6.9 एक छोटा छड़ चुंबक जो एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र 0.25 T के साथ 30° का कोण बनाता है, पर 4.5×10^{-2} J का बल आघूर्ण लगता है। चुंबक के चुंबकीय आघूर्ण का परिमाण क्या है?

6.10 चुंबकीय आघूर्ण $m = 0.32\ JT^{-1}$ वाला एक छोटा छड़ चुंबक, 0.15 T के एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखा है। यदि यह छड़ क्षेत्र के तल में घूमने के लिए स्वतंत्र हो, तो क्षेत्र के किस विन्यास में यह (i) स्थायी होगी और (ii) अस्थायी संतुलन में होगी? प्रत्येक स्थिति में चुंबक की स्थितिज ऊर्जा का मान बताइए।

6.11 एक परिनालिका में पास-पास लपेटे गए 800 फेरे हैं, इसका क्षेत्रफल $2.5 \times 10^{-4}\ m^2$ है और इसमें 3.0 A धारा प्रवाहित हो रही है। समझाइए कि किस अर्थ में यह परिनालिका एक छड़ चुंबक की तरह व्यवहार करती है? इसके साथ जुड़ा हुआ चुंबकीय आघूर्ण कितना है?

6.12 यदि प्रश्न 6.11 में बताई गई परिनालिका ऊर्ध्वाधर दिशा के आस-पास घूमने के लिए स्वतंत्र हो और इस पर क्षैतिज दिशा में एक 0.25 T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए, तो इस परिनालिका पर लगने वाले बल आघूर्ण का परिमाण उस समय क्या होगा, जब इसकी अक्ष आरोपित क्षेत्र की दिशा से 30° का कोण बना रही होगी?

6.13 एक छड़ चुंबक जिसका चुंबकीय आघूर्ण $1.5\ JT^{-1}$ है, 0.22 T के एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश रखा है।

(a) एक बाह्य बल आघूर्ण कितना कार्य करेगा यदि यह चुंबक को चुंबकीय क्षेत्र के (i) लंबवत् (ii) विपरीत दिशा में संरेखित करने के लिए घुमा दे।

(b) स्थिति (i) एवं (ii) में चुंबक पर कितना बल आघूर्ण प्रभावी होता है?

6.14 एक परिनालिका जिसमें पास-पास 2000 फेरे लपेटे गए हैं, जिसकी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $1.6 \times 10^{-4}\ m^2$ है और जिसमें 4.0 A की धारा प्रवाहित हो रही है, इसके केंद्र से इस प्रकार लटकायी गई है कि यह एक क्षैतिज तल में घूम सके।

(a) परिनालिका के चुंबकीय आघूर्ण का मान क्या है?

(b) परिनालिका पर लगने वाला बल एवं बल आघूर्ण क्या है, यदि इस पर, इसकी अक्ष से 30° का कोण बनाता हुआ 7.5×10^{-2} T का एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए?

6.15 एक चुंबकीय सूई चुंबकीय याम्योत्तर के समांतर एक ऊर्ध्वाधर तल में घूमने के लिए स्वतंत्र है। इसका उत्तरी ध्रुव क्षैतिज से 22° के कोण पर नीचे की ओर झुका है। इस स्थान पर चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज अवयव का मान 0.35 G है। इस स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिए।

6.16 दक्षिण अफ्रीका में किसी स्थान पर एक चुंबकीय सूई भौगोलिक उत्तर से 12° पश्चिम की ओर संकेत करती है। चुंबकीय याम्योत्तर में संरेखित नति-वृत्त की चुंबकीय सूई का उत्तरी ध्रुव क्षैतिज से 60° उत्तर की ओर संकेत करता है। पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव मापने पर 0.16 G पाया जाता है। इस स्थान पर पृथ्वी के क्षेत्र का परिमाण और दिशा बताइए।

6.17 किसी छोटे छड़ चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण $0.48\ JT^{-1}$ है। चुंबक के केंद्र से 10 cm की दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर इसके चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा बताइए यदि यह बिंदु (i) चुंबक के अक्ष पर स्थित हो (ii) चुंबक की विषुवत रेखा (अभिलंब समद्विभाजक) पर स्थित हो।

6.18 क्षैतिज तल में रखे एक छोटे छड़ चुंबक का अक्ष, चुंबकीय उत्तर-दक्षिण दिशा के अनुदिश है। संतुलन बिंदु चुंबक के अक्ष पर, इसके केंद्र से 14 cm दूर स्थित है। इस स्थान पर पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र 0.36 G एवं नति कोण शून्य है। चुंबक के अभिलंब समद्विभाजक पर इसके केंद्र से उतनी ही दूर (14 cm) स्थित किसी बिंदु पर परिणामी चुंबकीय क्षेत्र क्या होगा?

6.19 यदि प्रश्न 6.18 में वर्णित चुंबक को 180° से घुमा दिया जाए तो संतुलन बिंदुओं की नई स्थिति क्या होगी?

6.20 एक छोटा छड़ चुंबक, जिसका चुंबकीय आघूर्ण $5.25 \times 10^{-2} JT^{-1}$ है, इस प्रकार रखा है कि इसका अक्ष पृथ्वी के क्षेत्र की दिशा के लंबवत् है। चुंबक के केंद्र से कितनी दूरी पर, परिणामी क्षेत्र पृथ्वी के क्षेत्र की दिशा से 45° का कोण बनाएगा, यदि हम (a) अभिलंब समद्विभाजक पर देखें। (b) अक्ष पर देखें। इस स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण 0.42 G है। प्रयुक्त दूरियों की तुलना में चुंबक की लंबाई की उपेक्षा कर सकते हैं।

6.21 एक वृत्ताकार कुंडली जिसमें 16 फेरे हैं, जिसकी त्रिज्या 10 cm है और जिसमें 0.75 A धारा प्रवाहित हो रही है, इस प्रकार रखी है कि इसका तल, 5.0×10^{-2} T परिमाण वाले बाह्य क्षेत्र के लंबवत् है। कुंडली, चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत् और इसके अपने तल में स्थित एक अक्ष के चारों तरफ घूमने के लिए स्वतंत्र है। यदि कुंडली को जरा-सा घुमा कर छोड़ दिया जाए तो यह अपनी स्थायी संतुलनावस्था के इधर-उधर 2.0 s^{-1} की आवृत्ति से दोलन करती है। कुंडली का, अपनी घूर्णन अक्ष के परित: जड़त्वाघूर्ण क्या है?

अतिरिक्त अभ्यास

6.22 एक लंबे, सीधे, क्षैतिज केबल में, 2.5 A धारा, 10° दक्षिण-पश्चिम से 10° उत्तर-पूर्व की ओर प्रवाहित हो रही है। इस स्थान पर चुंबकीय याम्योत्तर भौगोलिक याम्योत्तर के 10° पश्चिम में है। यहाँ पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र 0.33 G एवं नति कोण शून्य है। उदासीन बिंदुओं की रेखा निर्धारित कीजिए। (केबल की मोटाई की उपेक्षा कर सकते हैं।)।

6.23 किसी स्थान पर एक टेलिफोन केबल में चार लंबे, सीधे, क्षैतिज तार हैं जिनमें से प्रत्येक में 1.0 A की धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है। इस स्थान पर पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र 0.39 G एवं नति कोण 35° है। दिक्पात कोण लगभग शून्य है। केबल के 4.0 cm नीचे और 4.0 cm ऊपर परिणामी चुंबकीय क्षेत्रों के मान क्या होंगे?

6.24 एक चुंबकीय सूई जो क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतंत्र है, 30 फेरों एवं 12 cm त्रिज्या वाली एक कुंडली के केंद्र पर रखी है। कुंडली एक ऊर्ध्वाधर तल में है और चुंबकीय याम्योत्तर से 45° का कोण बनाती है। जब कुंडली में 0.35 A धारा प्रवाहित होती है, चुंबकीय सूई पश्चिम से पूर्व की ओर संकेत करती है।

(a) इस स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज अवयव का मान ज्ञात कीजिए।

(b) कुंडली में धारा की दिशा उलट दी जाती है और इसको अपनी ऊर्ध्वाधर अक्ष पर वामावर्त दिशा में (ऊपर से देखने पर) 90° के कोण पर घुमा दिया जाता है। चुंबकीय सूई किस दिशा मं ठहरेगी? इस स्थान पर चुंबकीय दिक्पात शून्य है।

6.25 एक चुंबकीय द्विध्रुव दो चुंबकीय क्षेत्रों के प्रभाव में है। ये क्षेत्र एक-दूसरे से 60° का कोण बनाते हैं और उनमें से एक क्षेत्र का परिमाण 1.2×10^{-2} T है। यदि द्विध्रुव स्थायी संतुलन में इस क्षेत्र से 15° का कोण बनाएँ, तो दूसरे क्षेत्र का परिमाण क्या होगा?

6.26 एक सम-ऊर्जी 18 keV वाले इलेक्ट्रॉनों के किरण पुंज पर जो शुरू में क्षैतिज दिशा में गतिमान है, 0.4 G का एक क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र, जो किरण पुंज की प्रारंभिक दिशा के लंबवत् है, लगाया गया है। आकलन

कीजिए 30 cm की क्षैतिज दूरी चलने में किरण पुंज कितनी दूरी ऊपर या नीचे विस्थापित होगा? ($m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C)।

[**टिप्पणी:** इस प्रश्न में आँकड़े इस प्रकार चुने गए हैं कि उत्तर से आपको यह अनुमान हो, कि TV सेट में इलेक्ट्रॉन गन से पर्दे तक इलेक्ट्रॉन किरण पुंज की गति भू-चुंबकीय क्षेत्र से किस प्रकार प्रभावित होती है]।

6.27 अनुचुंबकीय लवण के एक नमूने में 2.0×10^{24} परमाणु द्विध्रुव हैं, जिनमें से प्रत्येक का द्विध्रुव आघूर्ण 1.5×10^{-23} J T^{-1} है। इस नमूने को 0.84 T के एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखा गया और 4.2 K ताप तक ठंडा किया गया। इसमें 15% चुंबकीय संतृप्तता आ गई। यदि इस नमूने को 0.98 T के चुंबकीय क्षेत्र में 2.8 K ताप पर रखा हो तो इसका कुल द्विध्रुव आघूर्ण कितना होगा? (क्यूरी नियम लागू होता है ऐसा मान सकते हैं)

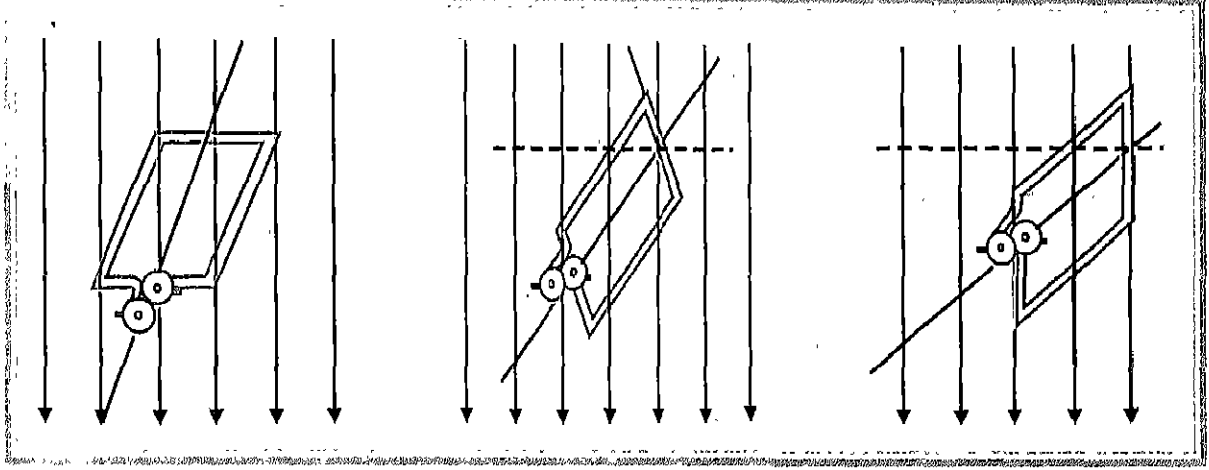
6.28 एक रोलैंड रिंग की औसत त्रिज्या 15 cm है और इसमें 800 आपेक्षिक चुंबकशीलता के लोह-चुंबकीय क्रोड पर 3500 फेरे लिपटे हुए हैं। 1.2 A की चुंबककारी धारा के कारण इसके क्रोड में कितना चुंबकीय क्षेत्र (**B**) होगा?

6.29 किसी इलेक्ट्रॉन के नैज चक्रण कोणीय संवेग **S** एवं कक्षीय कोणीय संवेग **l** के साथ जुड़े चुंबकीय आघूर्ण क्रमशः μ_s और μ_l है। क्वांटम सिद्धांत के आधार पर (और प्रयोगात्मक रूप से अत्यंत परिशुद्धतापूर्वक पुष्ट) इनके मान क्रमशः निम्न प्रकार दिए जाते हैं :

$\mu_s = -(e/m)\mathbf{S}$, एवं $\mu_l = -(e/2m)\mathbf{l}$

इनमें से कौन-सा व्यंजक चिरसम्मत सिद्धांतों के आधार पर प्राप्त करने की आशा की जा सकती है? उस चिरसम्मत आधार पर प्राप्त होने वाले व्यंजक को व्युत्पन्न कीजिए।

अध्याय 7

विद्युत् चुंबकीय प्रेरण

7.1 भूमिका

'प्रेरण' शब्द 'प्रभावित करना' या 'प्रभाव द्वारा व्यापित करना' व्यक्त करता है। पूर्व में हम 'प्रेरण' के उदाहरण देख चुके हैं। उपयुक्त दशा में यदि ऋणावेशी छड़ किसी चालक के निकट लाई जाती है तब चालक पर धनावेश प्रेरण द्वारा प्राप्त किया जा सकता है। ताप विद्युत् परिघटना के अध्ययन में हमने देखा कि तापांतर द्वारा भी प्रेरित विद्युत् धारा प्राप्त होती है जो भिन्न धातुओं के संयोग से बने बंद लूप (Loop) में से प्रवाहित होती है। इस अध्याय में परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण चालक में प्रेरित विद्युत् वाहक बल की परिघटना का विवेचन किया गया है।

अध्याय 5 में हमने देखा कि गतिमान आवेश तथा विद्युत् धारा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। तब प्रश्न उठता है कि क्या गतिमान चुंबक विद्युत् धारा उत्पन्न कर सकता है। क्या प्रकृति विद्युत् एवं चुंबकीय के मध्य इस प्रकार के सममिति के संबंध की अनुमति देती है? भाग्य से इन प्रश्नों के उत्तर 'हाँ' हैं। संन् 1830 में माइकल फैराडे द्वारा इंग्लैंड में तथा जोसेफ हैनरी द्वारा अमेरिका में किए गए प्रयोगों ने स्पष्ट रूप से दर्शाया कि परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र विद्युत् क्षेत्र तथा विद्युत् धारा उत्पन्न करता है। इनमें से कुछ प्रयोगों का वर्णन हम अगले अनुभाग में करेंगे। प्रेरण की इस परिघटना को विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण-चुंबकत्व प्रेरित विद्युत् नामों से जाना जाता है।

जब पहले पहल फैराडे ने अपनी इस खोज को कि 'चालक तार के लूप तथा दंड चुंबक के मध्य सापेक्ष गति कराने पर लूप में क्षीण धारा उत्पन्न होती है,' सार्वजनिक किया, तब उनसे पूछा गया कि 'इसका क्या उपयोग है?' फैराडे का जवाब था 'नवजात शिशु का क्या उपयोग है?' विद्युत् चुंबकीय प्रेरण केवल सैद्धांतिक या शैक्षिक रूप में ही उपयोगी परिघटना नहीं है वरन् आधुनिक जीवन की आवश्यकता है। क्या हम उस स्थिति को पसंद करेंगे जहाँ विद्युत् न हो–प्रकाश संसाधन नहीं, ट्रेन नहीं, कंप्यूटर नहीं। फैराडे एवं हैनरी के इन पुरागामी (Pioneering) प्रयोगों ने ही आज के जनित्र एवं ट्रांसफार्मरों के विकास को संभव बनाया। सभ्यता में विज्ञान-संसाधनों के प्रादुर्भाव में विद्युत् चुंबकीय प्रेरण की खोज ने अहम् भूमिका अदा की है।

माइकल फैराडे
[1791-1867]

माइकल अपने लोहार पिता की दस संतानों में से एक था, जो लंदन में पले-बढ़े। प्रारंभ में उसने जिल्दसाज के रूप में कार्य किया। उस दौरान उसने विद्युत् एवं चुंबकत्व पर खूब अध्ययन किया। उसने विज्ञान पर कई टिप्पणियाँ लिखीं तथा उन्हें हंफ्री डेवी (जो ऊष्मा तथा ऊष्मागतिकी के क्षेत्र में साधिकार ज्ञानी थे) के पास भेजा। उन्हें पढ़कर डेवी इतने प्रभावित हुए कि उन्होंने फैराडे को रॉयल इंस्टीट्यूट में अपने स्थायी सहायक के रूप में नियुक्ति दे दी।

हालांकि फैराडे का गणितीय ज्ञान सीमित था फिर भी उन्होंने विज्ञान के आधार को दृढ़ता प्रदान करने में महत्त्वपूर्ण योगदान किया। उनकी अनेक उपलब्धियों में ''विद्युत् चुंबकीय प्रेरण की खोज'', ''विद्युत् अपघटन के नियम'', ''ध्रुवण तल का विद्युत् क्षेत्र द्वारा घूर्णन'' तथा ''बेंजीन'' प्रमुखता से गिनाए जा सकते हैं। फैराडे ने ही विद्युत् मोटर, विद्युत् जनित्र एवं ट्रांसफार्मर की खोज की। उन्हें उन्नीसवीं शताब्दी का महानतम प्रयोगात्मक वैज्ञानिक माना जाता है।

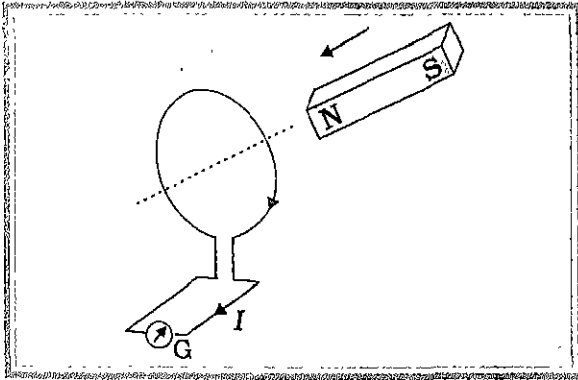
जोशेफ हेनरी
[1797-1878]

अमेरिकी प्रायौगिक भौतिकशास्त्री, प्रिंस्टन विश्वविद्यालय में प्रोफेसर एवं स्मिथसोनियन इंस्टीट्यूशन के प्रथम निदेशक थे। लोहे के ध्रुवों के चारों ओर पृथक्कृत तार की कुंडलियाँ लपेटकर उन्होंने विद्युत्-चुंबकों में महत्त्वपूर्ण सुधार किए एवं एक विद्युत् चुंबकीय मोटर तथा एक नए दक्ष टेलीग्राफ का आविष्कार किया। उन्होंने स्वप्रेरण की खोज की और इस बात का पता लगाया कि कैसे एक परिपथ में प्रवाहित धारा दूसरे परिपथ में धारा प्रेरित करती है।

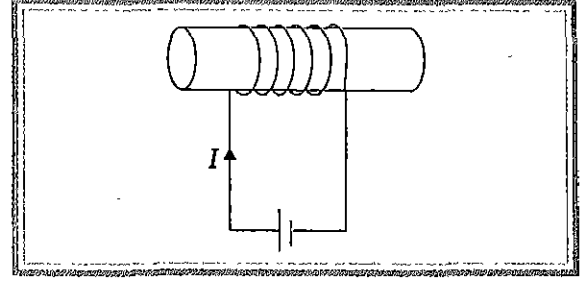
7.2 फैराडे एवं हैनरी के प्रयोग

विद्युत् चुंबकीय प्रेरण की खोज और उसका अभिज्ञान (समझ) फैराडे एवं हैनरी द्वारा किए गए अनेक सुसंगत प्रयोगों का प्रतिफल है। हम उनमें से कुछ प्रयोगों का वर्णन यहाँ करेंगे।

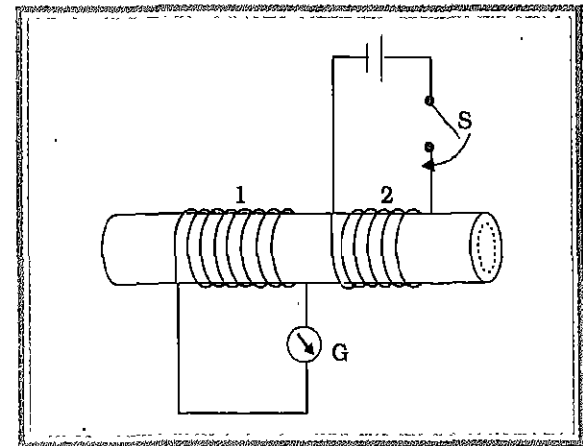
7.2.1 प्रयोग 1

चित्र 7.1 में धारामापी (galvanometer) से संलग्न एक चालक कुंडली दर्शायी गई है। जब दंड चुंबक को इस कुंडली के निकट ले जाते हैं तब चुंबक की गत्यावस्था में धारामापी में विक्षेप प्राप्त होता है। इससे स्पष्ट है कि चालक कुंडली से बैटरी संलग्न न होने के बावजूद उसमें विद्युत् धारा स्थापित हुई। चुंबक की अचल (स्थिर) अवस्था के लिए धारामापी में कोई विक्षेप प्राप्त नहीं होता। कुंडली से यदि चुंबक को दूर ले जाएं तो विक्षेप की दिशा (अर्थात् धारा प्रवाह की दिशा) विपरीत हो जाती है। दंड चुंबक के सिरे को उलट देने पर (अर्थात् कुंडली की ओर चुंबक को उत्तरी ध्रुव के बजाय दक्षिण ध्रुव पर रखने पर) विक्षेप की दिशाएँ क्रमश: विपरीत हो जाती हैं। प्रेरण की घटना फिर भी प्राप्त होती है। यह भी देखा गया है कि चुंबक के बदले कुंडली गतिमान हो तो भी प्रेरण धारा प्राप्त होती है। दूसरे शब्दों में, प्रेरण परिघटना कुंडली तथा चुंबक के मध्य सापेक्ष गति का प्रतिफल है। कुंडली में प्रेरित धारा की दिशा चित्र 7.1 (*a*) द्वारा व्यक्त है, जिसे अनुभाग 7.4 में स्पष्ट किया गया है।

चित्र 7.1 (a) जब एक दंड चुंबक चालक कुंडली की ओर ले जाते हैं तो धारामापी G में विक्षेप प्राप्त होता है।

7.2.2 प्रयोग 2

चित्र 7.1 (b) में एक बेलनाकार आधार पर चालक तार लपेटकर बेलनाकार कुंडली प्रदर्शित की गई है। कुंडली के सिरों को बैटरी से जोड़ा गया है तथा इसे 7.1 (b) में प्रदर्शित चुंबक के स्थान पर रखा गया है। चुंबक के स्थान पर इसी बेलनाकार कुंडली को परीक्षण कुंडली (जो धारामापी से संलग्न है) के पास ले जाते हैं। हम पाते हैं कि प्रयोग 1 के समान ही प्रेरण द्वारा धारामापी में विक्षेप प्राप्त होते हैं हालांकि उस परिपथ में कोई बैटरी संलग्न नहीं है। एक विशेष बात और स्पष्ट होती है कि परीक्षण कुंडली में धारामापी का विक्षेप बढ़ जाता है यदि बेलनाकार आधार में या अंदर नर्म लोहा प्रयुक्त करें।

चित्र 7.1 (b) I धारा युक्त बेलनाकार कुंडली एक दंड चुंबक के स्थान पर प्रयुक्त की जा सकती है।

7.2.3 प्रयोग 3

उपरोक्त वर्णित प्रयोगों में परीक्षण कुंडली तथा चुंबक (या धारायुक्त बेलनाकार कुंडली) के बीच सापेक्ष गति का विवरण है। फैराडे ने दर्शाया कि उक्त द्वय घटकों के बीच सापेक्ष गति कोई अति आवश्यक अनिवार्यता नहीं है। चित्र 7.2 में दो पृथक् कुंडलियों को एक बेलनाकार आधार पर लपेटा हुआ दर्शाया गया है। कुंडली 2 दाब कुंजी* द्वारा बैटरी से जोड़ी गई है जबकि कुंडली 1 का संबंध धारामापी से किया गया है। जब

चित्र 7.2 बेलनाकार आधार पर दो पृथक कुंडलियों को दर्शाया गया है। जब कुंडली 2 से संबंध दाब-कुंजी S संपर्कित की जाती है तो कुंडली 1 से संबद्ध धारामापी में विक्षेप प्राप्त होता है।

* एक दाब कुंजी में अंतर्निर्मित स्प्रिंग व्यवस्था होती है, जिससे इसे दबाकर क्षणिक संपर्क स्थापित किया जा सकता है।

दाब कुंजी को संपर्कित कर कुंडली 2 में धारा प्रवाहित की जाती है तब धारामापी में अत्यल्प समय के लिए विक्षेप प्राप्त होता है। उक्त परिघटना के लिए युक्तिसंगत व्याख्या निम्नानुसार दी जा सकती है: कुंडली को बैटरी से संपर्कित करने पर धारा को पूर्णतया उसके अधिकतम मान पर स्थापित होने में कुछ निश्चित समय आवश्यक होता है (फलतः उसके अनुवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के स्थापित होने में भी कुछ समय आवश्यक होगा)। यही समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र कुंडली 1 में प्रेरित धारा उत्पन्न करता है। हम पाते हैं कि कुंडली 2 के संगत विद्युत् परिपथ भंग कर देने पर (दाब-कुंजी से संपर्क तोड़ देने पर) कुंडली 1 में युक्त धारामापी में पुनः क्षणिक विक्षेप प्राप्त होता है किंतु अब विक्षेप की दिशा विपरीत होती है। फैराडे ने यह भी देखा कि यदि पृथक्कृत कुंडलियों का बेलनाकार क्रोड आधार नर्म लोहे का हो तो विक्षेप का परिमाण बढ़ जाता है।

उदाहरण 7.1 प्रयोग 2 पर ध्यान दें। *(a)* धारामापी में अधिक विक्षेप प्राप्त करने हेतु आप क्या करेंगे? *(b)* धारामापी की अनुपस्थिति में आप प्रेरित धारा की उपस्थिति किस प्रकार दर्शाएंगे?

हल

(a) अधिक विक्षेप प्राप्त करने के लिए बेलनाकार आधार (क्रोड) नर्म लोहे का लेंगे, उच्च शक्ति की बैटरी का प्रयोग करेंगे जिससे अधिक धारा प्राप्त हो तथा इस संयोजन को परीक्षण कुंडली की ओर तेजी से ले जाएंगे।

(b) गैल्वेनोमीटर (धारामापी) के स्थान पर फ्लेश लाइटनुमा छोटा बल्ब लगाएँ। दो कुंडलियों के बीच सापेक्ष गति से बल्ब क्षणिक अवधि के लिए चमकेगा, जो प्रेरित धारा के उत्पन्न होने का द्योतक है। प्रयोगात्मक भौतिकी में हमें नवीनता लाने का प्रयास करना चाहिए। उच्चतम श्रेणी के प्रयोगवैज्ञानिक माइकल फैराडे प्रयोगों में विविधता लाने के लिए प्रसिद्ध हैं। ◀

7.3 फैराडे के विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के नियम

7.3.1 चुंबकीय फ्लक्स

फैराडे की सूझबूझ एवं अंतर्दृष्टि के कारण उनके द्वारा किए गए बहुत सारे सुसंगत प्रयोगों के लिए (जो उन्होंने विद्युत् चुंबकीय प्रेरण पर प्रतिपादित किए थे) एक सरल गणितीय संबंध प्राप्त करना संभव हुआ। किंतु इसके पहले कि हम उन नियमों पर गौर करें यह उचित होगा कि हम चुंबकीय फ्लक्स की अवधारणा से परिचित हो जाएँ। चुंबकीय फ्लक्स को भी ठीक उसी प्रकार परिभाषित किया जाता है जिस प्रकार गाउस के नियम में विद्युतीय फ्लक्स को किया गया है (अध्याय 1, अनुभाग 1.12 देखें)। यदि क्षेत्रफल **A** वाले समतल को एक समान चुंबकीय क्षेत्र **B** समतल के अभिलंब से θ कोण बनाते हुए वेधता है तो

$$\Phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{A} = BA\cos\theta \qquad (7.1)$$

ज्ञात रहे कि क्षेत्रफल एक सदिश राशि है। इस अवधारणा का विवेचन अध्याय 1 में चित्र 1.21 तथा चित्र 1.22 की सहायता से किया जा चुका है। व्यंजक 7.1 को असमान चुंबकीय क्षेत्रों एवं वक्री सतहों के लिए लागू करने हेतु निम्नानुसार विस्तारित किया जा सकता है :

$$\Phi_B = \sum_{\text{'सभी'}} \mathbf{B}.\mathrm{d}\mathbf{A} \qquad (7.2)$$

जहाँ 'सभी' का अर्थ है 'योग की प्रक्रिया सतह के सभी सूक्ष्म अवयव के लिए की गई है'। सामान्य तौर पर समीकरण 7.1 ही प्रयुक्त किया जाएगा। फ्लक्स की S.I. इकाई वेबर (Wb) है किंतु इसे कभी-कभी T m^2 (टेस्ला वर्ग मीटर) द्वारा भी व्यक्त किया जाता है। चुंबकीय फ्लक्स एक अदिश राशि है।

7.3.2 फैराडे के नियम

फैराडे ने विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के प्रयोगों में पाया कि सभी प्रयोगों में चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन सार्वनिष्ठ घटक है। फैराडे द्वारा प्रतिपादित दो नियम निम्नानुसार हैं:

(i) जब भी किसी बंद परिपथ (closed circuit) से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स परिवर्तित होता है तब परिपथ में एक प्रेरित विद्युत् वाहक बल प्राप्त होगा। प्रेरित विद्युत् वाहक बल की उपस्थिति तब तक ही होगी जब तक फ्लक्स परिवर्तन होता रहेगा।

(ii) प्रेरित विद्युत् वाहक बल का परिमाण चुंबकीय फ्लक्स के समय के साथ परिवर्तन की दर के बराबर होता है।

प्रेरित विद्युत् वाहक बल ε को गणितीय रूप से

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \qquad (7.3)$$

द्वारा व्यक्त कियां जाता है। व्यंजक में ऋण चिह्न ε और परिणामतः बंद लूप में धारा की दिशा व्यक्त करता है। इस पर हम अगले खंड में चर्चा करेंगे। यदि प्रायोगिक परिपथ N लपेटों

वाला हो तथा उनको क्रमशः $F_1, F_2, ..., F_N$ फ्लक्स वेधते हों तो

$$\varepsilon = -\sum_{i=1}^{n} \frac{d\Phi_i}{dt}$$

सामान्यतः हम बंद परिपथ किसी छड़ पर N फेरों वाली कुंडली के रूप में लेते हैं जिनके प्रत्येक फेरे पृथक्कृत किंतु एक-दूसरे से सटे हुए होते हैं। अतः हम कुछ सन्निकटन (approximations) के साथ मान सकते हैं कि प्रत्येक फेरे का आकार (अनुप्रस्थ काट) समान है तथा प्रत्येक फेरे से एक समान फ्लक्स Φ संबद्ध है। इस दशा में

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \qquad (7.4)$$

जहाँ द्वितीय व्यंजक अधिक व्यापक है। चुंबकीय फ्लक्स Φ_B में परिवर्तन अनेक प्रकार से किया जा सकता है यथा चुंबक को चलाकर (चित्र 7.1), समय के साथ चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन कराकर (चित्र 7.2), कुंडली के आकार में परिवर्तन कर (यथा उसे सिकोड़ कर या खींच कर) इत्यादि।

उदाहरण 7.2 एक वर्गाकार कुंडली जिसकी एक भुजा 10 cm लंबी है पूर्व-पश्चिम तल में रखी गई है। इसे वेधता हुआ 0.1 T का चुंबकीय क्षेत्र उत्तर-पूर्व दिशा में 0.7 s में स्थापित किया जाता है। यदि कुंडली का प्रतिरोध 0.5 Ω हो तो उसमें प्रेरित विद्युत् वाहक बल तथा बहने वाली धारा का मान क्या होगा?

हल

कुंडली का क्षेत्रफल सदिश, चुंबकीय क्षेत्र के साथ $\theta = 45°$ कोण बनाता है, अतः कुंडली से संबद्ध अधिकतम फ्लक्स

$$\Phi_{max} = BA\cos\theta$$

$$= \frac{0.1\times10^{-2}}{\sqrt{2}}\,\text{Wb}$$

यह फ्लक्स 0.7 s में स्थापित किया गया। अतः फैराडे के नियम से (व्यंजक 7.3), प्रेरित विद्युत् वाहक बल का परिमाण

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{(\Phi_{max} - 0)}{\Delta t}$$

$$= \frac{10^{-3}}{\sqrt{2}\times0.7} = 1\ \text{mV}$$

तथा बहने वाली धारा का मान

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{10^{-3}}{0.5} = 1.4\ \text{mA}$$

ध्यान दें कि (i) प्रेरित विद्युत् वाहक बल परिमाण में अल्प है। अतः कुंडली में फेरों की संख्या N बढ़ाने पर ज्यादा ध्यान दिया जाता है जिससे प्रेरित विद्युत् वाहक बल N गुना हो जाए। सघन रूप से लपेटी हुई 100 फेरों वाली कुंडली के लिए $\varepsilon = 0.1$ V प्राप्त होगा। हालांकि फेरों की संख्या में वृद्धि से कुंडली का प्रतिरोध भी बढ़ता है। अतः प्रेरित विद्युत् धारा के मान में अधिक वृद्धि परिलक्षित नहीं होती। (ii) जब कुंडली पृथ्वी के वातावरण में होती है, पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र भी कुछ अंश में चुंबकीय फ्लक्स में योगदान करता है। किंतु पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र लगभग स्थिर (समान) है जो प्रयोग की अल्प अवधि में परिवर्तित नहीं होता है।

7.4 लेंज का नियम

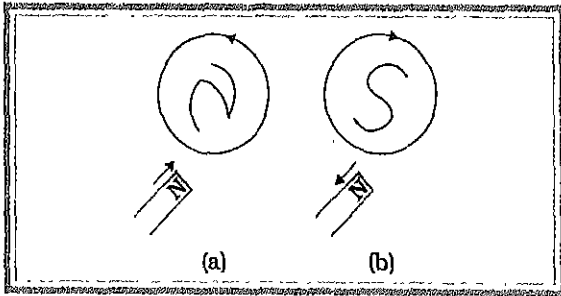
सन् 1824 में जर्मन भौतिकविद् हेनरिक लेंज (1804-1865) ने एक नियम का निगमन किया जिसे अब 'लेंज का नियम' के नाम से जाना जाता है। यह नियम प्रेरित विद्युत् वाहक बल की ध्रुवता (दिशा) का स्पष्ट निर्देशन करता है। लेंज के नियम को निम्नानुसार कथन (परिभाषित) किया जाता है :

प्रेरित विद्युत् वाहक बल की ध्रुवता (polarity) इस प्रकार होती है कि वह उस दिशा में धारा प्रवाह प्रवृत्त करे जो उसे उत्पन्न करने वाले कारक (परिवर्तन) का विरोध करें।

इस निमय को समझने के लिए हम अनुभाग 7.2.1 में वर्णित प्रयोग 1 का निरीक्षण करेंगे। चित्र 7.1(a) में हम पाते हैं कि दंड चुंबक का उत्तरी ध्रुव कुंडली की ओर ले जाया जा रहा है जिसके कारण कुंडली में प्रेरित धारा उत्पन्न होती है। हमने अध्याय 5 में देखा है कि जब भी किसी कुंडली में से विद्युत् धारा प्रवाहित होती है उससे चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। अर्थात् धारावाही कुंडली से एक चुंबकीय द्विध्रुव संबद्ध होगा जिसकी ध्रुवता 'दाहिने हाथ के नियम' से दी जाती है। लेंज के नियम के अनुसार कुंडली से संबद्ध चुंबकीय द्विध्रुव की ध्रुवता इस प्रकार होनी चाहिए जो प्रेरित विद्युत् धारा के जनक चुंबक के उत्तरी ध्रुव को कुंडली के निकट ले जाने का विरोध करे। अतः प्रेरित विद्युत् द्विध्रुव का उत्तरी ध्रुव चुंबक के उत्तरी ध्रुव के सामने हो जिससे दोनों के बीच प्रतिकर्षण हो सके। प्रेरित द्विध्रुव की ध्रुवता निश्चित हो जाने पर प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा स्वयमेव निश्चित हो जाती है। लेंज का

नियम निम्नानुसार भी प्रतिपादित किया जाता है: दंड चुंबक को कुंडली के निकट ले जाने पर कुंडली से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स का मान क्रमशः बढ़ता है अतः प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा वह होगी जो चुंबकीय फ्लक्स में हो रही वृद्धि का विरोध करे और उसे कम करने का प्रयास करे।

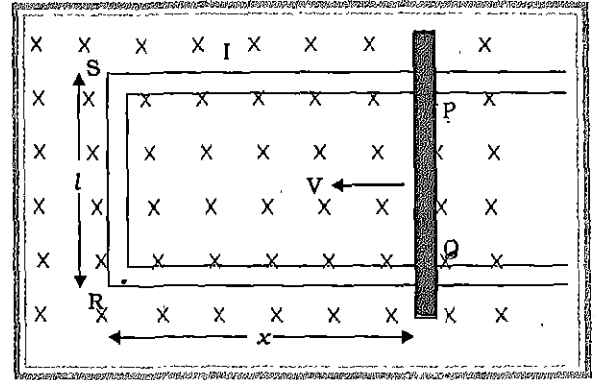
उपरोक्त विवेचन का अधिक स्पष्टीकरण चित्र 7.3 की सहायता से करते हैं। जब दंड चुंबक का उत्तरी ध्रुव कुंडली के निकट ले जाते हैं तो कुंडली में से प्रेरित धारा इस प्रकार बहती है कि उसका चुंबक की ओर का तल उत्तरी ध्रुव हो। इसे चित्र 7.3(a) द्वारा व्यक्त किया गया है। इस प्रकार प्रेरित विद्युत् धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र निकट लाए जा रहे चुंबक का विरोध करता है। जब चुंबक को कुंडली से दूर ले जाया जाता है अर्थात् चुंबक का उत्तरी ध्रुव कुंडली से दूर ले जाते हैं तब कुंडली का वही तल 'दक्षिणी ध्रुव' बन जाता है [(चित्र 7.3(b)]। अतः अब कुंडली दूर हटाए जा रहे चुंबक को आकर्षित करने लगती है।

थोड़े से गंभीर चिंतन से हम लेंज के नियम की सत्यता परख सकते हैं। माना प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा चित्र 7.1(a) या 7.3(a) में दर्शायी दिशा के विपरीत है। उस दशा में कुंडली का वह तल जो चुंबक के उत्तरी ध्रुव की ओर है 'दक्षिणी ध्रुव' होगा। फलतः कुंडली चुंबक को अपनी ओर बढ़ते हुए त्वरण से खींचेगी। अतः कुंडली की ओर चुंबक को दिया गया हल्का सा धक्का सतत रूप से इसकी गति एवं गतिज ऊर्जा बढ़ाएगा। इस प्रक्रिया के सूझबूझ से प्रयोग द्वारा ऐसी शाश्वत गतिक मशीन (perpetual motion machine) का निर्माण किया जा सकता है जिससे बिना ऊर्जा निवेश के अविरत कार्य प्राप्त हो सके। ऐसी संकल्पना ऊर्जा के संरक्षण नियम का स्पष्ट उल्लंघन होगी। वास्तव में प्रेरित विद्युत् धारा स्थापित करने हेतु प्रयुक्त ऊर्जा, कुंडली में जूल ऊष्मन के रूप में दृष्टिगोचर होती है। उक्त अवधारणा का परिमाणात्मक विवेचन हम अनुभाग 7.6 में करेंगे।

चित्र 7.3 लेंज के नियम का चित्रण।

सामान्यतः बंद परिपथ एवं प्रेरित विद्युत् धारा के विवेचन से ही हमें लेंज के नियम का अभिज्ञान होता है। यदि कोई परिपथ 'खुला' (open) हो तो हम अवधारणा के लिए कल्पना करते हैं कि प्रेरित विद्युत् वाहक बल की ध्रुवता क्या होती यदि उक्त परिपथ 'बंद' होता?

7.5 गतिक विद्युत् वाहक बल एवं फैराडे का नियम

फैराडे का नियम समझने के लिए एकसमान स्थिर (समय पर निर्भर न करने वाले) चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान चालक की कल्पना करते हैं। चालक में स्वतंत्र आवेश होते हैं तथा इन आवेशों पर लोरेन्ट्स बल कार्य करता है जिसके कारण चालक में विद्युत् धारा स्थापित हो जाती है। हम इस अवधारणा को एक सशक्त उदाहरण से परिकलित करेंगे।

चित्र 7.4 में एक आयताकार चालक प्रदर्शित है जिसकी एक भुजा PQ स्वतंत्र रूप से गति कर सकती है। इस व्यवस्था को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा गया है कि चालक का तल चुंबकीय क्षेत्र के अभिलंबवत् हो। स्वतंत्र भुजा PQ को v गति से अंदर की ओर चलाया जाता है। किसी क्षण पर चालक लूप को वेधने वाला फ्लक्स Blx है।

चित्र 7.4 आयताकार चालक की स्वतंत्र भुजा PQ को अंदर की ओर चलाया जाता है जिससे आयताकार लूप से घिरे क्षेत्रफल में परिवर्तन होता है। यह परिवर्तन दर्शाए अनुसार प्रेरित धारा I उत्पन्न करता है।

अतः प्रेरित विद्युत् वाहक बल

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt} = Blv \qquad (7.5)$$

जहाँ $dx/dt = -v$ लिया गया है। प्रेरित विद्युत् वाहक बल Bl v को गतिक विद्युत् वाहक बल कहते हैं। गतिक विद्युत् वाहक बल को व्यंजक 7.5 की सहायता से समझा जा सकता है। यहाँ हमें ध्यान रखना होगा कि गतिमान भुजा PQ के स्वतंत्र

आवेशों पर चुंबकीय क्षेत्र में लोरेन्ट्स बल कार्य करता है। माना चालक भुजा PQ को v गति देते समय P पर एक आवेश q स्थित था। तब q पर लगने वाले लोरेन्ट्स बल का मान qvB होगा तथा उसकी दिशा Q के अनुदिश होगी। q आवेश को P से Q तक ले जाने में किया गया कार्य

$$W = qvBl$$

चूंकि प्रति इकाई आवेश पर किया गया कार्य ही विद्युत् वाहक बल है अतः

$$\varepsilon = W/q$$
$$= Bl\,v$$

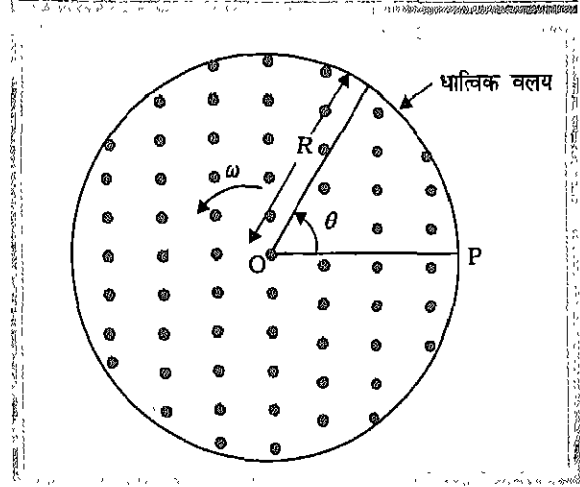
स्पष्ट है कि यह विद्युत् वाहक बल का मान व्यंजक 7.5 द्वारा प्रदत्त गतिक विद्युत् वाहक बल के तुल्य है। यहाँ स्पष्ट कर देना उचित होगा कि उक्त उपपत्ति पूर्णतः परिशुद्ध नहीं है फिर भी हम इसकी सहायता से फैराडे के नियम की व्युत्पत्ति समझ सकते हैं जब चालक समय पर निर्भर न रहने वाले एक समान चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान हो।

अभी यह स्पष्ट नहीं है कि किसी स्थिर चालक के परितः चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन से कैसे प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। ज्ञात रहे यह घटना सत्य है। इसकी पुष्टि फैराडे ने विभिन्न प्रयोगों द्वारा की है।

व्यापक रूप से किसी आवेश पर लगने वाला बल

$$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \qquad (7.6)$$

व्यंजक द्वारा दर्शाया जाता है। यदि $v = 0$ तो आवेश पर लगने वाला बल विद्युत् क्षेत्र **E** के कारण होगा। हम उस दशा में मानने के लिए बाध्य हैं कि समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र एक विद्युतीय क्षेत्र भी उत्पन्न करता है। अध्याय 5 में हमने देखा कि गतिमान आवेश (विद्युत् धारा) स्थिर दंड चुंबक पर बल/बलयुग्म आरोपित कर सकते हैं। इसके विपरीत एक गतिमान दंड चुंबक (या व्यापक रूप में परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र) स्थिर आवेश पर एक बल आरोपित कर सकता है। फैराडे के खोज की यही मूलभूत महत्ता है। विद्युत् एवं चुंबकत्व एक-दूसरे से अंतरंग रूप में संबंधित हैं। परिशिष्ट 7.1 में इसका और विवेचन किया गया है।

उदाहरण 7.3 एक मीटर लंबी सुचालक छड़ 50 चक्कर प्रति सेकंड से गतिमान है। छड़ का एक सिरा वृत्ताकार धात्विक वलय जिसकी त्रिज्या 1 m है, के केंद्र पर तथा दूसरा सिरा वलय की परिधि पर है। इस प्रकार छड़ की गति वलय के केंद्र से जाने वाले तथा वलय के तल के अभिलंबत् अक्ष के परितः है। अक्ष के अनुदिश एक स्थिर सम चुंबकीय क्षेत्र सर्वत्र उपस्थित है। धात्विक वलय के केंद्र तथा परिधि के बीच क्या विद्युत् वाहक बल होगा? दिया है $B = 1$ T

चित्र 7.5 उदाहरण 7.3 के लिए।

हल

प्रथम विधि : इस उदाहरण में कोई स्थायी धारा नहीं है। चुंबकीय क्षेत्र में चालक के गति के कारण धन एवं ऋणावेश अलग-अलग हो जाते हैं। विद्युत् वाहक बल की गणना करने हेतु एक बंद लूप की कल्पना करिए जिसे केंद्र और परिधि के किसी बिंदु P से काल्पनिक रूप से प्रतिरोध जोड़कर प्राप्त किया है। इस काल्पनिक प्रतिरोध के सिरों के मध्य वही विभवांतर होगा जो प्रेरण से उत्पन्न हुआ है। अतः विभवांतर = प्रेरित विद्युत् वाहक बल = $B \times$ लूप के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर। यदि किसी क्षण t पर चालक छड़ P बिंदु पर वलय की त्रिज्या से θ कोण बनाए तो छड़ एवं P बिंदु पर त्रिज्या द्वारा घेरा क्षेत्रफल

$$\pi R^2 \times \frac{\theta(t)}{2\pi} = \frac{1}{2} R^2 \theta(t)$$

होगा जहाँ R वलय की त्रिज्या है। फलतः प्रेरित विद्युत् वाहक बल

$$B \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2} R^2\, \theta(t)\right]$$

$$= \frac{1}{2} B R^2 \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.0 \times (1^2) \times 50 \times 2\pi$$

$$= 157\,\text{V}$$

[नोट : $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega = 2\pi\nu$]

द्वितीय विधि यहाँ हम गतिक विद्युत् वाहक बल की अवधारणा का प्रयोग करेंगे। छड़ की गति के कारण उत्पन्न विद्युत् वाहक बल का मान (समीकरण 7.5 से)

$$d\varepsilon = Bv\,dr$$

है जब चालक छड़ चुंबकीय क्षेत्र B के लंबवत् तल में गतिमान है। अतः

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^R Bv\,dr$$

$$= \int_0^R B\omega r\,dr = \frac{B\omega R^2}{2}$$

उक्त व्यंजक प्रथम विधि में प्राप्त व्यंजक के अनुरूप ही है।

7.6 ऊर्जा दृष्टि से एक परिमाणात्मक अध्ययन

अनुभाग 7.4 के अंतर्गत हमने देखा कि परिमाणात्मक रूप से लेंज का नियम ऊर्जा के संरक्षण सिद्धांत के अनुरूप या सुसंगत है। ऊर्जा के इसी पक्ष को हम अधिक ठोस उदाहरण द्वारा देखेंगे।

माना चित्र 7.4 में प्रदर्शित गति हेतु स्वतंत्र भुजा PQ का प्रतिरोध R है तथा आयताकार चालक की अन्य भुजाओं QR, RS तथा SP का प्रतिरोध R की तुलना में नगण्य है। ऐसी दशा में आयताकार लूप का नेट प्रतिरोध R होगा तथा PQ की गति से भी लूप का नेट प्रतिरोध प्रभावित नहीं होगा। अतः लूप में धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$= \frac{Blv}{R} \qquad (7.7)$$

चुंबकीय क्षेत्र की उपस्थिति में इस धारायुक्त चालक भुजा पर एक बल $I(\mathbf{L} \times \mathbf{B})$ कार्य करेगा जिसकी दिशा लेंज के नियम के अनुसार PQ के गति की दिशा के विपरीत होगी। धारायुक्त चालक भुजा (छड़) पर लग रहे बल का मान

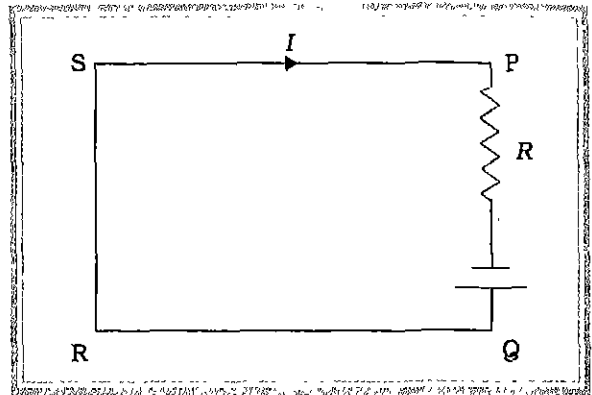
$$F = IlB$$

$$= \frac{B^2l^2v}{R}$$

होगा। व्यंजक का यह रूप समीकरण 7.7 के प्रयोग से प्राप्त किया गया है। विकल्पतः चालक भुजा PQ को v गति से चलाया जाता है। इस क्रिया में प्रयुक्त शक्ति

$$P = Fv$$

$$= \frac{B^2l^2v^2}{R} \qquad (7.8)$$

उक्त कार्य किसी एजेंट द्वारा यांत्रिक विधा में किया गया है। प्रश्न उठता है कि यह यांत्रिक ऊर्जा कहाँ गई? इसका उत्तर है- यह जूलीय क्षति के रूप में क्षयित हो गई। चित्र 7.6 में चित्र 7.4 के संगत तुल्य विद्युतीय परिपथ दिखाया गया है।

चित्र 7.6 चित्र 7.4 के विद्युत् चुंबकीय व्यवस्था का तुल्य विद्युतीय परिपथ।

जूलीय क्षति

$$P_J = I^2R$$

$$= \left(\frac{Blv}{R}\right)^2 R$$

$$= \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

यह समीकरण 7.8 के सर्वसम है।

इस प्रकार, PQ भुजा को चलाने में प्रयुक्त हुई यांत्रिक ऊर्जा विद्युत् चुंबकीय प्रेरण से विद्युतीय ऊर्जा में परिणत हुई और अंततः ऊष्मा ऊर्जा में प्रकट हुई।

परिपथ में आवेश प्रवाह तथा चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन में भी एक रोचक संबंध है। फैराडे के नियमानुसार प्रेरित विद्युत् वाहक बल का मान

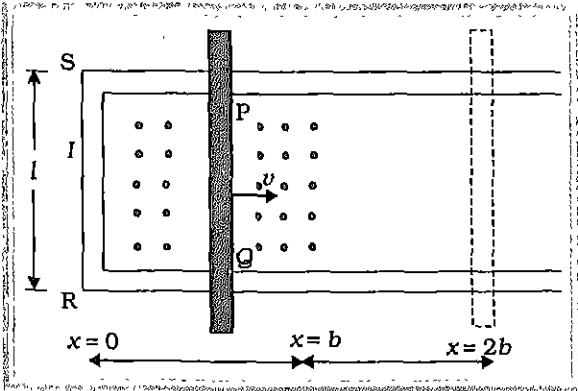
$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

परंतु

$$|\varepsilon| = IR = \frac{\Delta Q}{\Delta t} R$$

इसलिए

$$\Delta Q = \frac{\Delta \Phi_B}{R}$$

उदाहरण 7.4 यह उदाहरण अनुभाग 7.5 एवं 7.6 में वर्णित उदाहरण का प्रतिलोम है। आयताकार चालक की भुजा PQ को $x = 0$ से बाहर की ओर हटाया जाता है। चालक के परितः एकसमान चुंबकीय क्षेत्र केवल $x = b$ तक है तथा $x > b$ के लिए चुंबकीय क्षेत्र शून्य है। पूर्वानुसार ही चुंबकीय क्षेत्र लूप के तल के अभिलंबवत् है। लूप की केवल PQ भुजा ही विद्युत् धारा के लिए प्रतिरोध r प्रस्तुत करती है। उस स्थिति की कल्पना करिए जब PQ भुजा को $x = 0$ से $x = 2b$ तक बाहर की ओर खींचा जाता है तथा पुनः नियत गति v से ही $x = 0$ तक वापस ले जाते हैं। फ्लक्स, प्रेरित विद्युत् वाहक बल, भुजा को विस्थापित करने हेतु आवश्यक बल तथा जूल क्षति के रूप में क्षयित शक्ति के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। इन राशियों के दूरी के साथ परिवर्तन हेतु ग्राफ भी खींचिए।

चित्र 7.7 उदाहरण 7.4 के लिए चित्र।

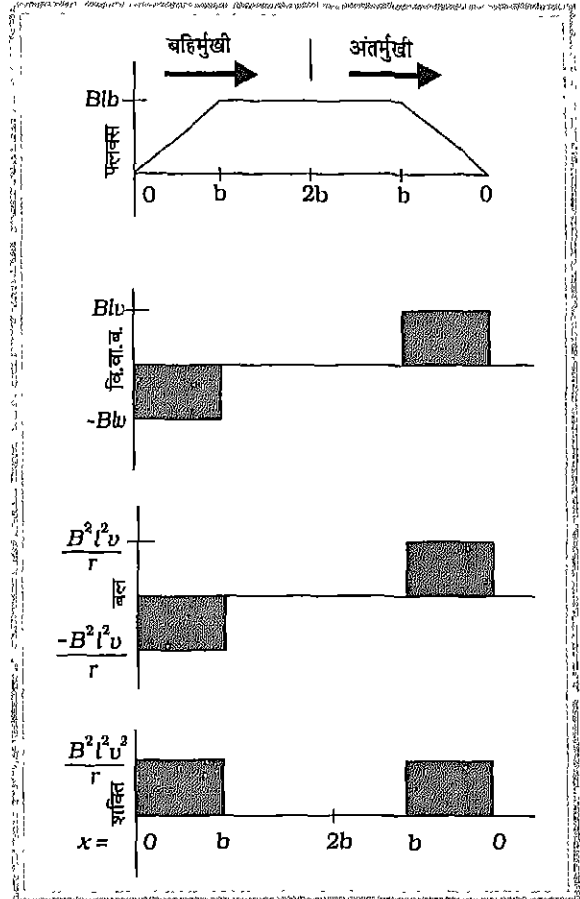
हल सर्वप्रथम अग्र गति $x = 0$ से $x = 2b$ पर विचार करते हैं। फ्लक्स है :

$$\Phi_B = Blx \qquad 0 \le x < b$$
$$= Blb \qquad b \le x < 2b$$

अतः प्रेरित विद्युत् वाहक बल

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
$$= -Blv \qquad 0 \le x < b$$
$$= -0 \qquad b \le x < 2b$$

जब प्रेरित विद्युत् वाहक बल अशून्य है तब धारा I (परिमाण)

$$I = \frac{Blv}{r}$$

चित्र 7.8 उदाहरण 7.4 से संबंधित विभिन्न राशियों का आरेख। ध्यान दें कि PQ को बाहर गति दी जाती है तब PQ पर लगने वाला प्रेरित चुंबकीय बल अंदर की ओर है तथा इसका प्रतिक्रमात।

PQ भुजा को स्थिर गति देने हेतु आवश्यक बल IlB होगा जिसकी दिशा बाहर की ओर होगी। बल का मान

$$F = \frac{B^2l^2v}{r} \qquad 0 \le x < b$$
$$= 0 \qquad b \le x < 2b$$

इस प्रक्रम में जूल ऊष्मन हानि

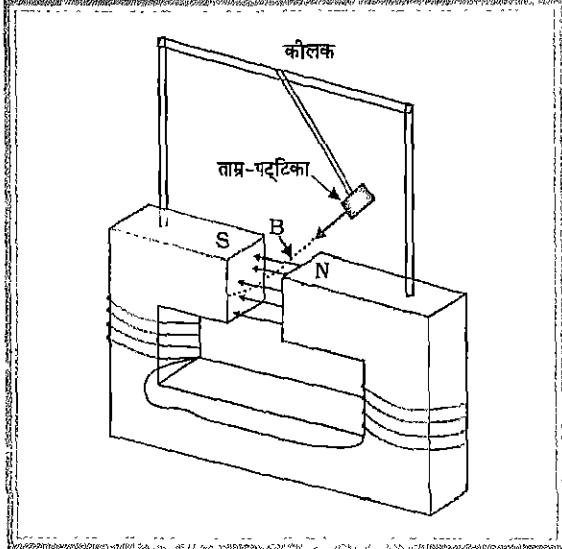
$$P_J = I^2R$$

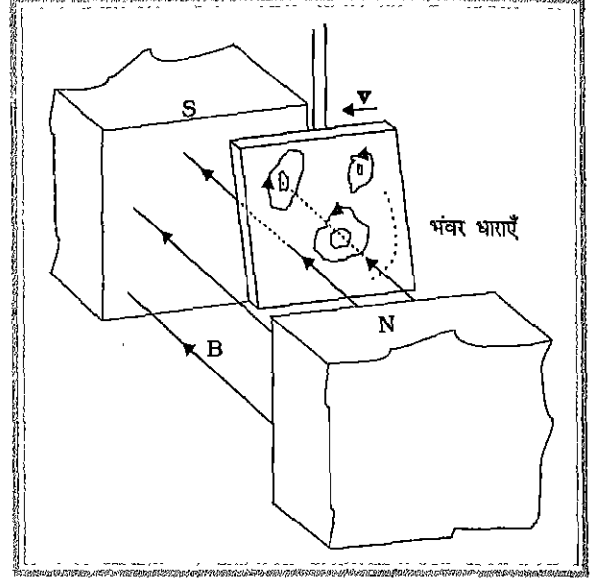
$$= \frac{B^2l^2v^2}{r} \qquad 0 \le x < b$$

$$= 0 \qquad b \le x < 2b$$

इसी प्रकार का व्यंजक भुजा PQ के अंदर की ओर $x = 2b$ से $x = 0$ तक की गति के लिए प्राप्त होता है। चित्र 7.8 में प्रदर्शित विभिन्न राशियों के आरेख को देखकर कोई भी संपूर्ण प्रक्रिया को समझ सकता है।

7.7 भंवर धाराएँ

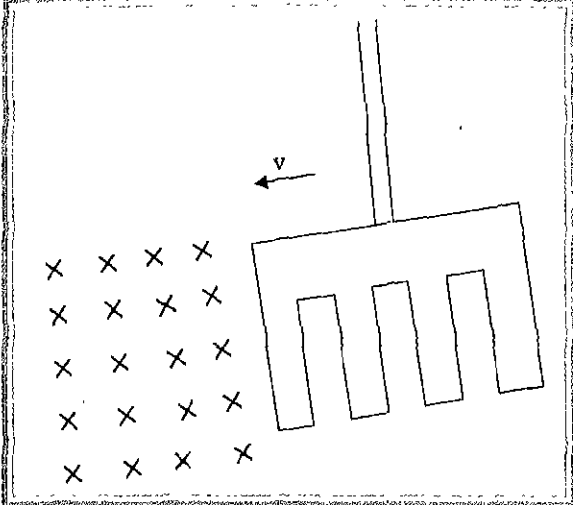
चित्र 7.9 में प्रदर्शित उपकरण पर विचार करें। इसमें एक ताम्र पट्टिका को चुंबक के ध्रुवों के मध्य सरल दोलक की भांति दोलित कराते हैं। हम देखते हैं कि पट्टिका की गति अवमंदित है तथा वह चुंबकीय क्षेत्र में कुछ ही क्षणों में विराम अवस्था में आ जाती है।

चित्र 7.9 ताम्र-पट्टिका दोलक के 'गोलक' के रूप में हैं। इस दोलक को चुंबक के ध्रुवों के बीच दोलन कराते हैं। इस दोलक की गति भंवर धाराओं के कारण अवमंदित होती है।

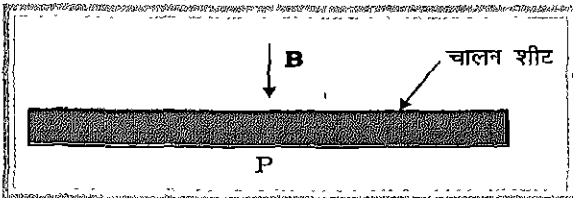
धात्विक पट्टिका की चुंबकीय क्षेत्र में अवमंदित गति को हम विद्युत् चुंबकीय प्रेरण द्वारा समझ सकते हैं। चित्र 7.10 में दर्शाया गया है कि पट्टिका के संगत चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन के कारण पट्टिका में प्रेरित विद्युत् धारा उत्पन्न होती है। ये प्रेरित धाराएँ न्यूनतम प्रतिरोध वाले पथ, जो अनियमित आकृतियों के लूप हैं, के अनुदिश बहती है। इसके बावजूद धारा की दिशा लेंज के नियम के अनुसार ही होती है न कि यादृच्छिक। चित्र 7.10 में धारा की दिशा वामावर्त होगी जब धात्विक पट्टिका चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करती है। किंतु जब पट्टिका चुंबकीय क्षेत्र के बाहर निकलती है उस समय धारा दक्षिणावर्त बहती है। पट्टिका की चुंबकीय क्षेत्र में गति के कारण उसमें उत्पन्न प्रेरित धाराओं को **भंवर धाराएँ** कहते हैं।

चित्र 7.10 भंवर धाराओं का व्यवस्थात्मक चित्रण जो चित्र 7.9 में दर्शित दोलक की गति में व्यवधान डालती है।

भंवर धाराओं की उपस्थिति का अभिज्ञान चित्र 7.11 में प्रदर्शित व्यवस्था द्वारा भी किया जा सकता है। यहाँ तांबे की पट्टिका पर आयताकार खाँचे (slots) बनाए गए हैं। ये खाँचे भंवर धाराओं के प्रवाह में व्यवधान डालते हैं। इस व्यवस्था में भंवर धाराएँ अपेक्षाकृत लघु क्षेत्र को ही परिबद्ध (enclose) कर पाती हैं। हमने अवमंदन बल के लिए समीकरण (7.8) प्राप्त करते समय देखा कि $F \propto l^2$ अर्थात् अवमंदन बल धारा द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल पर निर्भर करता है। अतः धात्विक प्लेट में छिद्र अथवा खाँचे बनाने से विद्युत् चुंबकीय अवमंदन कम हो जाता है।

भंवर धाराएँ 'क्षय' होकर पट्टिका का ऊष्मन करती हैं। अतः यदि धात्विक पट्टिका चुंबकीय क्षेत्र में कुछ दोलन कर ले तो उसे छूकर भी ऊष्मा का अनुभव किया जा सकता है। दूसरे शब्दों में, भंवर धाराओं का अभिज्ञान संभव है।

उपरोक्त विवेचन से स्पष्ट है कि भंवर धाराओं से ऊर्जा का ऊष्मा के रूप में अवांछित परिवर्तन होता है। अतः भंवर धाराएँ अवांछनीय हैं। विद्युत् ऊर्जा के उक्त रूप में क्षय को कम करने

की दृष्टि से संसाधक के वे चालक अवयव, जिनकी चुंबकीय क्षेत्र में गति आवश्यक है, कई पतले स्तरों के बनाए जाते हैं। प्रत्येक पतले चालक स्तर को कुचालक लाख-चमड़ा की पर्त द्वारा पृथक्कृत रखते हैं। उक्त पटलित (Laminated) व्यवस्था भंवर धाराओं के संभावित मार्ग में पर्याप्त प्रतिरोध प्रस्तुत करती है। इस प्रकार, कुछ हद तक भंवर धाराओं के प्रभाव को कम किया जा सकता है।

चित्र 7.11 ताम्र पट्टिका में खांचे बनाकर भंवर धाराओं का प्रभाव कम करना।

भंवर धाराएँ कुछ स्थानों पर उपयोगी भी हैं। (i) आधुनिक रेलवे तंत्र भंवर धाराओं का प्रयोग 'ब्रेक' में करते हैं। ध्यान रहे कि भंवर धाराओं के कारण प्रेरित अवमंदन बल गति के समानुपाती होता है, ($F \propto v$)। अत: 'ब्रेक' सम अवमंदी होगा। (ii) जैसा चित्र 7.12 में प्रकट है, भंवर धाराएँ विद्युत् चुंबकीय परिरक्षक के रूप में प्रयुक्त की जा सकती हैं। (iii) भंवर धाराओं का प्रयोग चालमापियों (Speedometer) में तथा (iv) प्रेरण भट्टियों में भी होता है।

चित्र 7.12 नीचे की दिशा में चुंबकीय क्षेत्र B अचानक 'आन' किया जाता है। पटल में भंवर धाराएँ उत्पन्न होती हैं। P बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन का संसूचन आंशिक है। पटल यदि उच्च चालकता वाले पदार्थ का हो तो क्षणिक चुंबकीय क्षेत्र का परिरक्षण (shielding) बेहतर होगा।

इस अनुभाग का समापन हम एक रोचक जैव-भेषजिक (Biomedical) प्रयोग द्वारा करते हैं। ध्यान रहे कि यह प्रयोग *पर्याप्त सावधानी के साथ करना होगा।* आँख की खोल (cavity) में जो द्रव भरा होता है वह चालक होता है। अत: आँख के सामने यदि एक उच्च क्षणिक चुंबकीय क्षेत्र परिवर्तन (~ 1 T, 60 Hz आवृत्ति युक्त) कराएं तो आँख को अतीव प्रकाश तीव्रता आभासित होती है।

7.8 प्रेरकत्व

दो पृथक् किंतु निकट रखी कुंडलियों का अवलोकन कीजिए। *यदि एक कुंडली में धारा प्रवाहित करें तो वह उस कुंडली के* तथा दूसरी कुंडली के परित: चुंबकीय क्षेत्र स्थापित करती है। प्रेरकत्व मूलत: चुंबकीय फ्लक्स तथा विद्युत् धारा I के अनुपात का माप है। हमने देखा कि चुंबकीय क्षेत्र $B \propto I$ तथा फलत: फ्लक्स

$$\Phi_B \propto I$$

यदि कुंडलियों का आकार समय के साथ अपरिवर्ती हो तो

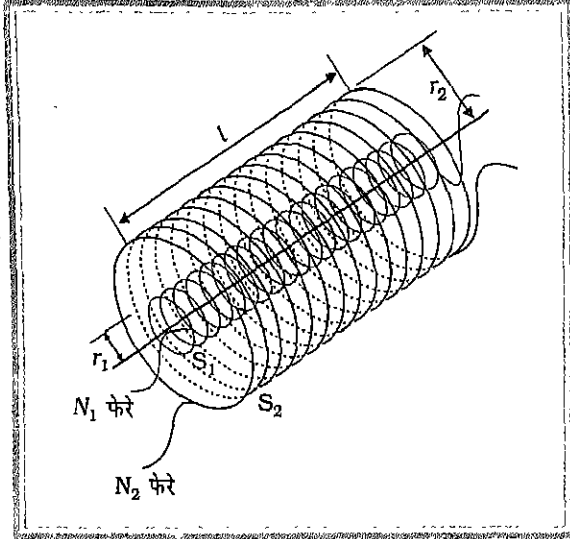
$$\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

व्यंजक के समानुपातिक स्थिरांक को प्रेरकत्व कहते हैं। हम देखेंगे कि *प्रेरकत्व का मान कुंडली के पदार्थ के गुणधर्मों* तथा उसकी आकृति पर निर्भर करता है। प्रेरकत्व का यह गुण धारित्र एवं धारिता की प्रकृति के समान ही है। जैसे समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता प्लेट के क्षेत्रफल तथा दो प्लेटों के बीच की दूरी (संरचना) एवं उनके बीच उपस्थित माध्यम के परावैद्युतांक K पर निर्भर करती है। अथवा जैसे किसी तार (पदार्थ) का प्रतिरोध, तार (पदार्थ) की आकृति यथा लंबाई एवं अनुप्रस्थ काट पर निर्भर है एवं प्रतिरोधकता पदार्थ के नैज गुणों पर निर्भर है।

प्रेरकत्व एक अदिश राशि है। इसकी विमाएँ फ्लक्स एवं धारा के अनुपात द्वारा व्यक्त हैं जैसा उपरोक्त व्यंजकों से स्पष्ट है। मूल राशियों के पदों में प्रेरकत्व की विमा $[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$ है। प्रेरकत्व की SI इकाई H, हेनरी है। इसे अमेरिकी वैज्ञानिक जोसेफ हेनरी के सम्मान में रखा गया जिन्होंने विद्युत् चुंबकीय प्रेरण की खोज की।

7.8.1 *अन्योन्य प्रेरकत्व*

चित्र 7.13 में प्रदर्शित दो लंबी समाक्षी (coaxial) परिनालिकाओं (solenoids) जिनकी प्रत्येक की लंबाई l है, पर विचार करिए। अंत: परिनालिका S_1 की त्रिज्या r_1 तथा उसके इकाई

लंबाई में फेरों की संख्या n_1 द्वारा व्यक्त है। बाह्य परिनालिका S_2 के लिए उक्त राशियाँ क्रमश: r_2 तथा n_2 से व्यक्त की गई हैं।

चित्र 7.13 *दो समान दीर्घ लंबाई l की समाक्षी परिनालिकाएँ। अंत: परिनालिका S_1 की त्रिज्या r_1 तथा उसकी इकाई लंबाई में फेरों की संख्या n_1 है। बाह्य परिनालिका S_2 की त्रिज्या r_2 तथा इसकी इकाई लंबाई में फेरों की संख्या n_2 है (कुल फेरे $N_1 = n_1 l$ तथा $N_2 = n_2 l$)। यह चित्र अन्योन्य प्रेरकत्व, स्वप्रेरकत्व को परिभाषित करने तथा इनके व्यंजक प्राप्त करने में उपयोगी है।*

परिनालिका S_2 में एक समय के साथ परिवर्ती धारा I_2 प्रवाहित करते हैं। यह परिवर्ती धारा परिनालिका S_1 में समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय फ्लक्स Φ_1 स्थापित करती है। व्यंजक

$$\Phi_1 = M_{12} I_2 \tag{7.9}$$

में समानुपातिक स्थिरांक M_{12} को परिनालिका (या परिपथ) 1 का परिनालिका (या परिपथ) 2 के सापेक्ष में अन्योन्य प्रेरकत्व है। इसे कभी-कभी अन्योन्य प्रेरण गुणांक भी कहा जाता है।

फैराडे के नियम से S_1 में प्रेरित विद्युत् वाहक बल

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt}$$

$$= -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \tag{7.10}$$

निम्न प्रकार से सरल समाक्षी परिनालिका युग्म के लिए M_{12} की गणना संभव है। परिनालिका S_2 में स्थापित विद्युत् धारा I_2 द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र है $\mu_0 n_2 I_2$। अत: परिनालिका S_1 को वेधने वाला फ्लक्स

$$\Phi_1 = (\pi r_1^2)(\mu_0 n_2 I_2)(n_1 l)$$
$$= \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l I_2 \tag{7.11}$$

जहाँ $n_1 l = N_1$ परिनालिका S_1 में कुल फेरों की संख्या है। समीकरण व्यंजक (7.9) तथा (7.11) से

$$M_{12} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \tag{7.12}$$

अर्थात् अन्योन्य प्रेरकत्व परिनालिकाओं S_1 एवं S_2 के रचनात्मक गुणों पर निर्भर राशि है। अब यदि S_1 को अंदर से सापेक्ष चुंबकशीलता (magnetic permeability) μ_r के पदार्थ से भर दें (यथा नर्म लोहा) तो

$$M_{12}(\mu_r) = \mu_r \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \tag{7.13}$$

इस प्रकार, S_1 में प्रेरित विद्युत् वाहक बल ε_1 को समीकरण (7.10) से तथा M_{12} को समीकरण (7.12) या (7.13) से (जो भी लागू हो) व्यक्त करते हैं। यहाँ ध्यान रहे समीकरण (7.10) के लिए हम सामान्यत: कुछ सन्निकटों (approximation) का प्रयोग करते हैं। *समय पर निर्भर धारा में परिवर्तन पर्याप्त धीरे (slow) है। अत: हम चुंबकीय क्षेत्र के लिए उन संबंधों का प्रयोग कर सकते हैं जो अपरिवर्ती धारा के लिए लागू होते हैं।*

अब हम उपर्युक्त से ठीक विपरीत प्रकरण पर विचार करते हैं। माना परिनालिका S_1 से एक समय पर निर्भर परिवर्ती विद्युत् धारा I_1 प्रवाहित की जाती है। फलस्वरूप S_2 को वेधने वाला फ्लक्स

$$\Phi_2 = M_{21} I_1 \tag{7.14}$$

यहाँ M_{21} को परिनालिका (या परिपथ) S_2 का परिनालिका (या परिपथ) S_1 के सापेक्ष अन्योन्य प्रेरकत्व कहते हैं।

फैराडे के नियम से S_2 में प्रेरित विद्युत् वाहक बल का मान

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$= -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \tag{7.15}$$

पुन: यह दर्शाया जा सकता है कि समाक्षी परिनालिकाओं की उपरोक्तानुसार सरल व्यवस्था के लिए M_{21} आसानी से परिकलित किया जा सकता है। यथा – माना S_1 में उत्पन्न

फ्लक्स पूरी तरह S_2 के अंदर है। S_1 के बाहर चुंबकीय क्षेत्र नहीं है (जो S_1 में धारा के कारण उत्पन्न हो)। अत:

$$\Phi_2 = (\pi r_1^2)(\mu_0 n_1 I_1)(n_2 l)$$

जहाँ $n_2 l = N_2$ परिनालिका S_2 में कुल फेरों की संख्या है। समीकरण (7.14) से

$$M_{21} = \frac{\Phi_2}{I_1}$$

$$= \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l$$

$$= M_{12} \quad (7.16)$$

इस व्यंजक में अंतिम पद हेतु समीकरण 7.12 का प्रयोग किया है।

अन्योन्य प्रेरकत्व की गणना व्यापक परिस्थिति में आसान नहीं है। किंतु यदि हम निम्न तीन लक्षण ध्यान में रखें तो अन्योन्य प्रेरकत्व का अभिज्ञान आसान होगा। (1) अन्योन्य प्रेरकत्व का मान दोनों परिपथों की संरचना पर निर्भर करता है। (2) दो परिपथों से संबद्ध अन्योन्य प्रेरकत्व उनके मध्य उपस्थित पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है (यथा सापेक्ष चुंबकशीलता)। (3) तुल्यता संबंध

$$M_{12} = M_{21} \quad (7.17)$$

सत्य होता है जैसा उपरोक्त विवेचन में दीर्घ लंबाई के समाक्षी परिनालिकाओं के लिए दर्शाया है। किंतु उपरोक्त संबंध व्यापक रूप से भी सत्य है हालांकि हमने इस पाठ्य में सिद्ध नहीं किया है। उक्त तुल्यता बहुत उपयोगी है यह तथ्य अब हम निम्न उदाहरण द्वारा स्पष्ट करेंगे।

उदाहरण 7.5 दो वृत्ताकार कुंडलियाँ एक कम त्रिज्या r_1 की तथा दूसरी अधिक त्रिज्या r_2 की, समाक्षी रखी हैं। दोनों कुंडलियों के केंद्र संपाती हैं। इस व्यवस्था के लिए अन्योन्य प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए।

हल माना बाह्य वृत्ताकार कुंडली में से I_2 धारा प्रवाहित है। इस धारा के कारण कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र $B_2 = \mu_0 I_2 / 2r_2$ होगा। चूंकि दूसरी समाक्षी कुंडली की त्रिज्या अल्प है एवं वह सकेंद्री है। हम मान सकते हैं कि उस कुंडली के संपूर्ण अल्प अनुप्रस्थ काट पर B_2 का मान एक-सा है। अत:

$$\Phi_1 = \pi r_1^2 B_2$$

$$= \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2 r_2} I_2$$

$$= M_{12} I_{12}$$

अत:

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2 r_2}$$

किंतु समीकरण (7.17) से

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2 r_2}$$

यहाँ स्पष्ट करना होगा कि यदि आंतरिक कुंडली में से विद्युत् धारा प्रवाहित की जाती तो बाह्य कुंडली के बड़े अनुप्रस्थ काट पर चुंबकीय क्षेत्र का मान एकसमान नहीं माना जा सकता था फलतः M_{21} की गणना असंभव हो जाती। इस प्रकार तुल्यता का सूत्र इस परिस्थिति में सहायक हुआ। यह भी ध्यान दें कि अन्योन्य प्रेरकत्व पूर्णतः संरचना पर निर्भर करने वाली राशि है।

7.8.2 स्वप्रेरकत्व

अन्योन्य प्रेरकत्व के विवेचन में हमने देखा कि एक परिपथ में बहने वाली धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय फ्लक्स निकटस्थ द्वितीय कुंडली को वेधता है तथा उसमें प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न कराता है। अब हम दो निकटस्थ कुंडलियों में एक साथ धारा बहने पर होने वाली व्यापक परिस्थिति पर विचार करेंगे। इस दशा में हम पाएंगे कि किसी क्षण किसी भी एक कुंडली (परिपथ) से संबद्ध फ्लक्स प्रत्येक कुंडली (परिपथ) द्वारा उत्पन्न फ्लक्स का योग होगा। अर्थात् चुंबकीय क्षेत्रों के लिए अध्यारोपण का सिद्धांत लागू होता है। अत: समीकरण (7.9) का व्यापक रूप

$$\Phi_1 = M_{11} I_1 + M_{12} I_2 \quad (7.18)$$

है तथा फैराडे के नियम से

$$\varepsilon_1 = -M_{11}\frac{dI_1}{dt} - M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

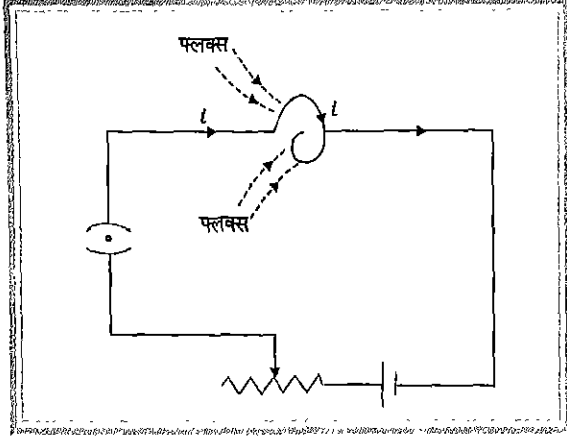
जहाँ M_{11} कुंडली 1 का स्वप्रेरकत्व है जिसे L_1 द्वारा व्यक्त करते हैं। L_1 को कभी-कभी स्वप्रेरक गुणांक भी कहते हैं। तब

$$\varepsilon_1 = -L_1\frac{dI_1}{dt} - M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

व्यंजक का प्रथम पद स्वप्रेरण द्वारा उत्पन्न विद्युत् वाहक बल

है जो दूसरी कुंडली की अनुपस्थिति में भी प्राप्त होता है। अतः एकल कुंडली (परिपथ) का स्वप्रेरकत्व जिसे हम L द्वारा व्यक्त करेंगे, निम्न सूत्र द्वारा परिभाषित है।

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \tag{7.19}$$

स्व-प्रेरकत्व को समझने की दृष्टि से चित्र 7.14 में प्रदर्शित पृथक्कृत परिपथ का विवेचन काफी उपयोगी होगा।

चित्र 7.14 एक पृथक्कृत परिपथ। स्विच ऑफ करके धारा-नियंत्रक के प्रतिरोध को कम करके धारा बढ़ाई जाती है तो एकल फेर कुंडली से संबद्ध फ्लक्स बढ़ता है। फ्लक्स में वृद्धि कुंडली में प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न करता है जिसकी दिशा लेंज के नियम से बैटरी के विद्युत् वाहक बल के विपरीत है।

चित्र 7.14 में दर्शाए परिपथ में एकल फेर कुंडली में से विद्युत् धारा, जिसका मान क्रमशः धारा-नियंत्रक के प्रतिरोध को कम करके बढ़ाया जा रहा है, प्रदर्शित है।

कुंडली से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स में समय के साथ वृद्धि होती है। समय परिवर्ती फ्लक्स कुंडली में प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न करता है। लेंज के नियम के अनुसार प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा बैटरी के कारण बहने वाली धारा की दिशा के विपरीत होगी। फलस्वरूप परिपथ में धारा वृद्धि तत्काल नहीं बल्कि क्रमशः होती है। इस विधा में हम देखते हैं कि कुंडली से संबद्ध फ्लक्स की उत्पत्ति उसी कुंडली में बहने वाली धारा के कारण है अतः इस घटना को स्वप्रेरण कहा जाता है।

प्रेरण के कारण उत्पन्न विद्युत् वाहक बल को विरोधी विद्युत् वाहक बल (back emf) कहते हैं। यही मुख्य परिपथ में धारा वृद्धि का विरोध करता है। भौतिक दृष्टि से स्वप्रेरकत्व (विद्युतीय परिपथों में) वही कार्य करता है जो यांत्रिकी में जड़त्व। अतः स्वप्रेरकत्व को विद्युत् चुंबकत्व में यांत्रिकी संहति के तुल्य मानते हैं।

विद्युत् परिपथ के लिए कार्य की दर (शक्ति)

$$\frac{dW}{dt} = |\varepsilon| I$$

यदि हम प्रतिरोधों में जूलीय क्षय (ऊष्मीय हानि) को नगण्य मान कर छोड़ दें, तब मात्र प्रेरकत्व प्रभाव में कार्य की दर समीकरण (7.19) से

$$\frac{dW}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

या

$$2I\frac{dI}{dt} = \frac{d(I^2)}{dt}$$

इसलिए,

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2}L\frac{d(I^2)}{dt}$$

अतः परिपथ में धारा स्थापित करने में कुल ऊर्जा

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \tag{7.20}$$

उक्त सूत्र हमें गतिज ऊर्जा के व्यंजक $mv^2/2$ की याद दिलाता है।

सरल ज्यामितीय संरचना वाले सरल परिपथों के लिए हम स्वप्रेरकत्व की गणना कर सकते है। आइए, हम एक दीर्घ लंबाई l के A अनुप्रस्थ काट वाली परिनालिका हेतु स्वप्रेरकत्व की गणना करें। माना इस परिनालिका की इकाई लंबाई में n फेरे हैं। तब इसमें से I धारा बहने पर परिनालिका में उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र का मान $B = \mu_0 n I$ होगा। अतः परिनालिका से संबद्ध कुल फ्लक्स

$$\Phi = (\mu_0 n I)(A)(nl)$$
$$= \mu_0 n^2 A l I$$

जहाँ $nl = N$, परिनालिका में कुल फेरों की संख्या है। अतः परिनालिका का स्वप्रेरकत्व

$$L = \frac{\Phi}{I}$$
$$= \mu_0 n^2 A l \tag{7.21}$$

यदि हम परिनालिका के अंतः भाग को μ_r चुंबकशीलता वाले पदार्थ से भर दें (यथा नर्म लोहा) तो

$$L(\mu_r) = \mu_r \mu_0 n^2 Al \quad (7.22)$$

स्पष्ट है कि परिनालिका (या कुंडली) का स्वप्रेरकत्व उसकी ज्यामितीय संरचना तथा μ_r द्वारा निर्धारित है।

उदाहरण 7.6 (a) परिनालिका में संचित चुंबकीय ऊर्जा मान क्या होता है? (b) इस चुंबकीय ऊर्जा तथा संधारित्र में संचित स्थिर विद्युत् ऊर्जा किस रूप में तुलनीय है?

हल (a) समीकरण (7.20) से प्रेरकत्व में I धारा के कारण संचित चुंबकीय ऊर्जा का मान

$$U_m = \frac{1}{2}LI^2$$

$$= \frac{1}{2}L\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 \text{ (चूंकि } B = \mu_0 nI)$$

$$= \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 Al)\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 \text{ [व्यंजक (7.21) से]}$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}B^2 Al$$

(b) यदि परिनालिका का आयतन V हो तो इकाई आयतन में चुबंकीय ऊर्जा

$$u_m = \frac{U_m}{V}$$

$$= \frac{U_m}{Al}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (7.23)$$

चुंबकीय राशियों को तत्सम विद्युतीय राशियों में, यथा

$$\frac{1}{\mu_0} \to \varepsilon_0$$

$\mathbf{B} \to \mathbf{E}$ दर्शाने पर

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad (7.24)$$

उक्त व्यंजक समीकरण (7.24) समांतर प्लेट संधारित्र के इकाई आयतन में पायी जाने वाली स्थिर विद्युत् ऊर्जा का समीकरण है। हम पाते हैं कि प्रेरक एवं धारिता दोनों में संचित ऊर्जा, संबंधित क्षेत्र की तीव्रता के वर्ग के समानुपाती है। यहाँ हम बताना चाहेंगे कि समीकरण (7.23) एवं (7.24) की व्युत्पत्ति के समय विशेष परिस्थिति (सरलतम संरचना युक्त परिनालिका या समांतर प्लेट संधारित्र) की बात कही है। किंतु उक्त सूत्र किसी भी आकृति, परिवेश एवं स्थिति के लिए सत्य है, जहाँ चुंबकीय या विद्युतीय क्षेत्र उपस्थित है। ◀

7.9 प्रत्यावर्ती धारा जनित्र

विद्युत् चुंबकीय प्रेरण परिघटना का प्रौद्योगिक रूप से दोहन कई रूपों में किया गया है। इनमें सबसे महत्त्वपूर्ण एवं विशिष्ट उपयोग प्रत्यावर्ती धारा उत्पादन है। 100 MW (दस करोड़ वॉट) सामर्थ्य का आधुनिक ac जनित्र इसका सुंदर उदाहरण है जिसका प्रयोग बहुधा होता है। इस अनुभाग में हम प्रत्यावर्ती धारा जनित्र के मूल सिद्धांत का अध्ययन करेंगे। जनित्र के विकास का श्रेय यूगोस्लाव वैज्ञानिक निकोला टेस्ला को है।

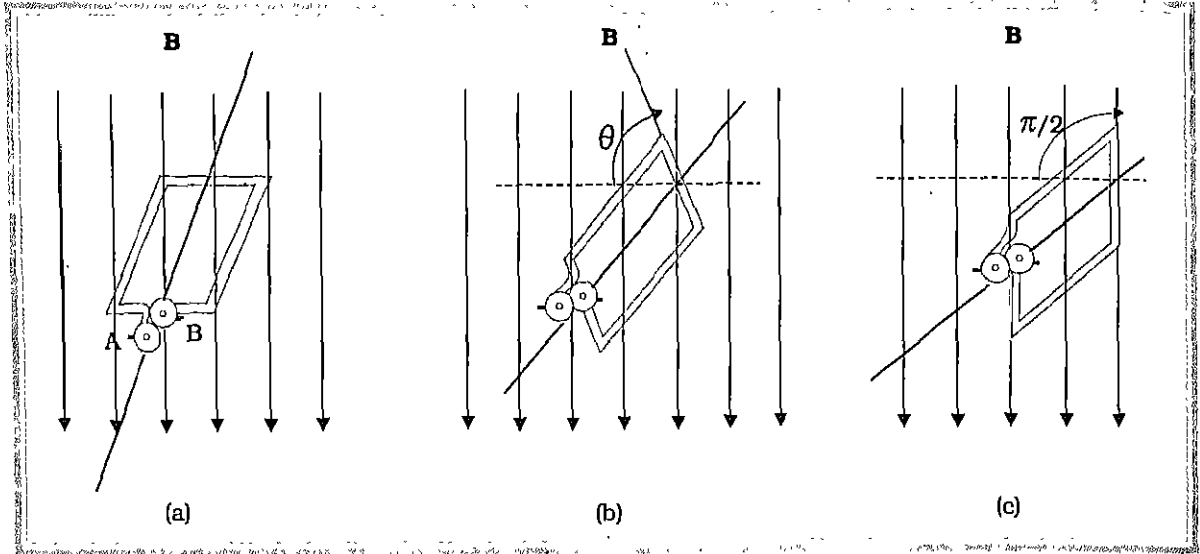
प्रत्यावर्ती धारा जनित्र का कार्य सिद्धांत निम्नानुसार प्रस्तुत किया जाता है: *प्रत्यावर्ती धारा जनित्र वह संसाधन है जो यांत्रिक ऊर्जा को, विद्युत् चुंबकीय प्रेरण परिघटना के माध्यम से विद्युत् ऊर्जा में बदलता है।*

सरलतम प्रत्यावर्ती धारा जनित्र में N फेरों वाला पाश (loop), जिसका अनुप्रस्थ काट A है, समचुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ में घुमाया जाता है। चित्र 7.15 में हमने इस व्यवस्था का विभिन्न समय अंतराल पर चित्रण किया है। स्पष्ट है कि किसी क्षण पाश चुंबकीय क्षेत्र के साथ θ कोण बनाता है किंतु अन्य क्षणों पर अलग कोण बनाएगा। चित्र 7.15 (a), (b), (c) में θ के मान क्रमशः 0, θ एवं $\frac{\pi}{2}$ द्वारा व्यक्त है। माना हम पाश के घूर्णन की गणना $\theta = 0$ स्थिति से करते हैं। यदि पाश के घूर्णन गति का अपरिवर्ती कोणीय वेग ω हो तो

$$\theta = \omega t$$

तथा किसी क्षण t पर पाश से संबद्ध फ्लक्स

$$\Phi_m(t) = N\mathbf{B}.\mathbf{A}$$

$$= NBA\cos\theta$$

$$= NBA\cos(\omega t)$$

चित्र 7.15 *प्रत्यावर्ती धारा जनित्र की सैद्धांतिक प्रस्तुति। एक कुंडली (पाश) एक समान चुंबकीय क्षेत्र में घुमाई जाती है जिससे उसमें गतिमान विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। चित्र में पाश का चुंबकीय क्षेत्र* **B** *के सापेक्ष विभिन्न क्षणों पर अभिविन्यास प्रदर्शित है यथा जब पाश का क्षेत्र सदिश (a) $\theta = 0$; (b) $\theta = \theta$ (व्यापक रूप); (c) $\theta = \pi/2$ कोण बनाता है।*

फैराडे के प्रेरण के नियम से

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$= NBA\omega \sin(\omega t)$$

$$= V_m \sin(\omega t)$$

जहाँ V_m प्रेरित विद्युत् वाहक बल का अधिकतम मान है।

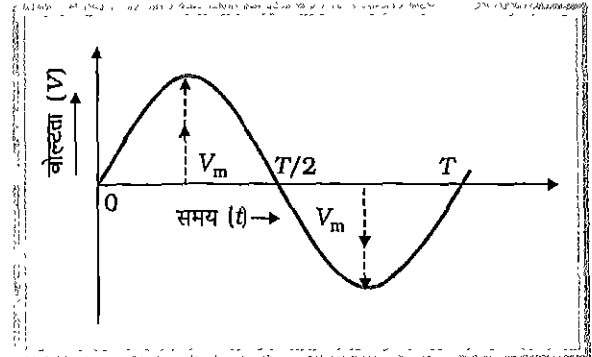
$$V_m = NBA\omega$$

विद्युत् वाहक बल का समय के साथ इस ज्यावक्रीय परिवर्तन को चित्र 7.16 में अंकित किया गया है।

यदि जनित्र की कुंडली एक सेकंड में f चक्कर लगाए तो

$$\omega = 2\pi f$$

तथा $V_m = 2\pi f NBA$

अब प्रश्न उठता है कि इस प्रेरित विद्युत् बल को उपयोग हेतु कैसे प्राप्त करें। इस प्रश्न के उत्तर स्वरूप एक अलग ही तकनीक का विकास हुआ है। किंतु इसके सरलतम रूप को निम्नानुसार व्यक्त करते हैं: कुंडली तार के दोनों सिरे क्रमश: एक-एक धात्विक वलय से जोड़ते हैं जो कुंडली के घूर्णन अक्ष के समाक्षी है। इन वलयों को सर्पी वलय (slip rings) कहते हैं। इन्हें चित्र 7.15 (a) में A तथा B से सुस्पष्ट दर्शाया गया है। सर्पी वलय A तथा B को पुन: एक-एक अचर कार्बन ब्रुशों (Brushes) से जोड़ा जाता है। इन्हीं ब्रुशों के सिरों (terminals) से बाह्य परिपथ जोड़े जाते हैं।

चित्र 7.16 *चित्र 7.14 में प्रदर्शित कुंडली के चुंबकीय क्षेत्रों में घूर्णन से गतिक विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। कुंडली का घूर्णन कालांक (Time period) $T = 2\pi/\omega$ है।*

व्यावसायिक जनित्र में कुंडली (या आर्मेचर) को घुमाने हेतु आवश्यक यांत्रिक ऊर्जा ऊँचाई से गिरते हुए पानी द्वारा प्राप्त की जाती है। यही कारण है कि विद्युत् ऊर्जा केंद्रों (electric power stations) के लिए बांध (dams) का भी निर्माण किया जाता है। पानी की ऊर्जा द्वारा चालित जनित्रों को हाइड्रो इलेक्ट्रिक (hydro-electric) जनित्र कहते हैं। अन्य वैकल्पिक जनित्रों में पानी को कोयला या अन्य ईंधन

की सहायता से भाप में परिवर्तित करते हैं। उच्च दाब से भाप को आर्मेचर को घुमाने के लिए प्रयोग में लाते हैं। इस युक्ति के जनित्रों को ताप जनित्र (Thermal generator) कहते हैं। अध्याय 14 में हम देखेंगे कि कोयले की जगह भाप बनाने के लिए नाभिकीय ईंधन का प्रयोग किया जा सकता है। ऐसे जनित्र नाभिकीय जनित्र (*nuclear generator*) कहलाते हैं। आधुनिक जनित्र 500 MW जैसी उच्च शक्ति उत्पन्न कर सकते हैं [इसका अर्थ है कि इन जनित्रों से 100 W के पचास लाख बल्ब एक साथ जलाए जा सकते हैं]। अधिकांश व्यावसायिक जनित्रों में कुंडली को अचर रखा जाता है तथा विद्युत् चुंबकों को घुमाया जाता है। भारत में जनित्रों में घूर्णन आवृत्ति 50 Hz निश्चित की गई है। कुछ देशों में, यथा अमेरिका में इस आवृत्ति को 60 Hz निर्धारित किया है।

उदाहरण 7.7 सिद्धार्थ अपने साइकिल के पैडल को एक चक्कर प्रति सेकंड से घुमाता है। पैडल का संबंध 0.1 वर्ग मीटर क्षेत्रफल तथा 100 फेरों वाली कुंडली से है। कुंडली एक समचुंबकीय क्षेत्र जिसकी तीव्रता 0.1 T है, में घूमने हेतु स्वतंत्र है। कुंडली द्वारा उत्पन्न होने वाले अधिकतम विभवांतर का परिकलन करिए।

हल दिया गया कि $f = 1$ Hz; $N = 100$, $A = 0.1\ m^2$ तथा $B = 0.1$ T

अतः समीकरण (7.26) से

$$\varepsilon = NBA\,(2\pi f)\sin(2\pi f t)$$
$$= 100 \times 0.1 \times 0.1 \times 2 \times 3.14 \sin(3.14 \times 2t)$$
$$= 6.28 \sin(6.28t)$$

अतः अधिकतम विभवांतर $V_m = 6.28$ V

माना उक्त कुंडली में 0.5 A धारा बहती है। तब प्राप्त अधिकतम शक्ति

$$P = 6.28 \times 0.5 = 3.14\ W$$

हम अपेक्षा करते हैं कि आप विद्युत् ऊर्जा प्राप्ति (जनित्र) के लिए वैकल्पिक संभावनाओं का पता लगाएँ।

पक्षियों का प्रवसन (migration)

कुछ पक्षियों में प्रवसन वृत्ति पाई जाती है। पक्षियों का प्रवसन 'पैटर्न' विज्ञान विशेषकर जीवविज्ञान के लिए रहस्य है। उदाहरण के लिए, पक्षी ठंड में साइबेरिया से भारतीय उपमहाद्वीप के जल-स्थलों में बिना थके पहुँच जाते हैं। कुछ चिंतकों ने इसके पीछे विद्युत् चुंबकीय प्रेरण प्रभाव का कारण होने का संकेत किया। चूंकि पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र पृथ्वी के सृजन के समय से ही उपस्थित माना जाता है अतः इस क्षेत्र को पक्षियों के प्रवसन हेतु उत्तरदायी माना जा सकता है। चूंकि पक्षियों में किसी प्रकार के लौह चुंबकीय पदार्थ के पाए जाने की पुष्टि नहीं है। अतः विद्युत् चुंबकीय प्रेरण ही प्रवसन की दिशा निर्धारण में उपयुक्त हो सकता है। एक इष्टतम (optimal) स्थिति पर विचार करें: माना पक्षियों के मार्ग में पृथ्वी के चुंबकत्व की तीव्रता $\mathbf{B}$ है, पक्षियों की गति $\mathbf{v}$ है तथा पक्षी के शरीर में दो विशिष्ट बिंदुओं की दूरी l है तथा ये तीनों सदिश अन्योन्य रूप से एक-दूसरे के लंबवत् हैं। तब गतिक विद्युत् वाहक बल के समीकरण (7.5) से

$$\varepsilon = Blv$$

अब, $B = 4 \times 10^{-5}$ T, $l = 2$ cm, $v = 10$ m/s

लेने पर

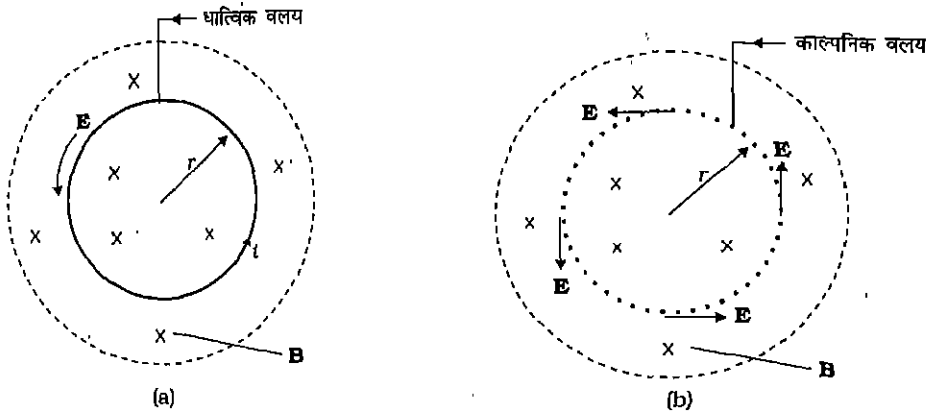
$$\varepsilon = 4 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2} \times 10 = 8 \times 10^{-6}\ V$$
$$= 8\ \mu V$$

किंतु यह विभवांतर बहुत ही अल्प है। अतः उपरोक्त परिकल्पना की वैधता संदेहास्पद है। हाँ कुछ प्रकार की मछलियाँ जरूर इतने अल्प विभवांतर से प्रभावित हो सकती हैं। इन मछलियों में कुछ विशेष कोशिकाओं (Cells) की पहचान की गई है, जो अत्यल्प विभवांतर का संसूचन कर सकती हैं। किंतु इस प्रकार की कोशिकाओं की उपस्थिति भी पक्षियों में नहीं है। अतः पक्षियों में प्रवसन आज भी एक गुत्थी ही है।

फैराडे के विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के नियम का समाकलीय रूप

अनुभाग 7.5 में हमने देखा की परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र द्वारा विद्युत् क्षेत्र की व्युत्पत्ति होती है। इस अवलोकन की हम और विवेचना करते हैं।

चित्र (a) में दिखाए अनुसार अभिलंबत् चुंबकीय क्षेत्र में स्थित स्थिर धात्विक वलय पर विचार कीजिए। अब हम चुंबकीय क्षेत्र में dB/dt की दर से परिवर्तन करते हैं। इससे वलय में प्रेरित धारा उत्पन्न होगी। लोरेन्ट्स बल सूत्र से हम जानते हैं कि चुंबकीय क्षेत्र एक अचर आवेश पर कोई बल आरोपित नहीं करता है। अतः प्रेरित धारा की उपस्थिति की व्याख्या करने हेतु हमें मानना होगा कि **परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र प्रेरण से एक विद्युत् क्षेत्र E** स्थापित करता है। यह विद्युत् क्षेत्र वलय के गतिमान आवेश q पर एक बल $q\mathbf{E}$ आरोपित करता है। अतः यदि आवेश वलय के अनुदिश $\mathbf{dl}$ दूरी तक विस्थापित हो तो प्रेरित विद्युत् क्षेत्र द्वारा कृत कार्य

$$\Delta W = q\,\mathbf{E}.\mathbf{dl}$$

चित्र (a) त्रिज्या r के धात्विक वलय में संबद्ध चुंबकीय क्षेत्र में समय के साथ परिवर्तन (वृद्धि) करने पर प्रेरित विद्युत् धारा I प्राप्त होती है (b) जब धात्विक वलय हटाया जाता है। वलय की अनुपस्थिति में भी एक प्रेरित विद्युत् क्षेत्र विद्यमान रहता है जिसकी दिशा r त्रिज्या के काल्पनिक वलय पर स्पर्श रेखा के अनुदिश है।

प्रेरित विद्युत् क्षेत्र, धात्विक वलय के किसी भी बिंदु पर उस बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा के अनुदिश होता है। परिणाम में सभी बिंदुओं पर सममिति के कारण इसका मान एकसा रहता है। अतः वलय के किसी आवेश q को वलय का एक पूर्ण चक्कर घुमाने में कृत कार्य

$$W = qE(2\pi r)$$

जहाँ r वलय की त्रिज्या है। चूंकि विद्युत् वाहक बल इकाई आवेश पर कृत कार्य होता है

अतः $$\varepsilon = E(2\pi r) \tag{A.1}$$

यदि वलय वृत्ताकार न हो तो समीकरण (A.1) का व्यापक रूप

$$\varepsilon = \oint \mathbf{E}.\mathbf{dl} \tag{A.2}$$

जहाँ समाकलन वलय की लंबाई पर लिया गया है। फैराडे के विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के नियम से

$$\varepsilon = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \tag{A.3}$$

या व्यापक रूप में

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (A.4)$$

समीकरणों (A.2) एवं (A.4) की सहायता से हम फैराडे के नियम निम्न समाकल रूप में लिख सकते हैं

$$\oint \mathbf{E}.\mathbf{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (A.5)$$

तथा चित्र (a) में प्रदर्शित धात्विक वलय की सरल व्यवस्था के लिए समीकरण (A.1) तथा (A.3) सूचित करते हैं कि

$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \quad (A.6)$$

समीकरण (A.5) तथा (A.6) दर्शाते हैं कि किस प्रकार परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र विद्युत् क्षेत्र से संबंधित है।

यहाँ हमें यह भी जानना होगा कि प्रेरित विद्युत् क्षेत्र की उपस्थिति के लिए धात्विक वलय की उपस्थिति आवश्यक नहीं है। चित्र (b) में यह प्रदर्शित है। **बीटाट्रॉन** (betatron) मशीन इसी सिद्धांत पर बनी है। इसका उपयोग इलेक्ट्रानों को त्वरित करने में किया जाता है।

ध्यान रहे प्रेरित विद्युत् क्षेत्र स्थिर विद्युत् आवेशों से **नहीं** उत्पन्न होता। प्रेरित विद्युतीय क्षेत्र की क्षेत्र रेखाएँ (बल रेखाएँ) चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं के समान ही बंद लूप बनाती हैं। अर्थात् इनका उद्गम धनावेश पर होकर इनकी समाप्ति ऋणावेश पर नहीं होती। इसी प्रकार प्रेरित विद्युत् क्षेत्र से विभव की धारणा भी सहचारी **नहीं** है। ये **संरक्षी भी नहीं** हैं। ज्ञात रहे कि स्थिर वैद्युतीय क्षेत्र संरक्षी है तथा इसमें कल्पित किसी भी बंद लूप के परितः क्षेत्र का रेखीय समाकल शून्य होता है। (व्यंजक A.5 का दायाँ पक्ष देखें)।

सारांश

1. किसी सतह (क्षेत्रफल **A**) को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखने पर उसमें से गुजरने वाला चुंबकीय फ्लक्स

$$\Phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{A} = BA\cos\theta$$

द्वारा परिभाषित है। यहाँ **B** एवं **A** के मध्य कोण θ है।

2. फैराडे के विद्युत् चुंबकीय प्रेरण के नियम के अनुसार N फेरे युक्त कुंडली में प्रेरित विद्युत् वाहक बल उसे वेधने वाले चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन की दर के तुल्य होता है।

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

जहाँ Φ_B एक फेरे से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स है। यदि परिपथ एक बंद परिपथ हो तो उसमें धारा स्थापित हो जाती है।

3. लेंज के नियम के अनुसार प्रेरित विद्युत् वाहक बल की ध्रुवता इस प्रकार होती है कि वह उस दिशा में धारा प्रवाहित करे जो उसी परिवर्तन का विरोध करे जिसके कारण उसकी (धारा की) उत्पत्ति हुई है। फैराडे द्वारा निष्पादित व्यंजक में ऋण चिह्न इसी बात का द्योतक है।

4. जब एक l लंबाई की चालक छड़ को v गति से चुंबकीय क्षेत्र B में इस प्रकार चलाया जाए जिससे l, v, B, एक-दूसरे के अभिलंबवत् हों तो चालक में उत्पन्न "गतिक विद्युत् वाहक बल" का मान

$\varepsilon = Blv$

द्वारा व्यक्त किया जाता है।

5. परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के निकट स्थित चालक के बंद लूप में प्रेरित धारा स्थापित हो जाती है। बंद लूप किसी भी आकार के हो सकते हैं। इन धारा वलयों (लूपों) में ऊष्मा के रूप में ऊर्जा क्षय (अवांछनीय रूपांतरण) होता है। धात्विक सतहों में बने प्रेरित धारा पथ (बंद लूप) भंवर धाराओं के नाम से जाने जाते हैं।

6. प्रेरकत्व प्रेरित फ्लक्स की माप है जो धारा I के बहने से संलग्न होता है। इसे अनुपात Φ/I द्वारा व्यक्त किया जाता है।

7. कुंडली 2 में धारा परिवर्तन निकट स्थित कुंडली 1 में प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न कर सकता है। इसे

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

द्वारा व्यक्त करते हैं जहाँ M_{12} कुंडली 1 का कुंडली 2 के सापेक्ष अन्योन्य प्रेरकत्व है। M_{21} को भी इसी प्रकार परिभाषित किया जा सकता है। इन दो प्रेरकत्वों में

$$M_{12} = M_{21}$$

तुल्यता होती है जिसे हम पाठ्य में केवल विशिष्ट परिस्थिति हेतु ही सिद्ध करते हैं।

8. जब किसी कुंडली में धारा परिवर्तन हो रहा हो तो वह धारा में परिवर्तन उसी कुंडली में एक विरोधी विद्युत् वाहक बल को उत्पन्न करता है। इस स्वप्रेरित विद्युत् वाहक बल का मान

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

द्वारा व्यक्त किया जाता है। यहाँ L कुंडली का स्वप्रेरकत्व है जो कुंडली के धारा में परिवर्तन के विरोध की माप है।

9. किसी लंबी परिनालिका जिसकी क्रोड μ_r विद्युत्शीलता के पदार्थ की है, का स्व-प्रेरकत्व

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l$$

द्वारा व्यक्त किया जाता है। जहाँ A परिनालिका का अनुप्रस्थ काट, l उसकी लंबाई तथा n उसकी इकाई लंबाई में लपेटों की संख्या को व्यक्त करते हैं।

10. प्रत्यावर्ती धारा जनित्र में विद्युत् चुंबकीय प्रेरण द्वारा यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत् चुंबकीय ऊर्जा में रूपांतरित करते हैं। यदि A अनुप्रस्थ काट वाली N लपेटों वाली कुंडली समचुंबकीय क्षेत्र B में f चक्कर प्रति सेकंड लगाए तो प्रेरित गतिमान विद्युत् वाहक बल का मान

$$\varepsilon = NBA\,(2\,\pi f)\sin\,(2\pi f t)$$

द्वारा व्यक्त किया जाता है। यहाँ मान लिया गया है कि $t = 0$ पर कुंडली समचुंबकीय क्षेत्र के अभिलंबवत् थी।

चुंबकीय फ्लक्स	Φ_B	Wb (वेबर)	$[M L^2 T^{-2} A^{-1}]$	चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव का स्थान
विद्युत् वाहक बल	ε	V (वोल्ट)	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	$\varepsilon = -d\Phi_B/dt$
अन्योन्य प्रेरकत्व	M	H (हेनरी)	$[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$	$\varepsilon_1 = -M_{12} dI_2/dt$
स्व-प्रेरकत्व	L	H (हेनरी)	$[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$	$\varepsilon = -L dI/dt$

विचारणीय विषय

1. विद्युत् एवं चुंबकत्व का एक-दूसरे के साथ घनिष्ठ संबंध है। उन्नीसवीं शताब्दी के प्रारंभ में आर्स्टेड ऐंपियर एवं अन्य द्वारा संपादित प्रयोगों ने सिद्ध कर दिया कि गतिमान आवेश (धारा) चुंबकीय क्षेत्र की उत्पत्ति करते हैं। सन 1830 के आसपास फैराडे तथा हेनरी द्वारा किए गए प्रयोगों ने स्पष्ट रूप से प्रदर्शित किया कि गतिमान चुंबक विद्युत् धारा प्रेरित (उत्पन्न) करते हैं। प्रश्न उठता है कि क्या सभी ज्ञात मौलिक बल (यथा गुरुत्वीय, विद्युत् चुंबकीय, क्षीण तथा प्रबल नाभिकीय बल) एक-दूसरे से संबंधित हैं?

2. कोई परिपथ खुला (open) हो तब भी उसमें चुंबकीय फ्लक्स के परिवर्तन से प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। परिपथ को क्लोज (पूर्ण) करने पर परिपथ में से विद्युत् धारा का प्रवाह होता है।

3. लेंज का नियम ऊर्जा के संरक्षण सिद्धांत के संगत है। यदि प्रेरित धारा लेंज के नियम द्वारा निर्दिष्ट दिशा के विपरीत दिशा में बहे तो शाश्वत गतिक मशीन का निर्माण संभव होगा।

4. फैराडे के विद्युत् चुंबकीय नियम के अनुरूप उत्पन्न प्रेरित विद्युत् वाहक बल का स्रोत रासायनिक अथवा स्थिर वैद्युतिक नहीं है। किसी आवेश को बंद पाश में पूर्ण चक्कर लगाने में कृत कार्य शून्य नहीं होता। यदि प्रेरित विद्युत् वाहक बल से संबंधित विद्युत् क्षेत्र **E** हो तो

$$\oint \mathbf{E}.d\mathbf{l} \neq 0$$

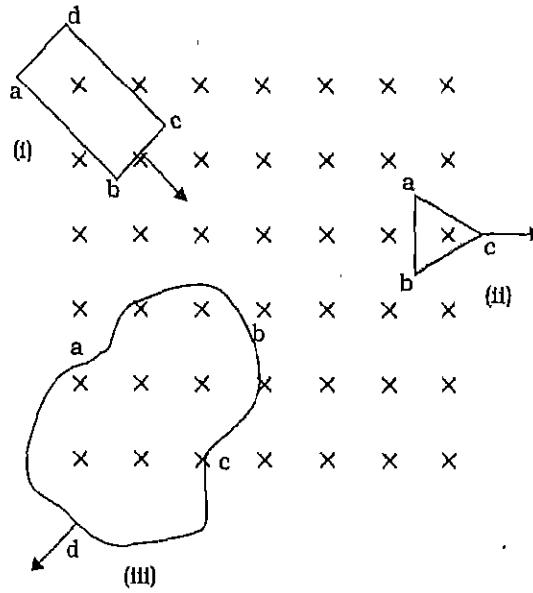
जहाँ समाकलन परिपथ में बंद पाश के अनुदिश लिया गया है। प्रेरित विद्युत् क्षेत्र **E** संरक्षी क्षेत्र नहीं है। प्रेरित विद्युत् क्षेत्र की व्युत्पत्ति के लिए आवश्यक नहीं है कि बंद लूप किसी पदार्थ का ही हो। हम दिक् में किसी भी बंद लूप की अवधारणा कर सकते हैं। प्रेरित विद्युत् क्षेत्र का किसी बंद परिपथ के लिए रेखीय समाकल का मान शून्य नहीं होता।

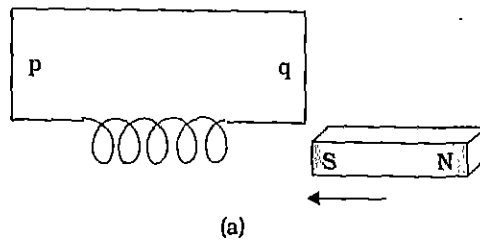
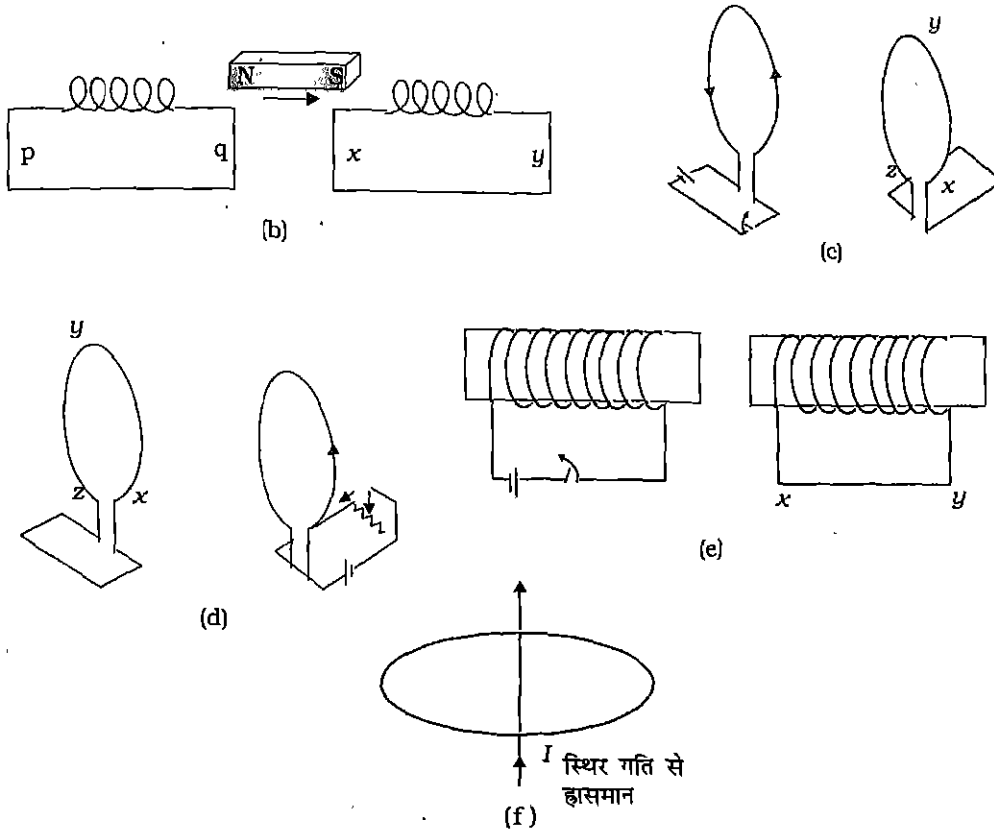
5. अनुभाग 7.5 में गतिक विद्युत् वाहक बल की विवेचना की गई है। इस अवधारणा का निष्पादन हम गतिमान आवेश पर लगने वाले लोरेन्ट्स बल का प्रयोग करते हुए फैराडे के नियम से भी कर सकते हैं। यद्यपि आवेश स्थिर हो (लोरेन्ट्स बल का $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ पद शून्य है) फिर भी परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण एक प्रेरित विद्युत् वाहक बल उत्पन्न होता है। अतः स्थिर चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश एवं समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र में स्थिर आवेश फैराडे के नियम के लिए समान परिस्थिति हैं। सममित परिस्थितियों में फैराडे के नियम की वैधता सापेक्षता के सिद्धांत की दृष्टि से काफी महत्त्वपूर्ण है।)

6. प्रेरकत्व की धारणा विद्युत् जड़त्व के रूप में की जा सकती है। स्वप्रेरकत्व का विद्युत् में वही स्थान है, जो संहति का यांत्रिकी में है।

7. स्वप्रेरकत्व तथा अन्योन्य प्रेरकत्व दोनों ही
   (i) परिपथ की ज्यामितीय संरचना, तथा
   (ii) परिपथ से संबंधित पदार्थ के नैज (intrinsic) गुणों, जैसे चुंबकशीलता पर निर्भर करते हैं। इस दृष्टि से प्रेरकत्व धारिता एवं प्रतिरोध के समान है।
8. विद्युत् परिपथ में धारिता, प्रतिरोध, प्रेरकत्व तथा डायोड निष्क्रिय अवयव के रूप में जाने जाते हैं (इसका जिक्र हम बाद में करेंगे)। अतः इन चार गुणों को विद्युत् इंजीनियरिंग एवं प्रौद्योगिकी का मूल आधार तत्त्व माना जाता है।

अभ्यास

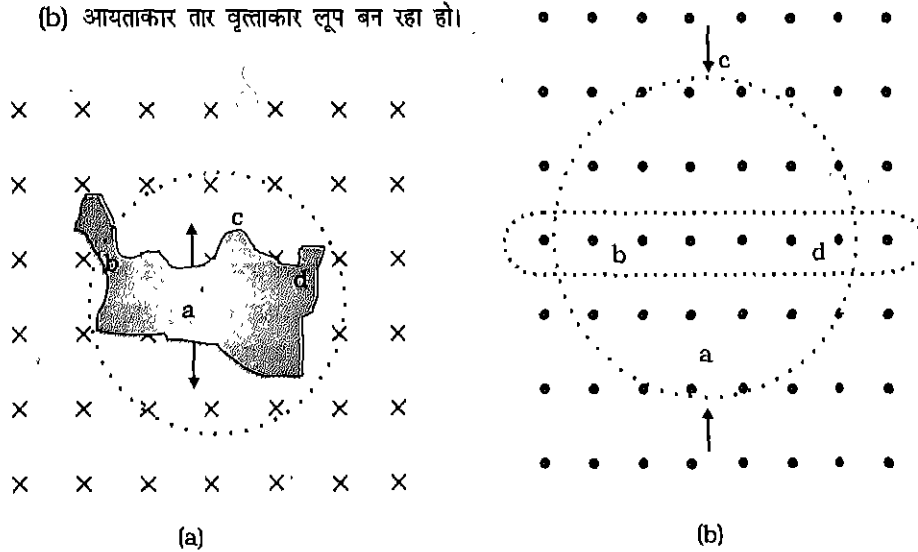
7.1 चित्र 7.17 में विभिन्न आकार के समतल लूप जो चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश कर रहे हैं अथवा क्षेत्र से बाहर निकल रहे हैं, दिखाए जाए हैं। चुंबकीय क्षेत्र लूप के तल से अभिलंबवत् किंतु प्रेक्षक से परे हटने की दिशा में है। लेंज के नियम का प्रयोग करते हुए प्रत्येक लूप में प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा ज्ञात करो।

चित्र 7.17

7.2 चित्र 7.18 (a) से (f) में प्रदर्शित व्यवस्था के लिए प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात करो।

चित्र 7.18

7.3 चित्र 7.19 में प्रदर्शित परिस्थितियों के लिए लेंज के नियम का प्रयोग करते हुए प्रेरित विद्युत् धारा की दिशा प्राप्त करो

(a) जब अनियमित आकार का तार वृत्ताकार लूप बन रहा हो;

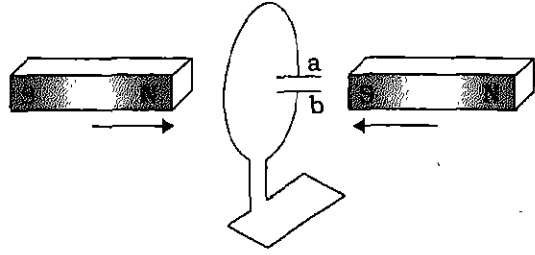
(b) आयताकार तार वृत्ताकार लूप बन रहा हो।

(a) (b)

चित्र 7.19

7.4 निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखें :

(a) एक चालक लूप स्थायी चुंबक के NS ध्रुवों द्वारा उत्पन्न क्षेत्र में अभिलंबवत् स्थिर रखा गया है। यदि चुंबकीय क्षेत्र पर्याप्त प्रबल हो तो बताएँ कि क्या हम लूप में धारा उत्पन्न होने की आशा कर सकते हैं?

(b) एक बंद (closed) चालक लूप विशाल संधारित्र की प्लेटों के बीच विद्युत् क्षेत्र के अभिलंबवत् चलायमान है। क्या लूप में प्रेरित धारा उत्पन्न होगी यदि (i) लूप संधारित्र की प्लेटों के पूर्णतः अंदर हो (ii) लूप आंशिक रूप में संधारित्र की प्लेट के बाहर हो? गतिमान अवस्था में भी विद्युत् क्षेत्र लूप के तल के अभिलंबवत् है।

(c) एक आयताकार एवं एक वृत्ताकार लूप एक सम चुंबकीय क्षेत्र में से क्षेत्र विहीन भाग में एकसमान वेग से निर्गमित हो रहे हैं। क्षेत्र इन लूपों के तल के अभिलंबवत् है। आपके अनुसार किस लूप में प्रेरित विद्युत् वाहक बल स्थिर होगा जब लूप चुंबकीय क्षेत्र से बाहर निकल रहा हो?

चित्र **7.20**

(d) चित्र 7.20 में प्रदर्शित स्थिति के लिए संधारित्र की ध्रुवता क्या होनी चाहिए?

7.5 एक धातु के छोटे टुकड़े को चुंबकीय ध्रुव खंडों के बीच की जगह से आर-पार 0.5 s में खींचा जाता है। यदि चुंबकीय ध्रुवों के मध्य फ्लक्स का मान 8×10^{-4} Wb हो, तो तार में प्रेरित विद्युत् वाहक बल का परिकलन करो।

7.6 एक लंबी परिनालिका के इकाई सेंटीमीटर लंबाई में 15 फेरे हैं। उसके अंदर 2.0 cm^2 का एक छोटा-सा लूप परिनालिका के अक्ष के लंबवत् रखा गया है। यदि परिनालिका में बहने वाली धारा का मान 0.1 s में 2 A से 4 A कर दिया जाए तो धारा परिवर्तन के दौरान प्रेरित विभवांतर क्या होगा?

7.7 1 m लंबी धातु की छड़ उसके एक सिरे से जाने वाले अभिलंबवत् अक्ष के परितः 400 s^{-1} की कोणीय आवृत्ति से घूम रही है। छड़ का दूसरा सिरा एक धात्विक वलय से संपर्कित है। यदि अक्ष के अनुदिश सभी जगह 0.5 T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र उपस्थित हो तो वलय तथा अक्ष के बीच स्थापित विद्युत् वाहक बल की गणना करो।

7.8 एक वृत्ताकार कुंडली जिसकी त्रिज्या 8.0 cm तथा फेरों की संख्या 20 है अपने ऊर्ध्व व्यास के परितः 50 s^{-1} की कोणीय आवृत्ति से 3×10^{-2} T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में घूम रही है। कुंडली में उत्पन्न अधिकतम तथा औसत प्रेरित विद्युत् वाहक बल के मान ज्ञात करो। यदि कुंडली का प्रतिरोध 10 Ω हो तो कितनी शक्ति ऊष्मा के रूप में क्षयित होगी? प्राप्त शक्ति का स्रोत क्या है?

7.9 एक चक्र जिसमें 0.5 m लंबे 10 धात्विक स्पोक हैं, को 120 चक्र प्रति मिनट की दर से घुमाया जाता है, चक्र का घूर्णन तल उस स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के अभिलंबवत् है। यदि पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का मान 0.4 G हो तो चक्र के अक्ष एवं रिम के मध्य स्थापित प्रेरित विद्युत् वाहक बल का मान क्या होगा?

अतिरिक्त अभ्यास

7.10 एक आयताकार लूप जिसकी भुजाएँ 8 cm एवं 2 cm हैं, एक स्थान पर थोड़ा कटा हुआ है। यह लूप अपने तल के अभिलंबवत् 0.3 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र से बाहर निकल रहा है। यदि लूप के बाहर निकलने का वेग 1 cm s^{-1} है तो निम्न परिस्थितियों में कटे भाग के सिरों पर उत्पन्न विभवांतर ज्ञात करो (i) जब लूप की गति लंबी भुजा के अभिलंबवत् हो (ii) जब लूप की गति छोटी भुजा के अभिलंबवत् हो। प्रत्येक स्थिति में उत्पन्न विभवांतर कितने समय तक टिकेगा?

(**नोट** : इस प्रकार के अभ्यास में हम इस तथ्य की उपेक्षा करेंगे कि चुंबकीय क्षेत्र का परिवर्तन एक परिमित मान से एकदम शून्य संभव नहीं है)।

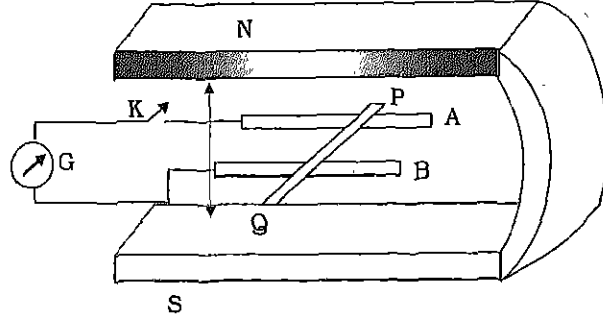
7.11 माना अभ्यास 7.10 में लूप स्थिर है किंतु चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाले विद्युत् चुंबक में धारा का मान कम करते हैं जिससे चुंबकीय क्षेत्र का मान 0.3 T से 0.02 T s^{-1} की दर से घटे। अब यदि लूप का कटा भाग जोड़ दें जिससे प्राप्त बंद लूप का प्रतिरोध 1.6 Ω हो तो इस लूप में ऊष्मन के रूप में शक्ति ह्रास क्या है? इस शक्ति का स्रोत क्या है?

7.12 12 cm भुजा वाला वर्गाकार लूप जिसकी भुजाएँ X एवं Y अक्षों के अनुदिश हैं, x-दिशा में 8 cm s^{-1} की गति से चलाया जा रहा है। लूप तथा उसकी गति का परिवेश z-दिशा के चुंबकीय क्षेत्र का है, चुंबकीय क्षेत्र न तो एकसमान है और न ही समय के साथ नियत है। इस क्षेत्र की ऋणात्मक दिशा में प्रवणता 10^{-3} T cm^{-1} है (अर्थात् ऋणात्मक x अक्ष की दिशा में इकाई सेंटीमीटर दूरी पर क्षेत्र के मान में 10^{-3} T की वृद्धि होती है)। साथ ही क्षेत्र के मान में 10^{-3} T s^{-1} की दर से कमी भी हो रही है। यदि कुंडली का प्रतिरोध 4.5 mΩ हो तो प्रेरित धारा की परिमाण एवं दिशा ज्ञात करो।

7.13 एक शक्तिशाली लाउडस्पीकर के चुंबक के ध्रुवों के बीच चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता के परिमाण का मापन किया जाना है। इस हेतु एक छोटी चपटी 2 cm^2 क्षेत्रफल की सर्च-क्वाइल (अन्वेषी कुंडली) का प्रयोग किया गया। इस कुंडली में 25 सटे-सटे फेरे हैं तथा इसे चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत् व्यवस्थित किया गया है। अचानक सर्च क्वाइल को क्षेत्र के बाहर निकाला जाता है। तुल्यतः एक अन्य विधि में सर्च क्वाइल को तेजी से 90° से एकदम घुमा देते हैं जिससे कुंडली का तल चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश हो जाए। इस दोनों घटनाओं में समान कुल आवेश 7.5 mC का प्रवाह होता है (जिसे परिपथ में बैलिस्टिक गैल्वेनोमीटर 'प्रक्षेप धारामापी' लगाकर ज्ञात किया जा सकता है)। कुंडली तथा धारामापी का प्रतिरोध 0.50 Ω हो तो चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र का आकलन करो।

7.14 चित्र 7.21 में एक धातु छड़ PQ प्रदर्शित है जो पटरियों (rails) AB पर रखी है। पूर्ण व्यवस्था एक स्थायी चुंबक के ध्रुवों के मध्य स्थित है। पटरियाँ, छड़ एवं चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे के अभिलंबवत् दिशाओं में हैं। एक धारामापी G को पटरियों से एक स्विच K की सहायता से जोड़ा गया है। छड़ की लंबाई = 15 cm, $B = 0.50$ T तथा बंद लूप, जो पटरियों, छड़ तथा धारामापी से बना है का प्रतिरोध = 9.0 mΩ है।

(a) माना कुंजी K खुली (open) है तथा छड़ 12 cm s^{-1} की गति से दिखाई गई दिशा में गतिमान है। प्रेरित विद्युत् वाहक बल का मान एवं दिशा क्या होगी?

(b) क्या कुंजी K खुली होने पर छड़ के सिरों पर आधिक्य में आवेश एकत्रित होगा? क्या होगा यदि कुंजी K बंद (close) हो।

चित्र 7.21

(c) जब कुंजी K खुली हो तथा छड़ एकसमान वेग से गति में हो तब भी इलेक्ट्रॉनों पर कोई परिणामी बल नहीं कार्य करता हालांकि उन पर छड़ की गति के कारण चुंबकीय बल कार्य करता है। कारण स्पष्ट करो।

(d) कुंजी बंद होने की स्थिति में छड़ पर लगने वाले अवमंदन बल का मान क्या होगा?

(e) कुंजी बंद होने की स्थिति में छड़ को एकसमान गति ($12\ cm\ s^{-1}$) से चलाने हेतु (बाह्य कारक के लिए) कितनी शक्ति की आवश्यकता होगी? यदि कुंजी खुली हो तो कितनी शक्ति की आवश्यकता होगी?

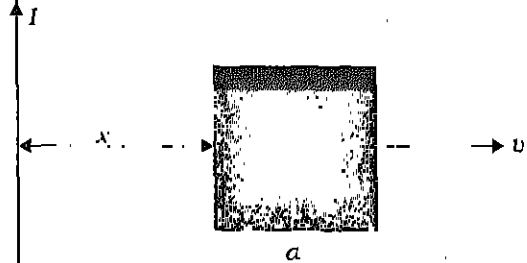
(f) बंद परिपथ में कितनी शक्ति का ऊष्मा के रूप में क्षय होगा? इस शक्ति का क्या स्रोत है?

(g) गतिमान छड़ में उत्पन्न विद्युत् वाहक बल का मान क्या होगा यदि स्थायी चुंबक को घुमाकर ऊर्ध्व स्थिति में लाया जाए जिससे चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पटरियों के अनुदिश हो?

7.15 एक हवा के क्रोड की परिनालिका में, जिसकी लंबाई 30 cm तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $25\ cm^2$ है, कुल 500 फेरे हैं। परिनालिका में से 2.5 A धारा बह रही है। धारा को अल्प काल 10^{-3} s में अचानक बंद कर दिया जाता है। परिपथ में स्विच के खुले सिरे के परितः उत्पन्न औसत विद्युत् वाहक बल का मान क्या होगा? परिनालिका के सिरों पर चुंबकीय क्षेत्र की असमानता की उपेक्षा करो।

7.16 एक जेट-प्लेन पश्चिम की ओर 1800 km/h वेग से गतिमान है। प्लेन के पंखे (wings) 25 m लंबे हैं। इनके सिरों पर कितना विभवांतर उत्पन्न होगा? पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का मान उस स्थान पर 5×10^{-4} T तथा अवनमन कोण 30° है।

7.17 (a) चित्र 7.22 में दर्शाए गए एक लंबे तार तथा एक वर्गाकार कुंडली के लिए अन्योन्य प्रेरकत्व का व्यंजक प्राप्त करें। कुंडली की एक भुजा की लंबाई a है।

(b) वायर लूप में उत्पन्न प्रेरित विद्युत् वाहक बल का परिकलन करो यदि उसमें से 50 A धारा बह रही हो तथा उसका किसी क्षण $x = 0.2$ m स्थिति पर वेग $v = 10\ m\ s^{-1}$ हो जैसा चित्र में व्यक्त है। कुंडली (लूप) के लिए $a = 0.1$ m लो तथा उसका प्रतिरोध बहुत अधिक मानो।

चित्र 7.22

7.18 M संहति तथा R त्रिज्या वाले चक्र पर एक रैखिक आवेश λ प्रति इकाई लंबाई पेस्ट किया (लगाया) गया है। चक्र के स्पोक हल्के एवं कुचालक हैं। चक्र ऊर्ध्व अक्ष के परितः घूमने हेतु स्वतंत्र है जैसा चित्र 7.23 में दर्शाया गया है। चक्र के त्रिज्यीय भाग पर एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** व्यापित है जो

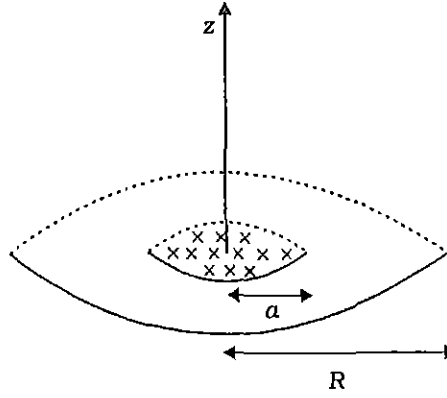
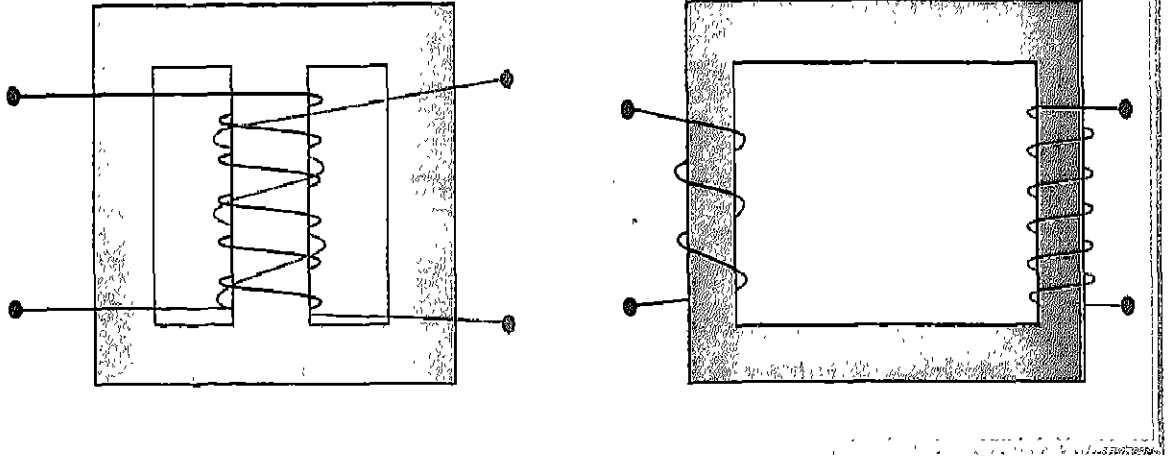
$\mathbf{B} = -B_0\,\hat{\mathbf{k}}$ $\quad (r \le a;\ a < R)$

$= 0$ $\quad$ (अन्यथा)

द्वारा परिभाषित है।

चक्र का कोणीय वेग ज्ञात करो जब चुंबकीय क्षेत्र को अचानक ऑफ कर दिया जाए?

चित्र 7.23

अध्याय 8

प्रत्यावर्ती धारा

8.1 भूमिका

अब तक हमने दिष्टधारा (dc) स्रोतों तथा दिष्टधारा स्रोतों के परिपथों पर विचार किया है। ये धाराएँ समय के साथ दिशा में परिवर्तन नहीं करती, परंतु वोल्टता व धारा में समय के साथ परिवर्तन होना बहुत सामान्य है। हमारे घरों व दफ्तरों में विद्युत् मेन्स आपूर्ति एक ऐसी वोल्टता होती है जिसमें समय के साथ ज्या फलन (sine function) की भांति परिवर्तन होता है। ऐसी वोल्टता को प्रत्यावर्ती वोल्टता (ac वोल्टता) तथा किसी परिपथ में इसके द्वारा संचालित धारा को प्रत्यावर्ती धारा (ac धारा)* कहते हैं। आज जिन वैद्युत युक्तियों का हम उपयोग करते हैं उनमें से अधिकांश को ac वोल्टता की आवश्यकता पड़ती है। इसका मुख्य कारण यह है कि अधिकांश पावर कंपनियों द्वारा बेची जा रही वैद्युत ऊर्जा प्रत्यावर्ती धारा के रूप में ही संप्रेषित व वितरित होती है। dc वोल्टता की अपेक्षा ac वोल्टता के उपयोग को अधिक प्राथमिकता दिए जाने का एक मुख्य कारण यह है कि ac वोल्टताओं को आवश्यकतानुसार ट्रांसफार्मरों द्वारा एक वोल्टता से दूसरी में आसानी एवं दक्षता के साथ बदला जा सकता है। इसके अतिरिक्त ac के रूप में वैद्युत ऊर्जा का लंबी दूरियों तक संप्रेषण भी अपेक्षाकृत कम खर्चीला होता है।

प्रत्यावर्ती परिपथ ऐसे अभिलक्षणों को प्रदर्शित करते हैं जिनका उपयोग दैनिक जीवन में काम आने वाली अनेक व्यावहारिक युक्तियों में किया जाता है। उदाहरणार्थ, हम अपने रेडियो को किसी मनपसंद स्टेशन से समस्वरित करते समय ac परिपथों के अनेक गुणों में से किसी एक विशिष्ट गुण का लाभ उठाते हैं। इस गुण के विषय में आप इस अध्याय में अध्ययन करेंगे।

* उक्तियाँ 'ac वोल्टता (ac voltage)' तथा 'ac धारा (ac current)' परस्पर विरोधी तथा अनावश्यक हैं, क्योंकि शब्दशः इनका अर्थ है प्रत्यावर्ती धारा वोल्टता (alternating current voltage) तथा प्रत्यावर्ती धारा धारा (alternating current current)। अभी भी संकेताक्षर ac, जो समय पर निर्भर सरल आवर्त वैद्युत राशि को निर्दिष्ट करता है, सार्वभौमिक रूप से इतना अधिक स्वीकार्य है कि हम इसके प्रयोग में दूसरों का अनुसरण करते हैं। इसके अतिरिक्त दूसरी उक्ति, जो सामान्यतया प्रयुक्त होती है, वोल्टता (voltage) है जिसका अर्थ है दो बिंदुओं के मध्य विभवांतर।

निकोला टेस्ला
(1836-1943)

युगोस्लाविया के वैज्ञानिक, आविष्कर्ता एवं प्रतिभावान व्यक्ति। उन्हीं को पहली बार चुंबकीय क्षेत्र को घुमाने का विचार आया जो व्यावहारिक रूप से सभी प्रत्यावर्ती धारा मशीनों का आधार है, और जिसने हमें विद्युत् शक्ति के युग में प्रवेश कराया है। उन्होंने अन्य वस्तुओं के अतिरिक्त प्रेरण-मोटर, प्रत्यावर्ती धारा की बहुफेज़ प्रणाली, रेडियो, टेलीविजन तथा अन्य इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों में लगने वाली उच्च आवृत्ति प्रेरण कुंडली (टेस्ला कुंडली) का आविष्कार किया। चुंबकीय क्षेत्र के SI मात्रक का नाम उनके सम्मान में रखा गया है।

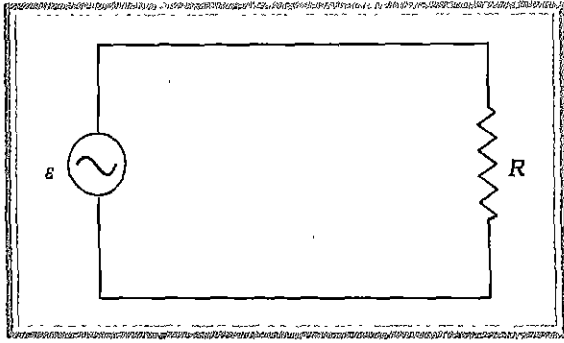
जॉर्ज वेस्टिंगहाऊस
(1846-1914)

दिष्टधारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा के इस्तेमाल के प्रमुख पक्षधर। अतः दिष्टधारा के समर्थक थॉमस अल्वा एडिसन से उनका सीधा संघर्ष हुआ। वेस्टिंगहाऊस को पूर्ण विश्वास था कि प्रत्यावर्ती धारा तकनीक विद्युतीय भविष्य की कुंजी है। उन्होंने अपने नाम वाली प्रसिद्ध कंपनी की स्थापना की और निकोला टेस्ला एवं अन्य आविष्कारकों को प्रत्यावर्ती धारा मोटरों तथा उच्च वोल्टता पर विद्युत धारा के संप्रेषण संबंधी उपकरणों के विकास के लिए नियुक्त किया, जिससे बड़े पैमाने पर प्रकाश प्राप्त करने का मार्ग खुला।

8.2 प्रतिरोधक पर प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 8.1 में किसी प्रतिरोधक को ac वोल्टता स्रोत ε से संयोजित दर्शाया गया है। परिपथ-आरेख में ⊝, ac स्रोत का प्रतीक है। यहाँ सुगमता के लिए हम एक ऐसे स्रोत पर विचार करते हैं जो अपने सिरों के बीच ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तनशील विभवांतर उत्पन्न करता है। मान लीजिए इस विभवांतर जिसे ac वोल्टता भी कहते हैं, को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है :

$$V = V_m \sin \omega t \tag{8.1}$$

यहाँ V_m दोलायमान विभवांतर का आयाम तथा ω इसकी कोणीय आवृत्ति है।

चित्र 8.1 प्रतिरोधक पर प्रयुक्त वोल्टता।

प्रतिरोधक से प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करने के लिए चित्र 8.1 में दर्शाए गए परिपथ पर किरखोफ का पाश नियम, $\sum \varepsilon(t) = 0$ लागू करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$V_m \sin \omega t = IR$$

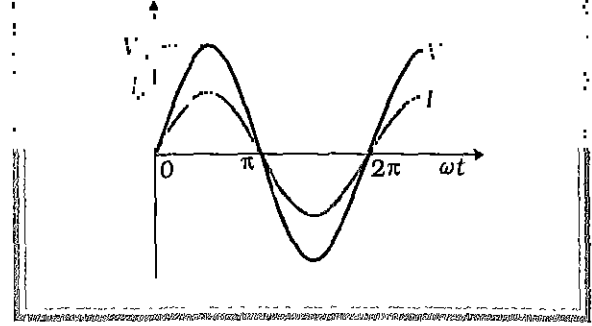
अथवा $$I = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

चूंकि R एक नियतांक है, हम इस समीकरण को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं,

$$I = I_m \sin \omega t \tag{8.2}$$

यहाँ धारा आयाम I_m को इस प्रकार लिखते हैं :

$$I_m = \frac{V_m}{R} \tag{8.3}$$

समीकरण (8.3) मात्र ओम का नियम ही है जो प्रतिरोधकों के प्रकरण में ac व dc दोनों प्रकार की वोल्टताओं के लिए समान रूप से लागू होता है। किसी शुद्ध प्रतिरोधक पर प्रयुक्त वोल्टता तथा उसमें प्रवाहित धारा को, जिन्हें समीकरणों (8.1) व (8.2) से व्यक्त किया है, चित्र 8.2 में समय के फलन के रूप में आलेखित किया गया है। ध्यान दीजिए कि विशेष रूप से, V तथा I दोनों एक ही समय पर शून्य, न्यूनतम तथा अधिकतम मान प्राप्त करते हैं। अतः स्पष्ट है कि वोल्टता तथा धारा एक-दूसरे के साथ समान कला में हैं।

चित्र 8.2 किसी शुद्ध प्रतिरोधक में, वोल्टता तथा धारा समान कला में हैं। शून्य सहित निम्निष्ठ तथा उच्चिष्ठ अपने-अपने नियत समयों पर होते हैं।

हम यह देखते हैं कि प्रयुक्त वोल्टता की भांति धारा भी ज्यावक्रीय रूप से परिवर्तित होती है तथा प्रत्येक चक्र में तदानुसार धनात्मक व ऋणात्मक मान दर्शाती है। इस प्रकार, एक संपूर्ण चक्र में तात्क्षणिक धाराओं के मानों का योग शून्य होता है तथा माध्य धारा शून्य होती है तथापि इस तथ्य का कि माध्य धारा शून्य है यह आशय नहीं है कि माध्य शक्ति भी शून्य है और विद्युत ऊर्जा का क्षय नहीं हो रहा है। जैसा कि आप जानते हैं जूल तापन I^2R से व्यक्त होता है तथा I^2 (जो सदैव ही धनात्मक होता है चाहे I धनात्मक हो अथवा ऋणात्मक) पर निर्भर करता है न कि I पर। इस प्रकार, किसी प्रतिरोधक से ac धारा प्रवाहित होने पर जूल तापन तथा वैद्युत ऊर्जा क्षय होता है।

प्रतिरोधक में तात्क्षणिक क्षयित शक्ति को इस प्रकार व्यक्त करते हैं :

$$P = I^2 R = I_m^2 R \sin^2 \omega t \tag{8.4}$$

एक चक्र में P का माध्य मान* है।

$$\bar{P} = \langle I^2 R \rangle = \langle I_m^2 R \sin^2 \omega t \rangle \tag{8.5a}$$

यहाँ किसी अक्षर (यहाँ P) पर अंकित बार उसके माध्य

* गणितीय रूप में, फलन $F(t)$ का अवधि T में माध्य-मान निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त होता है : $\langle F(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)dt$

मान को निर्दिष्ट करता है तथा <........> यह व्यक्त करता है कि कोष्ठक के भीतर की राशि का माध्य लिया गया है। चूंकि I_m^2 तथा R नियतांक हैं,

$$\bar{P} = I_m^2 R < \sin^2 \omega t > \quad (8.5b)$$

त्रिकोणमितीय समानिका का प्रयोग करने पर

$$< \sin^2 \omega t > = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$$

इससे हमें

$$< \sin^2 \omega t > = \frac{1}{2}(1 - < \cos 2\omega t >)$$

प्राप्त होता है और चूंकि

$< \cos 2\omega t > = 0$* तो

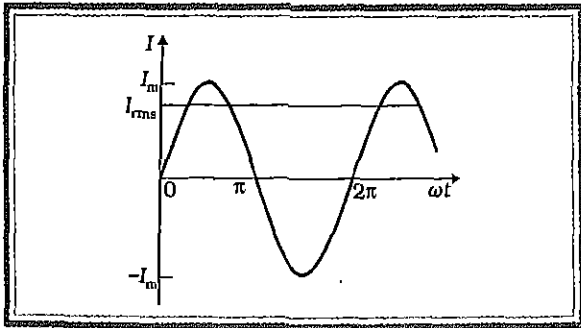
$$< \sin^2 \omega t > = \frac{1}{2}$$

इस प्रकार

$$\bar{P} = \frac{1}{2} I_m^2 R \quad (8.5c)$$

ac शक्ति को उसी रूप में व्यक्त करने कि लिए जिसमें dc शक्ति ($P = I^2 R$) को व्यक्त किया जाता है, धारा के एक विशिष्ट मान का उपयोग किया जाता है जिसे *वर्ग माध्य मूल* (rms) अथवा प्रभावी धारा कहते हैं (चित्र 8.3)। वर्ग माध्य मूल धारा को I_{rms} द्वारा निर्दिष्ट तथा इस प्रकार परिभाषित किया जाता है :

$$I_{rms} = \sqrt{\overline{I^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} I_m^2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$= 0.707\, I_m \quad (8.6)$$

चित्र 8.3 rms *धारा* I_{rms} *शिखर धारा* I_m *से* $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_m$ *द्वारा संबंधित है।*

I_{rms} के पदों में, माध्य शक्ति का मान

$$\bar{P} = \frac{1}{2} I_m^2 R = I_{rms}^2 R \quad (8.7)$$

इसी प्रकार, *rms* वोल्टता अथवा प्रभावी वोल्टता को हम इस प्रकार परिभाषित करते हैं :

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, V_m \quad (8.8)$$

समीकरण (8.3) से, $V_m = I_m R$ अथवा

$$\frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} R$$

अथवा $V_{rms} = I_{rms} R$ (8.9)

समीकरण (8.9) ac धारा तथा वोल्टता के मध्य संबंध प्रदान करती है और यह dc प्रकरण के समान ही है। यह *rms* मानों की धारणा को सन्निविष्ट करने के महत्त्व को दर्शाती है। rms मानों के पदों में, ac परिपथों में शक्ति का समीकरण तथा धारा व वोल्टता में परस्पर संबंध सार्थक रूप में dc प्रकरण के समान ही है। प्रचलित परंपरा के अनुसार ac राशियों के rms मान, माने तथा निर्दिष्ट किए जाते हैं। उदाहरणार्थ, 220 V की घरेलू आपूर्ति में 220 V वोल्टता का rms मान है जिसकी शिखर वोल्टता का मान

$$V_m = \sqrt{2}\ V_{rms} = (1.414)(220\text{ V}) = 311\text{ V}$$

वास्तव में, I_{rms} अथवा rms धारा उस dc धारा के समतुल्य है जो वही माध्य शक्ति ह्रास उत्पन्न करेगी जो प्रत्यावर्ती धारा करती है। समीकरण (8.7) को इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$\bar{P} = V_{rms}^2 / R = I_{rms} V_{rms} \quad (\text{चूंकि } V_{rms} = I_{rms} R)$$

उदाहरण 8.1 किसी प्रकाश बल्ब का 220 वोल्ट आपूर्ति के लिए अनुमतांक 100 वाट है। (a) बल्ब का प्रतिरोध; (b) स्रोत की शिखर वोल्टता, तथा (c) बल्ब से प्रवाहित rms धारा का मान ज्ञात कीजिए।

हल

(a) दिया गया है, $P = 100\text{ W}$ तथा $V = 220\text{ V}$
बल्ब का प्रतिरोध

$$R = \frac{V_{rms}^2}{P} = \frac{(220\text{ V})^2}{100\text{ W}} = 484\,\Omega$$

* $$< \cos 2\omega t > = \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t\, dt = \frac{1}{T}\left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \frac{1}{2\omega T}\left[\sin 2\omega T - 0\right] = 0$$

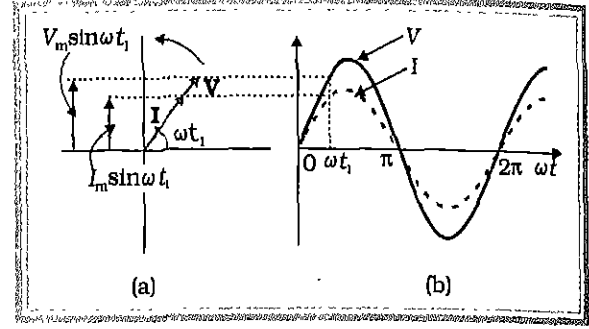
(b) स्रोत की शिखर वोल्टता

$$V_m = \sqrt{2}V_{rms} = 311\,V$$

(c) चूंकि $P = I_{rms}V_{rms}$

$$I_{rms} = \frac{P}{V_{rms}} = \frac{100\,W}{220\,V} = 0.45A$$

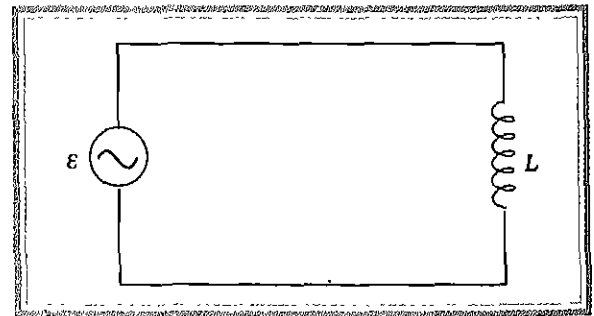
8.3 ac धारा व वोल्टता का घूर्णी सदिश निरूपण-कला समंजक (फेज़र्स)

पिछले अनुभाग में हमने देखा है कि प्रतिरोधक से प्रवाहित धारा तथा ac वोल्टता दोनों समान कला में हैं। किंतु किसी प्रेरक, किसी संधारित्र अथवा इन परिपथ अवयवों के संयोजन के प्रकरण में ऐसा नहीं है। ac परिपथ में वोल्टता तथा धारा के मध्य कला संबंध दिखलाने के लिए हम फेज़र्स की धारणा का उपयोग करते हैं। फेज़र-चित्र के उपयोग से ac परिपथ का विश्लेषण सरल हो जाता है। फेज़र* एक सदिश के समान है जो चित्र 8.4 में दर्शाए अनुसार किसी कोणीय चाल ω से मूल बिंदु के परित: घूर्णन करता है। फेज़र्स **V** तथा **I** के ऊर्ध्वाधर घटक ज्यावक्रीय परिवर्ती राशियों V तथा I का निरूपण करते हैं। फेज़र्स **V** तथा **I** के परिमाण, इन दोलायमान राशियों के आयाम अथवा शिखर मान V_m और I_m का निरूपण करते हैं। चित्र 8.4 (a) में ac स्रोत से संयोजित किसी प्रतिरोधक के प्रकरण में वोल्टता तथा धारा फेज़र्स एवं समय t_1 पर उनके संबंध को दर्शाया गया है, अर्थात् चित्र 8.4 (a) में दर्शाया गया फेज़र आरेख चित्र 8.1 के विद्युत् परिपथ के तदनुरूपी है। वोल्टता तथा धारा फेज़रों के ऊर्ध्वाधर अक्ष पर प्रक्षेप, अर्थात्, $V_m \sin\omega t$ तथा $I_m \sin\omega t$ क्रमश: उसी क्षण पर वोल्टता तथा धारा के मान को व्यक्त करते हैं। जैसे-जैसे वे आवृत्ति ω के साथ घूर्णन करते हैं, चित्र 8.4 b के वक्र जनित होते हैं।

चित्र 8.4 (a) चित्र 8.1 के परिपथ के लिए फेज़र आरेख (b) V तथा I और ωt के बीच ग्राफ।

चित्र 8.4(a) से हम यह देखते हैं कि प्रतिरोधक के प्रकरण में फेज़र **V** तथा **I** एक ही दिशा में हैं। ऐसा हर समय होता है। इसका अभिप्राय यह है कि वोल्टता तथा धारा के मध्य कला कोण शून्य है।

8.4 प्रेरक में प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 8.5 में एक प्रेरक को किसी ac स्रोत से संयोजित दर्शाया गया है। प्राय: प्रेरक की कुंडली का पर्याप्त प्रतिरोध होता है परंतु हम यह मानेंगे कि प्रेरक का प्रतिरोध नगण्य है। अत: यह परिपथ शुद्ध प्रेरणिक परिपथ है। मान लीजिए स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता $V = V_m \sin\omega t$ है। किरखोफ-पाश नियम $\sum \varepsilon(t) = 0$ का उपयोग इस तथ्य के साथ करने पर कि परिपथ में कोई प्रतिरोध नहीं है, हमें प्राप्त होता है :

$$V - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad (8.10)$$

चित्र 8.5 प्रेरक से संयोजित कोई ac स्रोत।

* यद्यपि किसी ac परिपथ में वोल्टता तथा धारा के फेज़र्स-घूर्णी सदिशों द्वारा निरूपित किए जाते हैं, तथापि वे स्वयं सदिश नहीं हैं। ये अदिश राशियाँ हैं। ऐसा होता है कि आवर्ती रूप में परिवर्ती अदिशों की कलाएँ गणितीय रूप में उसी प्रकार संयोग करती है जैसे कि तदनुरूपी परिमाणों व दिशाओं के घूर्णी सदिशों के प्रक्षेप करते हैं। "घूर्णी सदिश", जो आवर्ती रूप में परिवर्ती अदिशों का 'निरूपण' करते हैं केवल हमें इन राशियों को जोड़ने का सरल उपाय प्रदान करने के लिए सन्निविष्ट किए जाते हैं। जोड़ने के लिए हम पहले से ही ज्ञात नियम का उपयोग करते हैं।

यहाँ दूसरा पद प्रेरक में स्वप्रेरित फैराडे विद्युत् वाहक बल है। L प्रेरक का स्वप्रेरकत्व है। ऋणात्मक चिह्न लेंज़ नियम (अध्याय 7) का अनुसरण करता है। समीकरण (8.1) तथा (8.10) के संयोग से हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होता है

$$\frac{dI}{dt}=\frac{V}{L}=\frac{V_m}{L}\sin\omega t \qquad (8.11)$$

समीकरण (8.11) में अंतर्निहित है कि समय के फलन के रूप में धारा $I(t)$ का समीकरण ऐसा होना चाहिए कि उसकी प्रवणता dI/dt ज्यावक्रीय रूप से परिवर्तनशील एक ऐसी राशि हो जिसकी कला वही हो जो स्रोत की है तथा जिसका आयाम $\frac{V_m}{L}$ हो। धारा का मान प्राप्त करने के लिए हम $\frac{dI}{dt}$ का समय के सापेक्ष समाकलन करते हैं,

$$\int\frac{dI}{dt}dt=\frac{V_m}{L}\int\sin(\omega t)dt$$

अर्थात् $I=-\frac{V_m}{\omega L}\cos(\omega t)+$ नियतांक

यहाँ समाकलन नियतांक की विमा धारा की विमा होती है, तथा यह समय पर निर्भर नहीं करता है। चूंकि स्रोत का विद्युत् वाहक बल ऐसा है जो शून्य के परित: सममितीय रूप से दोलन करता है, अत: इसके कारण बनी रहने वाली धारा भी शून्य के परित: सममितीय रूप से दोलन करती है। परिणामत: नियतांक अथवा धारा का काल-स्वतंत्र (Time-independent) घटक विद्यमान नहीं होता। इसलिए उपरोक्त समीकरण में समाकलन नियतांक शून्य है। सूत्र

$$-\cos(\omega t)=\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

के उपयोग से हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होता है :

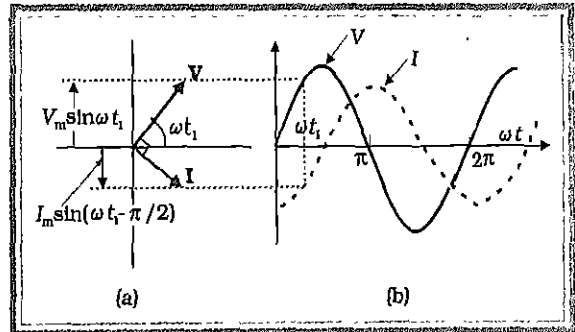
$$I=I_m\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \qquad (8.12)$$

यहाँ $I_m=\frac{V_m}{\omega L}$ धारा का आयाम है। राशि ωL प्रतिरोध के सदृश है तथा इसे *प्रेरण-प्रतिघात* कहते हैं तथा X_L द्वारा निर्दिष्ट करते हैं

$$X_L=\omega L \qquad (8.13)$$

अत: धारा का आयाम

$$I_m=\frac{V_m}{X_L} \qquad (8.14)$$

प्रेरण-प्रतिघात की विमा वही होती है जो प्रतिरोध की है तथा इसका SI मात्रक ओम (Ω) है। प्रेरण-प्रतिघात किसी शुद्ध प्रेरणिक परिपथ में धारा को वैसे ही नियंत्रित करता है जैसे कोई प्रतिरोध किसी शुद्ध प्रतिरोधी परिपथ में धारा को नियंत्रित करता है। प्रेरण-प्रतिघात प्रेरकत्व तथा धारा की आवृत्ति के अनुक्रमानुपाती होता है। किसी प्रेरक में स्रोत की वोल्टता तथा धारा के लिए समीकरण (8.1) व (8.12) की तुलना से यह ज्ञात होता है कि धारा, वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ अथवा ($\frac{1}{4}$) चक्र पश्च होती है। चित्र 8.6 (a) में वर्तमान प्रकरण में किसी क्षण t_1 पर वोल्टता तथा धारा के फेज़रों को दर्शाया गया है। धारा फेज़र **I** वोल्टता फेज़र **V** से $\frac{\pi}{2}$ से पश्च है। जब इन्हें आवृत्ति ω से वामावर्त घूर्णन कराते हैं तो ये वोल्टता तथा धारा उत्पन्न करते हैं जिन्हें क्रमश: समीकरण (8.1) व (8.12) द्वारा व्यक्त किया गया है। हम देखते हैं कि धारा वोल्टता की अपेक्षा चौथाई आवर्तकाल $[\frac{T}{4}=\frac{\pi/2}{\omega}]$ के पश्चात् अपने अधिकतम मान को प्राप्त करती है। आपने देखा है कि किसी प्रेरक का प्रतिघात परिपथ में धारा को वैसे ही सीमित करता है जैसे कि किसी dc परिपथ में कोई प्रतिरोध करता है। क्या प्रतिरोध के समान इसमें भी शक्ति व्यय होती है? आइए इसका पता लगाने का प्रयास करें।

चित्र 8.6 (a) चित्र 8.5 के परिपथ का फेज़र आरेख (b) V एवं I तथा ωt के बीच ग्राफ।

प्रेरक को आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति

$$P_L=IV=I_m\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)V_m\sin(\omega t)$$

$$=-I_mV_m\cos(\omega t).\sin(\omega t)$$

$$=-\frac{I_mV_m}{2}\sin(2\omega t)$$

अतः पूरे चक्र में माध्य शक्ति

$$\overline{P_L} = \left\langle -\frac{I_m V_m}{2}\sin(2\omega t)\right\rangle$$
$$= -\frac{I_m V_m}{2}\langle\sin(2\omega t)\rangle$$
$$= 0$$

क्योंकि पूरे चक्र में $\sin(2\omega t)$ का माध्य शून्य होता है। अतः एक पूरे चक्र में किसी प्रेरक को आपूर्त माध्य-शक्ति शून्य होती है। भौतिक रूप से, इस परिणाम का आशय निम्नवत् है : प्रत्येक धाराचक्र के पहले चौथाई भाग में प्रेरक में फ्लक्स निर्मित होता है तथा चुंबकीय क्षेत्र को स्थापित करता है एवं प्रेरक ऊर्जा संचित करता है। चक्र के अगले चौथाई भाग में जैसे-जैसे धारा घटती है, वैसे-वैसे फ्लक्स घटता है और संचित ऊर्जा, स्रोत को वापस लौटा दी जाती है। इस प्रकार, प्रत्येक अर्धचक्र में जो ऊर्जा स्रोत से ग्रहण की जाती है, वह बिना किसी शक्ति के क्षय हुए स्रोत को वापस लौटा दी जाती है।

उदाहरण 8.2 25 mH का कोई शुद्ध प्रेरक 220 V के स्रोत से संयोजित किया गया है। यदि स्रोत की आवृत्ति 50 Hz है तो प्रेरणिक प्रतिघात तथा परिपथ में rms धारा ज्ञात कीजिए।

हल प्रेरणिक प्रतिघात,

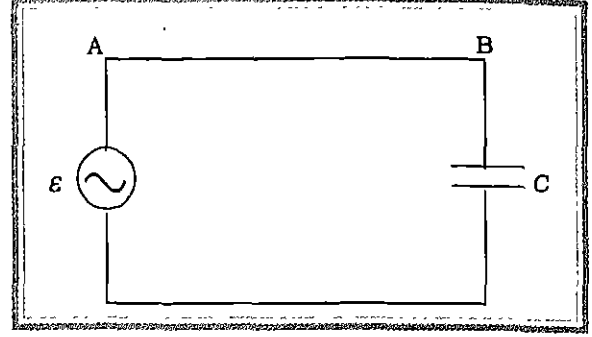
$$X_L = 2\pi\nu L = 2\times3.14\times50\times25\times10^{-3}\ \text{W}$$
$$= 7.85\ \Omega$$

परिपथ में rms धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_L} = \frac{220\text{V}}{7.85\Omega} = 28.03\text{A}$$

8.5 संधारित्र में प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 8.7 में किसी ac स्रोत से केवल एक संधारित्र को संयोजित दर्शाया गया है, अतः यह एक शुद्ध धारितात्मक ac परिपथ है।

जब dc परिपथ में किसी संधारित्र को किसी वोल्टता स्रोत से संयोजित करते हैं तो संधारित्र को आवेशित करने के लिए परिपथ में अल्प समय के लिए धारा प्रवाहित होगी। जैसे-जैसे संधारित्र की पट्टिकाओं पर आवेश संचित होता जाता है, वैसे-वैसे उनके बीच वोल्टता बढ़ती जाती है, जो धारा का विरोध करती है। अर्थात् किसी dc परिपथ में धारा जैसे ही संधारित्र को आवेशित करती है, संधारित्र उसे सीमित अथवा उसका विरोध करता है। जब संधारित्र पूर्णतः आवेशित हो जाता है तो परिपथ में धारा शून्य हो जाती है।

चित्र 8.7 संधारित्र से संयोजित कोई ac स्रोत।

जब चित्र 8.7 में दर्शाए गए संधारित्र को ac स्रोत से जोड़ते हैं, तो वह धारा को सीमित या नियंत्रित करता है, किंतु आवेश के प्रवाह को पूर्णतः नहीं रोकता। क्योंकि ac परिपथ में धारा प्रत्येक अर्धचक्र में अपनी दिशा बदलती है, संधारित्र बारी-बारी से आवेशित व विसर्जित होता है। कल्पना कीजिए कि किसी क्षण t पर संधारित्र पर आवेश $q(t)$ है। संधारित्र के सिरों के बीच तात्क्षणिक वोल्टता

$$V(t) = \frac{q(t)}{C} \tag{8.15}$$

किरखोफ पाश नियम के अनुसार स्रोत व संधारित्र दोनों के सिरों के बीच वोल्टता बराबर होती है :

$$V_m \sin\omega t = \frac{q}{C}$$

धारा प्राप्त करने के लिए हम निम्न संबंध का प्रयोग करते हैं

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$I = \frac{d}{dt}\left(V_m C\sin\omega t\right) = \omega C V_m \cos(\omega t)$$

संबंध $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ का उपयोग करने पर

$$I = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{8.16}$$

यहाँ दोलायमान धारा का आयाम $I_m = \omega C V_m$ है। हम इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं :

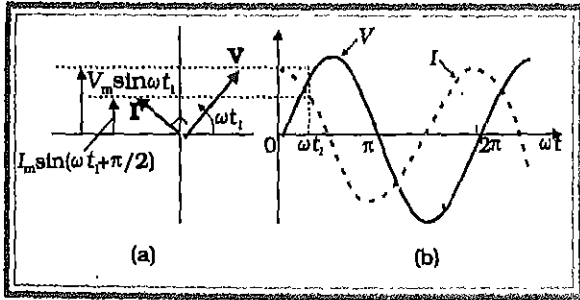
$$I_m = \frac{V_m}{(1/\omega C)}$$

किसी शुद्ध प्रतिरोधक परिपथ के लिए $I_m = \frac{V_m}{R}$ से इसकी तुलना करने पर हम पाते हैं कि इस ac परिपथ में $(1/\omega C)$ प्रतिरोध की भूमिका निभाता है। इसे *धारिता प्रतिघात* कहते हैं और X_c से निर्दिष्ट करते हैं

$$X_C = 1/\omega C \qquad (8.17)$$

अतः धारा का आयाम

$$I_m = \frac{V_m}{X_c} \qquad (8.18)$$

धारिता प्रतिघात की विमा वही है जो प्रतिरोध की होती है तथा इसका SI मात्रक ओम (Ω) है। धारिता प्रतिघात एक विशुद्ध धारितात्मक परिपथ में धारा के आयाम को उसी प्रकार से सीमित करता है जिस प्रकार किसी शुद्ध प्रतिरोधक परिपथ में प्रतिरोध धारा को सीमित करता है। परंतु धारिता प्रतिघात आवृत्ति तथा धारिता के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

चित्र 8.8 *(a) चित्र 8.7 के परिपथ का फेज़र आरेख (b) V तथा I और ω t के बीच ग्राफ।*

समीकरण (8.16) तथा स्रोत-वोल्टता की समीकरण (8.1) की तुलना यह दर्शाती है कि धारा वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ रेडियन अग्र है। चित्र 8.8 (a) में किसी क्षण t_1 पर फेज़र आरेख दर्शाया गया है। वहाँ धारा फेज़र **I** वोल्टता फेज़र से **V** से $\frac{\pi}{2}$ रेडियन अग्र है क्योंकि ये वामावर्त घूर्णन करते हैं। चित्र 8.8 (b) में समय के साथ वोल्टता तथा धारा का परिवर्तन दर्शाया गया है। इसमें हम देखते हैं कि वोल्टता की अपेक्षा धारा एक-चौथाई आवर्तकाल पहले अपना अधिकतम मान प्राप्त कर लेती है।

संधारित्र को आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति

$$P_C = IV = I_m \cos(\omega t).V_m \sin(\omega t)$$

$$= I_m V_m \cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

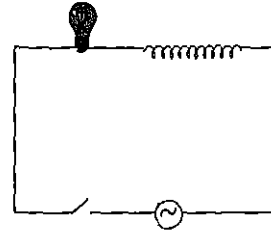
$$= \frac{I_m V_m}{2}\sin(2\omega t) \qquad (8.19)$$

इसलिए, प्रेरक के प्रकरण की भांति यहाँ भी माध्य शक्ति

$$\bar{P}_C = \left\langle \frac{I_m V_m}{2}\sin(2\omega t)\right\rangle = \frac{I_m V_m}{2}\langle \sin(2\omega t)\rangle = 0$$

क्योंकि पूर्ण चक्र के लिए $\langle \sin(2\omega t)\rangle = 0$। जैसा कि प्रेरक के प्रकरण में चर्चा की गई थी, यहाँ भी हर चौथाई आवर्तकाल में संधारित्र द्वारा संचित ऊर्जा अगले चौथाई आवर्तकाल में स्रोत को वापस लौटा दी जाती है।

इस प्रकार, हम देखते हैं कि प्रेरक के प्रकरण में धारा वोल्टता से 90° पश्च है तथा संधारित्र के प्रकरण में धारा वोल्टता से 90° अग्र है।

उदाहरण 8.3 कोई प्रकाश बल्ब किसी वायु क्रोड प्रेरक के साथ चित्र में दर्शाए अनुसार कुंजी द्वारा ac स्रोत से संयोजित है।

स्विच को बंद कर देते हैं तथा कुछ समय पश्चात् प्रेरक कुंडली के भीतर एक लोहे की छड़ प्रवेश कराई जाती है। जैसे-जैसे लौह-छड़ कुंडली में जाती है बल्ब की चमक (a) बढ़ती है; (b) घटती है; (c) अपरिवर्तित रहती है। कारण सहित उत्तर दीजिए।

हल जैसे ही लोहे की छड़ कुंडली में प्रवेश करती है, कुंडली में चुंबकीय क्षेत्र बढ़ता है जिससे कुंडली का प्रेरकत्व बढ़ता है। फलस्वरूप, कुंडली का प्रेरण-प्रतिघात बढ़ता है। इसके परिणामस्वरूप प्रयुक्त ac वोल्टता का बड़ा भाग प्रेरक के सिरों पर प्रकट होता है, तथा बल्ब के सिरों के बीच कम वोल्टता रह जाती है। इसलिए प्रकाश बल्ब की चमक घट जाती है।

उदाहरण 8.4 15.0 μF का कोई संधारित्र 220 V, 50 Hz स्रोत से संयोजित किया गया है। धारिता प्रतिघात

तथा परिपथ में (rms व शिखर) धारा ज्ञात कीजिए। यदि आवृत्ति दो गुनी कर दी जाए तो धारिता प्रतिघात व धारा पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

हल धारिता प्रतिघात

$$X_C = \frac{1}{2\pi \nu C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(1.50\times10^{-6}\text{F})} = 212\Omega$$

rms धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_C} = \frac{220\,\text{V}}{212\,\Omega} = 1.04\,\text{A}$$

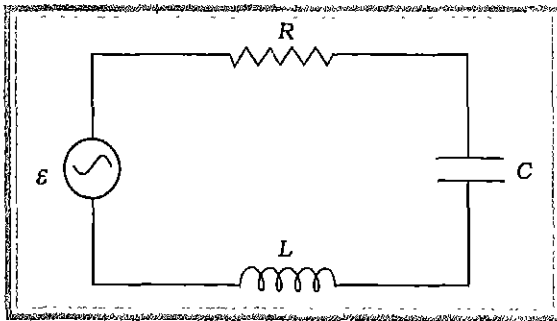
शिखर धारा

$$I_m = \sqrt{2} I_{rms} = (1.41)(1.04\,A) = 1.47A$$

यह धारा +1.47A तथा −1.47A के मध्य दोलन करती है, तथा यह वोल्टता से 90° अग्र है।

यदि आवृत्ति दो गुनी कर दी जाए तो धारिता प्रतिघात आधा रह जाता है, फलस्वरूप धारा दो गुनी हो जाती है।

8.6 श्रेणीबद्ध LCR परिपथ पर लगाई गई ac वोल्टता

चित्र 8.9 में एक श्रेणीबद्ध LCR परिपथ किसी ac स्रोत ε से संयोजित दर्शाया गया है। पहले की ही भांति स्रोत की वोल्टता $V = V_m \sin \omega t$ है।

चित्र 8.9 किसी ac स्रोत से संयोजित श्रेणीबद्ध LCR परिपथ।

यदि संधारित्र पर आवेश q और किसी क्षण t पर परिपथ में प्रवाहित धारा I है, तो किरखोफ पाश नियम से :

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = V \qquad (8.20)$$

हम तात्क्षणिक धारा I तथा इस धारा में प्रयुक्त ac वोल्टता 'V' से कला संबंध ज्ञात करना चाहते हैं। हम यह समस्या दो विधियों द्वारा हल करेंगे। पहली में हम फेज़र तकनीक का उपयोग करेंगे और दूसरी विधि में हम समीकरण (8.20) को विश्लेषणात्मक रूप से हल करके I की कालाश्रिता प्राप्त करेंगे।

8.6.1 फेज़र-आरेख द्वारा हल

चित्र 8.9 में परिपथ में प्रतिरोधक, प्रेरकत्व तथा संधारित्र श्रेणीक्रम में जुड़े दर्शाए गए हैं। इसलिए परिपथ के हर घटक में ac धारा समान है, आयाम एवं कला भी समान ही हैं। माना कि,

$$I = I_m \sin(\omega t + \phi) \qquad (8.21)$$

यहाँ ϕ स्रोत की वोल्टता तथा परिपथ में धारा के मध्य कलांतर है। इस अध्याय के पूर्व अनुभागों के आधार पर हम वर्तमान प्रकरण का एक फेज़र-आरेख निर्मित करेंगे।

मान लीजिए समीकरण (8.21) के अनुसार परिपथ की धारा को फेज़र **I** द्वारा निरूपित करते हैं। इसके अतिरिक्त, मान लीजिए $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_C$, तथा **V** क्रमशः प्रेरकत्व, प्रतिरोधक, संधारित्र तथा स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता को निरूपित करते हैं। पहले अनुभाग से हमें ज्ञात है कि $\mathbf{V}_R$, **I** के समांतर है, $\mathbf{V}_C$, **I** से $\frac{\pi}{2}$ रेडियन पश्च है तथा $\mathbf{V}_L$, **I** से $\frac{\pi}{2}$ रेडियन अग्र है। चित्र 8.10 (a) में $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_C$, तथा **I** को उनके यथोचित कला संबंधों सहित दर्शाया गया है।

इन फेज़रों की लंबाइयाँ अथवा $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_C$ तथा $\mathbf{V}_L$ के आयाम इस प्रकार हैं :

$$V_{Rm} = I_m R,\quad V_{Cm} = I_m X_C,\quad V_{Lm} = I_m X_L \qquad (8.22)$$

परिपथ के लिए वोल्टता समीकरण (8.20) को इस प्रकार लिखा जा सकता है :

$$V_L + V_R + V_C = V \qquad (8.23)$$

फेज़र संबंध, जिसके ऊर्ध्वाधर घटकों से उपरोक्त समीकरण प्राप्त होता है, निम्नलिखित हैं :

$$\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_C = \mathbf{V} \qquad (8.24)$$

इस संबंध को चित्र 8.10 (b) में निरूपित किया गया है। चूंकि $\mathbf{V}_C$ तथा $\mathbf{V}_L$ सदैव एक ही रेखा के अनुदिश एवं विपरीत दिशा में हैं इन्हें एकल फेज़र $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$ में संयुक्त किया जा सकता है, जिसका परिमाण $|V_{Cm} - V_{Lm}|$ है। चूंकि, **V** को एक समकोण त्रिभुज, जिसकी भुजाएँ $\mathbf{V}_R$ तथा $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$ हैं, के कर्ण के रूप में निरूपित किया गया है,

इसलिए पाइथागोरस प्रमेय से हमें निम्नलिखित संबंध प्राप्त होता है :

$$V_m^2 = V_{Rm}^2 + \left(V_{Cm} - V_{Lm}\right)^2$$

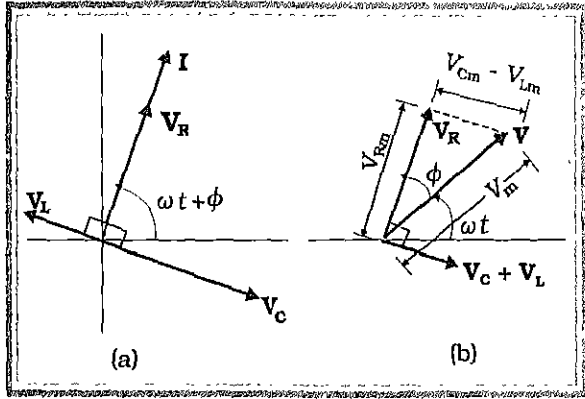
उपरोक्त समीकरण में V_{Rm}, V_{Cm}, तथा V_{Lm} के मानों को प्रतिस्थापित करने पर

$$V_m^2 = (I_m R)^2 + (I_m X_C - I_m X_L)^2$$
$$= I_m^2\left[R^2 + (X_C - X_L)^2\right]$$

अथवा $$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \tag{8.25a}$$

किसी dc परिपथ में 'प्रतिरोध' के समतुल्य हम किसी ac परिपथ में 'प्रतिबाधा' Z को मानते हैं

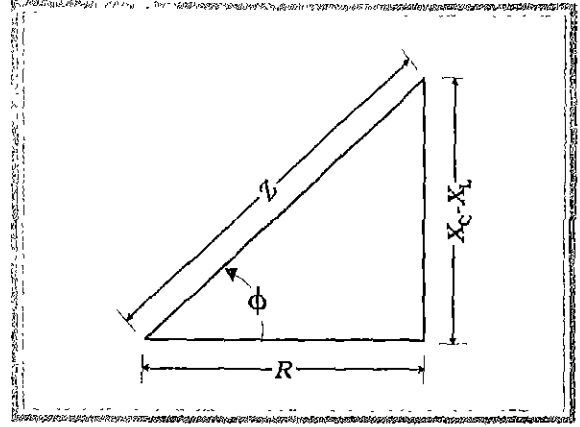
$$I_m = \frac{V_m}{Z} \tag{8.25b}$$

यहाँ $$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \tag{8.26}$$

*चित्र 8.10 (a) चित्र 8.9 में दर्शाए गए परिपथ के लिए फेज़रों $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_C$ तथा धारा **I** के बीच संबंध (b) चित्र 8.9 के परिपथ के लिए $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, तथा $(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C)$ फेजरों में संबंध।*

चूंकि फेज़र **I** सदैव फेज़र $\mathbf{V}_R$ के समांतर है, कला कोण ϕ फेज़रों $\mathbf{V}_R$ तथा **V** के बीच का कोण है और इसे चित्र 8.11 से ज्ञात किया जा सकता है।

$$\tan\phi = \frac{V_{Cm} - V_{Lm}}{V_{Rm}}$$

समीकरण (8.22) का उपयोग करने पर

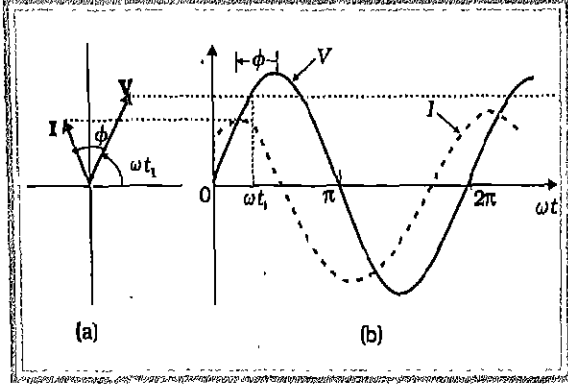
$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \tag{8.27}$$

चित्र 8.11 प्रतिबाधा आरेख

चित्र 8.11 में समीकरणों (8.26) व (8.27) का ग्राफीय निरूपण दर्शाया गया है। इसे *प्रतिबाधा आरेख* कहते हैं, यह आरेख एक समकोण त्रिभुज है जिसका कर्ण प्रतिबाधा (Z) को निरूपित करता है।

समीकरण 8.25 (a) से धारा का आयाम तथा समीकरण (8.27) से कला कोण प्राप्त होता है। इनके साथ समीकरण (8.21) पूर्णतः निर्दिष्ट हो जाता है।

यदि $X_C > X_L$, ϕ धनात्मक है तथा परिपथ प्रमुख रूप से धारितात्मक है। फलस्वरूप स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता, धारा के पश्च होती है। यदि $X_C < X_L$, ϕ ऋणात्मक है तथा परिपथ प्रमुख रूप से प्रेरणिक है। परिणामस्वरूप, स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता धारा के अग्र होती है। चित्र 8.12 में फेज़र-आरेख तथा $X_C > X_L$ प्रकरण के लिए ωt में परिवर्तन के साथ V एवं I में परिवर्तन दर्शाया गया है।

इस प्रकार फेजर तकनीक के उपयोग से हमने किसी *LCR* श्रेणीबद्ध परिपथ के लिए धारा के आयाम तथा कला को प्राप्त किया है। किंतु ac परिपथों के विश्लेषण में प्रयोग की गई इस विधि के कुछ अवगुण हैं। पहला अवगुण यह है कि फेज़र-आरेख से प्रारंभिक अवस्था का पता नहीं चलता। t का इच्छानुसार कोई भी मान लिया जा सकता है (मान लीजिए कि t_1 जैसा कि इस पूरे अध्याय में किया गया है) और भिन्न-भिन्न फेज़र खींचे जा सकते हैं जो विभिन्न फेजरों के बीच आपेक्षिक कोणों को दर्शाते हैं। इस प्रकार प्राप्त हल को *स्थायी अवस्था हल* कहते हैं। यह एक व्यापक हल नहीं है। इसके अतिरिक्त हमारे पास *क्षणिक हल* भी हैं जो $V = 0$ के लिए भी अस्तित्व में रहता है। व्यापक हल क्षणिक एवं स्थायी अवस्था हल के योग के बराबर होता है। काफी अधिक समय

के पश्चात् क्षणिक हल निष्प्रभावी हो जाता है तथा परिपथ के आचरण का वर्णन स्थायी अवस्था हल द्वारा ही किया जाता है।

*चित्र 8.12 (a) **V** तथा **I** का फेज़र-आरेख (b) किसी श्रेणीबद्ध LCR परिपथ, जिसमें $X_C > X_L$ के लिए V एवं I तथा ωt के बीच ग्राफ।*

8.6.2 विश्लेषणात्मक हल

परिपथ के लिए वोल्टता समीकरण है,

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = V$$

$$= V_m \sin \omega t$$

हम जानते हैं कि $I = \frac{dq}{dt}$ । इसलिए $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ । अतः q के पदों में वोल्टता समीकरण,

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_m \sin \omega t \qquad (8.28)$$

मान लीजिए कि इसका हल, निम्नलिखित है :

$$q = q_m \sin(\omega t + \theta) \qquad (8.29a)$$

अतः, $$\frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \qquad (8.29b)$$

तथा $$\frac{d^2q}{dt^2} = -q_m \omega^2 \sin(\omega t + \theta) \qquad (8.29c)$$

इन मानों को समीकरण (8.28) में प्रतिस्थापित करने पर

$$q_m \omega \left[R\cos(\omega t + \theta) + (X_C - X_L)\sin(\omega t + \theta)\right]$$

$$= V_m \sin \omega t \qquad (8.30)$$

यहाँ हमने $X_C = \frac{1}{\omega C}$, $X_L = \omega L$ संबंधों का उपयोग किया है। समीकरण (8.30) को $Z = \sqrt{R^2 + (X_c - X_L)^2}$ से गुणा करने व भाग देने पर हम निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त करते हैं:

$$q_m \omega Z\left[\frac{R}{Z}\cos(\omega t + \theta) + \frac{(X_C - X_L)}{Z}\sin(\omega t + \theta)\right]$$

$$= V_m \sin \omega t \qquad (8.31)$$

अब मान लीजिए कि $\frac{R}{Z} = \cos\phi$ तथा,

$$\frac{(X_C - X_L)}{Z} = \sin\phi$$

इसलिए $$\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R} \qquad (8.32)$$

इसे समीकरण (8.31) में प्रतिस्थापित करने तथा हल करने पर

$$q_m \omega Z \cos(\omega t + \theta - \phi) = V_m \sin \omega t \qquad (8.33)$$

इस समीकरण के दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$$V_m = q_m \omega Z = I_m Z$$

जहाँ

$$I_m = q_m \omega \qquad 8.33(a)$$

तथा $$\theta - \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ या } \theta = -\frac{\pi}{2} + \phi \qquad 8.33(b)$$

इसलिए, परिपथ में धारा

$$I = \frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta)$$

$$= I_m \cos(\omega t + \theta)$$

अथवा, $$I = I_m \sin(\omega t + \phi) \qquad (8.34)$$

यहाँ $$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \qquad 8.34(a)$$

तथा $$\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$$

इस प्रकार, परिपथ में धारा के आयाम तथा कला के लिए विश्लेषणात्मक हल फेज़र तकनीक से प्राप्त हल से मेल खाता है।

8.6.3 अनुनाद

किसी श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ का एक रोचक अभिलक्षण अनुनाद की परिघटना है। अनुनाद की यह परिघटना उन निकायों में सामान्य होती है जिनमें किसी विशिष्ट आवृत्ति पर

दोलन करने की प्रवृत्ति होती है। इस आवृत्ति को निकाय की 'स्वाभाविक आवृत्ति' अथवा 'प्राकृतिक आवृत्ति' कहते हैं। यदि ऐसे निकाय को किसी ऐसे ऊर्जा स्रोत द्वारा संचालित किया जाता है जिसकी प्राकृतिक आवृत्ति निकाय की प्राकृतिक आवृत्ति के समीप होती है, तो दोलन का आयाम अधिक पाया जाता है। इस घटना का परिचित उदाहरण झूले में झूल रहा एक बच्चा है। झूले में झूल रहे बच्चे की झूलने की आवृत्ति एक प्राकृतिक आवृत्ति होती है। यदि बच्चा रस्सी को नियमित समय-अंतरालों पर खींचता है और खींचने की आवृत्ति झूले की प्राकृतिक आवृत्ति के लगभग बराबर है, तो झूलने का आयाम अधिक होगा (कक्षा XI की पुस्तक का अध्याय 14 देखिए)।

हम जानते हैं कि कोई RLC परिपथ, जो वोल्टता-आयाम V_m तथा आवृत्ति ω के स्रोत द्वारा संचालित होता है, के लिए धारा का आयाम I_m निम्न प्रकार से व्यक्त किया जाता है,

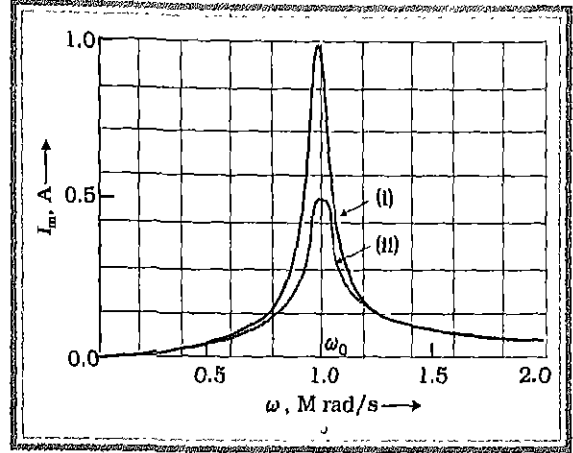
$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

यहाँ $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ तथा $X_L = \omega L$ है। इसलिए यदि ω को परिवर्तित किया जाए, तो एक विशिष्ट आवृत्ति ω_0 पर $X_C = X_L$ तथा प्रतिघात $(Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R)$ का मान न्यूनतम होगा। इस आवृत्ति को *अनुनादी आवृत्ति* कहते हैं।

चूंकि $\quad X_C = X_L$ अथवा $\dfrac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$

अथवा $\quad \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (8.35)$

अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम अधिकतम होता है अर्थात् $I_m = \dfrac{V_m}{R}$

चित्र 8.13 में एक श्रेणीबद्ध RLC परिपथ, जिसमें L = 1.00 mH, C = 1.00 nF में R के दो मानों (i) R = 100 Ω तथा (ii) R = 200 Ω के लिए ω के साथ I_m में परिवर्तन को दर्शाया गया है। स्रोत में प्रयुक्त V_m = 100 V, ω_0 इस प्रकरण के लिए $(\frac{1}{\sqrt{LC}})\ 1.00 \times 10^6$ rad/s है।

चित्र 8.13 दो प्रकरणों (i) R = 100 Ω (ii) R = 200 Ω के लिए ω के साथ I_m में परिवर्तन। दोनों प्रकरणों के लिए L = 1.00 mH, C = 1.00 nF तथा V_m = 100 V।

हम देखते हैं कि अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम अधिकतम होता है। चूंकि अनुनाद पर $I_m = \dfrac{V_m}{R}$ इसलिए पहले प्रकरण (R = 100 Ω) के लिए धारा का आयाम दूसरे प्रकरण (R = 200 Ω) के लिए धारा के आयाम का दो गुना होता है।

अनुनादी परिपथों के विविध अनुप्रयोग हैं – उदाहरणस्वरूप, रेडियो या टीवी सेट की समस्वरण यंत्रावली। रेडियो का एंटीना अनेक प्रसारण स्टेशनों से संकेतों का अभिग्रहण करता है। रेडियो के समस्वरण परिपथ में एंटीना स्रोत के रूप में कार्य करता है, इसीलिए परिपथ अनेक आवृत्तियों पर संचालित किया जा सकता है परंतु किसी विशेष रेडियो स्टेशन को सुनने के लिए हम रेडियो को समस्वरित करते हैं। समस्वरण परिपथ में हम संधारित्र की धारिता को इस प्रकार समायोजित करते हैं कि परिपथ की अनुनादी आवृत्ति अभिग्रहण किए गए रेडियो संकेत की आवृत्ति के लगभग बराबर हो जाए। जब ऐसा घटित होता है तो परिपथ में धारा का आयाम अधिकतम होता है।

यह ध्यान देने योग्य महत्त्वपूर्ण तथ्य है कि अनुनाद-परिघटना केवल उसी परिपथ द्वारा प्रदर्शित की जाती है जिस परिपथ में L व C दोनों विद्यमान होते हैं। तभी केवल L व C के सिरों के बीच वोल्टताएं एक-दूसरे का निरसन करती हैं (दोनों वोल्टताएं 180° कलांतर होने के कारण एक-दूसरे को निरसित करती हैं)। धारा-आयाम $\frac{V_m}{R}$ होता है जो कि स्रोत की

प्रतिरोधक R के सिरों के बीच प्रकट कुल वोल्टता होती है। इसका यह तात्पर्य है कि हम किसी RL अथवा RC परिपथ में अनुनाद प्राप्त नहीं कर सकते।

अनुनाद की तीक्ष्णता

किसी श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ में धारा का आयाम

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

स्पष्ट है कि यह आयाम $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ पर अधिकतम होता है। आयाम का अधिकतम मान $I_m^{max} = V_m / R$ होता है। ω के ω_0 के अतिरिक्त अन्य मानों के लिए धारा का आयाम अधिकतम मान से कम होता है। मान लीजिए हम ω के किसी ऐसे मान का चयन करते हैं जिसके लिए धारा का आयाम अधिकतम मान का $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुना हो तब चित्र 8.13 के वक्र से हमें ω के दो मान, मान लीजिए कि ω_1 व ω_2 प्राप्त होते हैं जिनमें एक ω_0 से अधिक तथा दूसरा इससे कम होता है। ये दोनों मान ω_0 के सममित हैं। हम लिख सकते हैं,

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$
$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

दोनों के अंतर $\omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega$ को प्राय: हम परिपथ का '*बैंड विस्तार*' कहते हैं। राशि $(\omega_0 / 2\Delta\omega)$ को अनुनाद की तीक्ष्णता की माप के रूप में समझा जाता है। $\Delta\omega$ जितना कम होगा अनुनाद उतना ही अधिक तीक्ष्ण अथवा संकीर्ण होगा।

$\Delta\omega$ के व्यंजक को प्राप्त करने के लिए हमें ज्ञात है कि $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ के लिए धारा-आयाम I_m, $\frac{1}{\sqrt{2}} I_m^{max}$ होता है।

अत:,

$$\omega_1 \text{ पर } \quad I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}$$

$$= \frac{I_m^{max}}{\sqrt{2}} = \frac{V_m}{R\sqrt{2}}$$

अथवा $$\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = R\sqrt{2}$$

अथवा $$R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R$$

जिसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है,

$$(\omega_0 + \Delta\omega) L - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega) C} = R$$

अथवा $$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

बाएं पक्ष के दूसरे पद में $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ का उपयोग करने पर,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{\omega_0 L}{\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

क्योंकि $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} << 1$ अत: $\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^{-1}$ का $\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$ में सन्निकटन करने पर,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \omega_0 L \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R$$

अथवा $$\omega_0 L \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = R$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{2L} \qquad (8.36a)$$

अत:, अनुनाद की तीक्ष्णता

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (8.36b)$$

अनुपात $\frac{\omega_0 L}{R}$ को परिपथ का **गुणता कारक**, Q कहते हैं।

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (8.36c)$$

समीकरणों (8.36 b) व (8.36 c) से हमें ज्ञात होता है कि $2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$। इसलिए Q का मान जितना अधिक होता है,

$2\Delta\omega$ अथवा बैंड-विस्तार उतना ही कम होता है, और अनुनाद उतना ही तीक्ष्ण होता है। $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ का उपयोग करने पर समीकरण (8.36 c) को समतुल्य रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है :

$$Q = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

चित्र 8.13 से हमें ज्ञात होता है कि यदि अनुनाद कम तीक्ष्ण है, तो धारा उच्चिष्ठ केवल कम ही नहीं होता, वरन आवृत्तियों के अपेक्षाकृत अधिक परिसर $\Delta\omega$ के लिए परिपथ अनुनाद के निकट होता है तथा परिपथ का समस्वरण अच्छा नहीं होगा। इसलिए अनुनाद यदि कम तीक्ष्ण है तो परिपथ की वरण क्षमता भी कम होगी। इसके विपरीत यदि अनुनाद तीक्ष्ण है तो परिपथ की वरणक्षमता भी अधिक होगी। समीकरण (8.36) से हमें ज्ञात होता है यदि गुणता कारक अधिक है, अर्थात् R कम है अथवा L अधिक है, तो परिपथ की वरण क्षमता अधिक होती है।

उदाहरण 8.5 200 Ω का कोई प्रतिरोधक तथा 15.0 μF का संधारित्र श्रेणीक्रम में 220 V, 50 Hz के एक ac स्रोत से जुड़े हैं। (a) परिपथ में प्रवाहित धारा, तथा (b) प्रतिरोधक तथा संधारित्र के सिरों के बीच वोल्टता (rms) परिकलित कीजिए। क्या इन वोल्टताओं का बीजगणितीय योग स्रोत वोल्टता से अधिक है? यदि हाँ, तो इस विरोधाभास का निराकरण कीजिए।

हल दिया हुआ है

$$R = 200\,\Omega,\ C = 15.0\,\mu F = 15.0 \times 10^{-6} F$$
$$V_{rms} = 220\,V,\ \nu = 50\,Hz$$

(a) धारा का परिकलन करने के लिए हमें परिपथ की प्रतिबाधा की आवश्यकता पड़ती है जो इस प्रकार है,

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi \nu C)^{-2}}$$
$$= \sqrt{(200\Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 10^{-6} F)^{-2}}$$
$$= \sqrt{(200\Omega)^2 + (212\Omega)^2}$$
$$= 291.5\,\Omega$$

इसलिए परिपथ में धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{220\,V}{291.5\,\Omega} = 0.755\,A$$

(b) चूंकि पूरे परिपथ में धारा समान होती है, इसलिए

$$V_R = I_{rms} R = (0.755\,A)(200\Omega) = 151\,V$$
$$V_C = I_{rms} X_C = (0.755\,A)(212.3\Omega) = 160.3\,V$$

दो वोल्टताओं V_R तथा V_C का बीजगणितीय योग 311.3 V है जो स्रोत की वोल्टता 220 V से अधिक है। इस विरोधाभास का निराकरण किस प्रकार किया जाए? भ्रांति कहाँ है? जैसा कि आपने मूल-पाठ्य में पढ़ा है कि दोनों वोल्टताएँ एक ही कला में नहीं हैं। इसलिए इन्हें साधारण अंकों की तरह नहीं जोड़ा जा सकता है। दोनों वोल्टताओं के बीच 90° का कलांतर है। इसलिए इन वोल्टताओं का योग ज्ञात करने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग किया जाना चाहिए :

$$V_{R+C} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(151\,V)^2 + (160.3\,V)^2}$$
$$= 220\,V$$

अतः यदि दोनों वोल्टताओं के कलांतर का ठीक से ध्यान रखा जाए तो प्रतिरोधक एवं संधारित्र के बीच कुल वोल्टता, स्रोत की वोल्टता के बराबर होती है।

8.7 ac परिपथों में शक्ति : शक्ति गुणांक

हमने देखा है कि किसी श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ में प्रयुक्त वोल्टता $V = V_m \sin \omega t$ द्वारा परिपथ में संचालित धारा

$$I = I_m \sin(\omega t + \phi)$$

यहाँ $I_m = \frac{V_m}{Z}$ तथा $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$

इसलिए, स्रोत को आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति

$$P = VI = (V_m \sin \omega t) \times [I_m \sin(\omega t + \phi)]$$
$$= \frac{V_m I_m}{2}[\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)] \quad (8.37)$$

पूरे चक्र की माध्य-शक्ति समीकरण (8.37) के दाएँ पक्ष के दोनों पदों का माध्य होती है। केवल दूसरा पद ही समय पर निर्भर करता है और इसका औसत शून्य है। इस प्रकार,

$$\bar{P} = \frac{V_m I_m}{2}\cos\phi$$
$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}}\frac{I_m}{\sqrt{2}}\cos\phi$$
$$= V_{rms} I_{rms} \cos\phi \quad 8.38(a)$$

इसे इस प्रकार भी लिख सकते हैं

$$\bar{P} = I_{rms}^2 Z \cos\phi \quad 8.38(b)$$

अतः, क्षय होने वाली माध्य-शक्ति केवल वोल्टता व धारा पर ही निर्भर नहीं करती, वरन् इन दोनों के बीच के कला कोण के cosine (अर्थात् $\cos\phi$) पर भी निर्भर करती है। $\cos\phi$ को *शक्ति गुणांक* कहते हैं। आइए अब निम्नलिखित प्रकरणों पर चर्चा करें :

प्रकरण (i) *प्रतिरोधक परिपथ* : यदि परिपथ में केवल शुद्ध प्रतिरोध R है तो इसे प्रतिरोधक-परिपथ कहते हैं। इस प्रकरण में $\phi = 0$, $\cos\phi = 1$। इस स्थिति में शक्ति-क्षय अधिकतम होता है।

प्रकरण (ii) *शुद्ध प्रेरक या धारित्रिक* : यदि परिपथ में केवल प्रेरक या संधारित्र होता है तो वोल्टता व धारा के बीच कलांतर $\frac{\pi}{2}$ होगा। इसलिए $\cos\phi = 0$। इस प्रकार परिपथ में शक्ति-क्षय नहीं होता यद्यपि परिपथ में धारा प्रवाहित होती है। इस धारा को कभी कभी *वाटहीन धारा* कहते हैं।

प्रकरण (iii) *LCR श्रेणीबद्ध परिपथ* : किसी श्रेणीबद्ध LCR परिपथ में जिस शक्ति का क्षय होता है वह समीकरण (8.38) से व्यक्त होती है। जहाँ $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$। इसलिए किसी *RL*, *RC* अथवा *RCL* परिपथ में ϕ का मान शून्येतर ($\frac{\pi}{2}$ को छोड़कर) हो सकता है। ऐसे उदाहरणों में भी, शक्ति-क्षय केवल प्रतिरोधक में ही होता है।

प्रकरण (iv) *अनुनाद की स्थिति में LCR परिपथ में शक्ति-क्षय* : अनुनाद की स्थिति में $X_C - X_L = 0$ तथा $\phi = 0$। इसलिए, $\cos\phi = 1$ तथा $P = \frac{I_m}{Z} = \frac{I_m}{R}$ अर्थात्, अनुनाद पर परिपथ में (R के द्वारा) अधिकतम शक्ति-क्षय होता है।

उदाहरण 8.6 किसी श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ, जिसमें R = 3 Ω, L = 25.48 mH, तथा C = 796 μF संयोजित हैं, पर 283 V शिखर मान तथा 50 Hz की कोई ज्यावक्रीय वोल्टता प्रयुक्त की गई है। (a) परिपथ की प्रतिबाधा; (b) स्रोत वोल्टता व धारा के मध्य कलांतर; (c) परिपथ में क्षय हुई शक्ति तथा (d) शक्ति गुणांक परिकलित कीजिए।

हल

(a) परिपथ की प्रतिबाधा ज्ञात करने के लिए पहले हम X_L व X_C का परिकलन करते हैं,

$$X_L = 2\pi\nu L$$
$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3}\,\Omega = 8\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

$$= \frac{1}{2\times3.14\times50\times796\times10^{-6}} = 4\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8-4)^2}$$
$$= 5\,\Omega$$

(b) कलांतर, $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{4-8}{3}\right) = -53.1°$$

चूंकि ϕ ऋणात्मक है, परिपथ में धारा स्रोत की वोल्टता से पश्च है।

(c) परिपथ में क्षय हो रही शक्ति

$$P = I_{rms}^2 R$$

अब, $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{283}{5}\right) = 40\text{A}$

इसलिए, $P = (40\text{A})^2 \times 3\Omega = 4800\,\text{W}$

(d) शक्तिगुणांक $= \cos\phi = \cos 53.1° = 0.6$ ◀

उदाहरण 8.7 मान लीजिए कि पूर्व उदाहरण में स्रोत की आवृत्ति को परिवर्तित किया जा सकता है। (a) स्रोत की वह आवृत्ति कितनी होगी जिस पर अनुनाद होता है? (b) अनुनाद की अवस्था में प्रतिबाधा, धारा तथा शक्ति-क्षय परिकलित कीजिए।

हल

(a) वह आवृत्ति जिस पर अनुनाद होता है,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48\times10^{-3}\times796\times10^{-6}}}$$
$$= 222.1\,\text{rad/s}$$

$$\nu_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{221.1}{2\times3.14}\text{Hz} = 35.4\text{Hz}$$

(b) अनुनाद की अवस्था में प्रतिबाधा Z प्रतिरोध के बराबर होती है :

$$Z = R = 3\Omega$$

अनुनाद की स्थिति में rms धारा

$$= \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{R} = \left(\frac{283}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{3} = 66.7\text{A}$$

अनुनाद पर शक्ति-क्षय

$$P = I_{rms}^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35 \text{ kW}$$

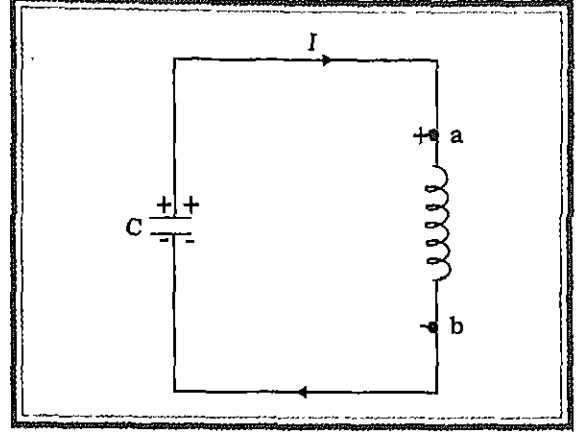
आप यह देख सकते हैं कि अनुनाद की अवस्था में शक्ति-क्षय उदाहरण 8.6 के शक्ति-क्षय से अधिक है। ◀◀

उदाहरण 8.8 सुरक्षा कारणों से किसी हवाई अड्डे पर एक व्यक्ति को संसूचक से होकर निकलना पड़ता है। यदि उसके पास धातु की कोई वस्तु है तो धातु संसूचक से ध्वनि उत्पन्न होने लगती है। यह संसूचक किस सिद्धांत पर कार्य करता है?

हल धातु संसूचक ac परिपथ में अनुनाद के सिद्धांत पर कार्य करता है। जब आप धातु संसूचक से होकर गुजरते हैं तो वास्तव में आप कई फेरों वाली कुंडली से होकर गुजरते हैं। यह कुंडली एक ऐसे संधारित्र से जुड़ी होती है जो इस प्रकार समस्वरित होता है कि परिपथ अनुनाद में है। जब आप किसी धातु की वस्तु को अपनी जेब में रखकर धातु संसूचक से होकर गुजरते हैं तो परिपथ की प्रतिबाधा में परिवर्तन होता है जिससे परिपथ की धारा में महत्त्वपूर्ण परिवर्तन होता है। धारा में इस परिवर्तन का पता इलेक्ट्रॉनिक परिपथ तंत्र को चल जाता है और यह एक ध्वनि उत्पन्न करता है जो अलार्म के रूप में उत्सर्जित होती है। ◀◀

8.8 LC दोलन

हम जानते हैं कि संधारित्र व प्रेरक क्रमशः वैद्युत व चुंबकीय ऊर्जा संचित कर सकते हैं। जब कोई संधारित्र (पहले से ही आवेशित) किसी प्रेरक से संयोजित किया जाता है तो संधारित्र पर आवेश तथा परिपथ में धारा वैद्युत दोलन की परिघटना प्रदर्शित करती है, जो यांत्रिक तंत्रों में (अध्याय 14, कक्षा XI) दोलन की परिघटना के समान होती है।

मान लीजिए किसी संधारित्र को $t = 0$ पर आवेश q द्वारा आवेशित करके चित्र 8.14 में दर्शाए अनुसार किसी प्रेरक से संयोजित किया जाता है।

चित्र 8.14 दर्शाए गए किसी क्षण पर, धारा में वृद्धि हो रही है इसलिए प्रेरक में प्रेरित विद्युत् वाहक बल का ध्रुवत्व दर्शाए अनुसार है।

जैसे ही परिपथ पूरा होता है संधारित्र के आवेश में कमी होने लगती है, फलस्वरूप परिपथ में धारा प्रवाहित होने लगती है। मान लीजिए किसी क्षण t पर परिपथ में आवेश तथा धारा क्रमशः q तथा I हैं। चूंकि $\frac{dI}{dt}$ धनात्मक है, L में प्रेरित विद्युत् वाहक बल का ध्रुवत्व चित्र में दर्शाए अनुसार होगा, अर्थात्, $V_b < V_a$।

किरखोफ पाश नियम के अनुसार,

$$\frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad (8.39)$$

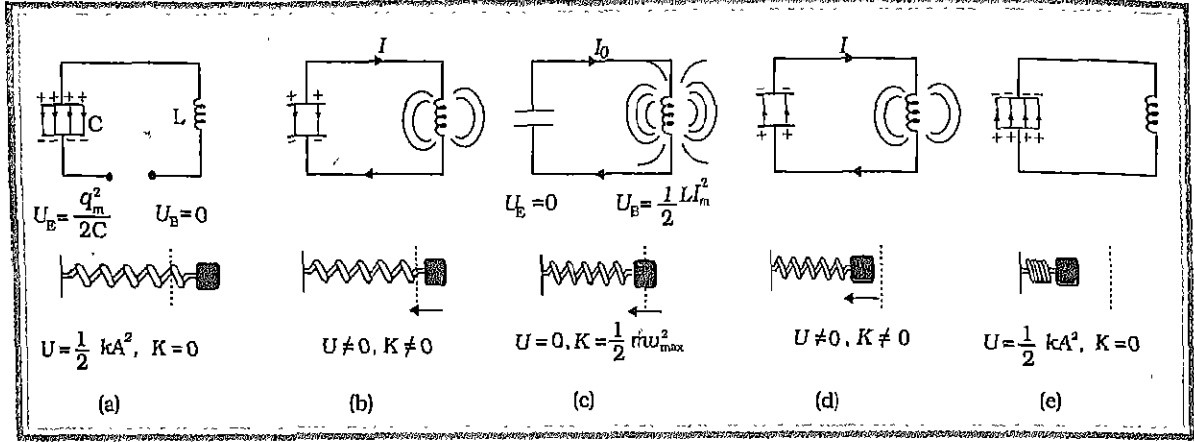
चूंकि वर्तमान प्रकरण में, $I = -\frac{dq}{dt}$ (जैसे जैसे q घटता है, वैसे-वैसे I बढ़ती है)। अतः समीकरण (8.39) को इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \qquad (8.40)$$

इस समीकरण का स्वरूप $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0 x = 0$ है जो किसी सरल आवर्त दोलक के लिए है। अतः आवेश प्राकृतिक आवृत्ति से दोलन करता है, जिसे इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (8.41)$$

तथा आवेश में समय के साथ निम्न रूप में ज्यावक्रीय परिवर्तन होते हैं,

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \phi) \qquad (8.42)$$

चित्र 8.15 किसी LC परिपथ में दोलन किसी कमानी के सिरे से जुड़े गुटके के दोलनों के सदृश हैं। चित्र में किसी चक्र का अर्ध भाग दर्शाया गया है।

यहाँ q_m, q का अधिकतम मान है तथा ϕ कला नियतांक है। चूंकि $t = 0$ पर $q = q_m$ इसलिए $\cos\phi = 1$ अथवा $\phi = 0$। अत: वर्तमान प्रकरण में,

$$q = q_m \cos(\omega_0 t) \qquad (8.43)$$

धारा $I\left(= -\frac{dq}{dt}\right)$ को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है

$$I = I_m \sin(\omega_0 t) \qquad (8.44)$$

यहाँ $\quad I_m = \omega_0 q_m$

आइए, अब हम यह देखने का प्रयास करें कि परिपथ में ऐसे दोलन किस प्रकार संपन्न होते हैं।

चित्र 8.15 (a) में एक आदर्श प्रेरक से प्रारंभिक आवेश q_m के किसी संधारित्र को संयोजित दर्शाया गया है। आवेशित संधारित्र में संचित वैद्युत ऊर्जा $U_E = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}$ होती है। चूंकि परिपथ में कोई धारा नहीं है। इसलिए प्रेरक में ऊर्जा शून्य है। अत: LC परिपथ की कुल ऊर्जा $U = U_E = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}$ है।

$t = 0$ पर स्विच बंद किया जाता है तथा संधारित्र विसर्जित होना प्रारंभ कर देता है (चित्र 8.15 b)। जैसे-जैसे धारा बढ़ती है, वह प्रेरक में चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है जिससे कुछ ऊर्जा प्रेरक में चुंबकीय ऊर्जा : $U_B = \frac{1}{2}LI^2$ के रूप में संचित होती है। जैसे ही धारा चित्र 8.15 c में दर्शाए अनुसार अधिकतम मान I_m प्राप्त करती है कि संपूर्ण ऊर्जा चुंबकीय क्षेत्र में संचित हो जाती है : $U_B = \frac{1}{2}LI_m^2$। आप यह आसानी से जाँच सकते हैं कि अधिकतम वैद्युत ऊर्जा अधिकतम चुंबकीय ऊर्जा के बराबर होती है। अब संधारित्र पर कोई आवेश नहीं है और इसलिए कोई ऊर्जा भी नहीं है। जैसा कि चित्र 8.15 d में दर्शाया गया है। धारा अब संधारित्र को आवेशित करने लगती है तथा यह प्रक्रिया संधारित्र को पूर्णत: आवेशित करने तक सतत् रहती है (चित्र 8.15 c)। परंतु अब यह चित्र 8.15 (a) में दर्शायी गई प्रारंभिक अवस्था के विपरीत ध्रुवत्व के साथ आवेशित होती है। अब तक वर्णित समस्त प्रक्रिया की स्वयं पुनरावृत्ति तब तक होती है जब तक कि पूरा निकाय अपनी प्रारंभिक अवस्था में न पहुंच जाए। इस प्रकार, निकाय की ऊर्जा संधारित्र तथा प्रेरक के मध्य दोलन करती रहती है।

LC दोलन किसी कमानी से जुड़े गुटके के यांत्रिक दोलन के समान होते हैं। चित्र 8.16 में प्रत्येक चित्र के नीचे का भाग यांत्रिक निकाय की तदनुसार स्थितियों को प्रदर्शित करता है (कमानी से जुड़े गुटके)।

जैसा कि पहले उल्लेख किया जा चुका है कि ω_0 आवृत्ति से दोलायमान किसी 'm' संहति के गुटके के लिए

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

यहाँ, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ स्प्रिंग नियतांक है। इसलिए x, q के तदनुरूप

है। यांत्रिक निकाय के प्रकरण में

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

वैद्युत निकाय के लिए $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} = -L\frac{d^2q}{dt^2}$। इन दोनों समीकरणों की तुलना करने पर हम पाते हैं कि L, संहति m के सदृश है। L धारा में परिवर्तन के लिए प्रतिरोध का माप है। LC परिपथ के प्रकरण में $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ तथा कमानी से जुड़े गुटके के लिए $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$। इसलिए $\frac{1}{C}$, k के सदृश है। नियतांक $k\left(=\frac{F}{x}\right)$ एकांक विस्थापन उत्पन्न करने के लिए आवश्यक (बाह्य) बल बताता है जबकि $\frac{1}{C}\left(=\frac{V}{q}\right)$ एकांक आवेश संचित करने के लिए आवश्यक विभवांतर बताता है। सारणी 8.1 में यांत्रिक तथा वैद्युत राशियों की सादृश्यता दर्शायी गई है।

ध्यान देने योग्य बात यह है कि LC दोलनों की उपरोक्त चर्चा दो कारणों से यथार्थ नहीं है :

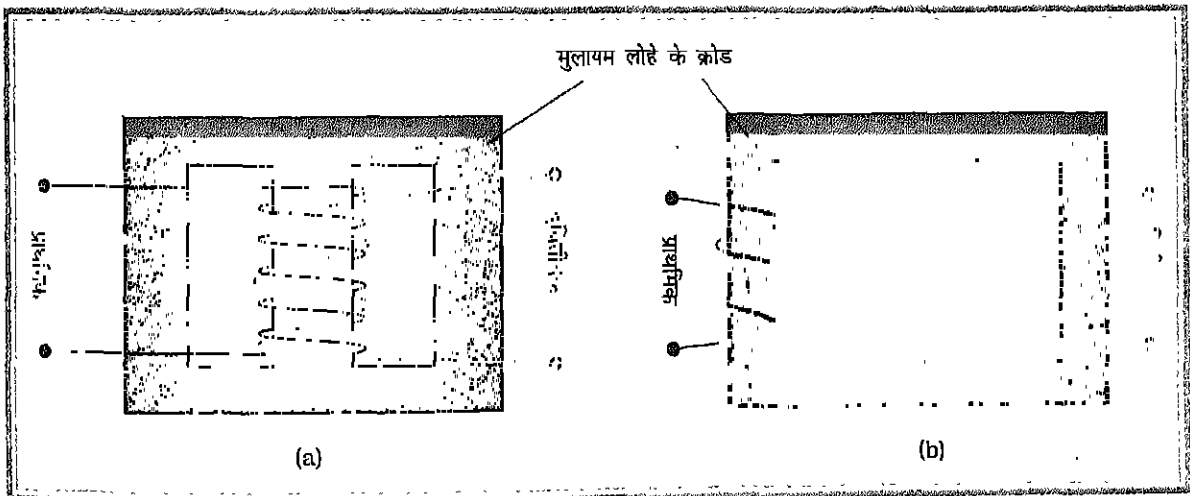
(1) प्रत्येक प्रेरक में कुछ न कुछ प्रतिरोध अवश्य होता है। यह प्रतिरोध आवेश व परिपथ में धारा पर अवमंदन प्रभाव डालता है जिसके फलस्वरूप दोलन अंततः समाप्त हो जाते हैं।

(2) यदि प्रतिरोध शून्य भी हो तो भी निकाय की संपूर्ण ऊर्जा नियत नहीं रहती है। यह निकाय से विद्युत् चुंबकीय तरंगों के रूप में विकरित हो जाती है (इसकी चर्चा अगले अध्याय में की गई है)। वास्तव में रेडियो व टीवी प्रेषक इस विकिरण पर निर्भर करते हैं।

सारिणी 8.1 यांत्रिक एवं वैद्युत राशियों में सादृश्यता

संहति m	प्रेरकत्व L
बल नियतांक k	धारिता का विलोम $1/C$
विस्थापन x	आवेश q
वेग $v = dx/dt$	धारा $I = dq/dt$
यांत्रिक ऊर्जा	विद्युत् चुंबकीय ऊर्जा
$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}LI^2$

8.9 ट्रांसफार्मर

बहुत से उद्देश्यों के लिए प्रत्यावर्ती वोल्टता को एक मान से दूसरे अधिक या कम मान में परवर्तित अथवा रूपांतरित करना आवश्यक होता है। इसे एक युक्ति जिसे *ट्रांसफार्मर* कहते हैं, द्वारा किया जाता है। ट्रांसफार्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धांत पर कार्य करता है।

चित्र 8.16 किसी ट्रांसफार्मर में प्राथमिक व द्वितीयक कुंडलियों को लपेटने की दो व्यवस्थाएं : (a) दोनों कुंडलियाँ एक-दूसरे के ऊपर, (b) दोनों कुंडलियाँ क्रोड की अलग-अलग भुजाओं पर।

ट्रांसफार्मर में दो कुंडलियाँ होती हैं जो एक-दूसरे से विद्युत् रुद्ध होती हैं। इन्हें मुलायम लोहे के क्रोड पर दो प्रकार से लपेटा जाता है। चित्र 8.16 (a) में दर्शाए अनुसार या तो एक कुंडली को दूसरी के ऊपरी भाग पर लपेटा जाता है, अथवा, चित्र 8.16 (b) में दर्शाए अनुसार इन्हें क्रोड की भिन्न-भिन्न भुजाओं पर लपेटा जाता है। इन कुंडलियों में से एक जिसे 'प्राथमिक कुंडली' कहते हैं, पर फेरों की संख्या N_p होती है तथा दूसरी कुंडली जिसे 'द्वितीयक कुंडली' कहते हैं, फेरों की संख्या N_s होती है। प्रायः प्राथमिक कुंडली को 'निवेश कुंडली' तथा द्वितीयक कुंडली को ट्रांसफार्मर की 'निर्गत कुंडली' कहते हैं।

जब किसी प्राथमिक कुंडली पर कोई प्रत्यावर्ती वोल्टता प्रयुक्त की जाती है तो कुंडली में प्रत्यावर्ती विद्युत् धारा प्रवाहित होती है जिसके कारण एक प्रत्यावर्ती चुंबकीय फ्लक्स उत्पन्न होता है जो द्वितीयक कुंडली से संबद्ध होने के कारण उसके सिरों पर एक विद्युत् वाहक बल उत्पन्न करता है। विद्युत् वाहक बल का यह मान द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या पर निर्भर करता है। हम यहाँ एक आदर्श ट्रांसफार्मर पर विचार करते हैं जिसकी प्राथमिक कुंडली का प्रतिरोध नगण्य होता है तथा क्रोड का संपूर्ण फ्लक्स प्राथमिक एवं द्वितीयक दोनों कुंडलियों से संबद्ध होता है। मान लीजिए, प्राथमिक कुंडली पर कोई प्रत्यावर्ती वोल्टता V_p आरोपित करने से इस कुंडली में प्रवाहित धारा के कारण किसी क्षण t पर क्रोड पर लिपटी कुंडलियों का प्रत्येक फेरे से संबंधित फ्लक्स ϕ है, तब N_s फेरों वाली द्वितीयक कुंडली में प्रेरित विद्युत् वाहक बल या वोल्टता ε_s

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad (8.45)$$

प्रत्यावर्ती फ्लक्स ϕ प्राथमिक कुंडली में भी विद्युत् वाहक बल प्रेरित करता है। इसे पश्च विद्युत् वाहक बल कहते हैं। अतः

$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \qquad (8.46)$$

किंतु $\varepsilon_p = V_p$। यदि ऐसा नहीं होता तो प्राथमिक धारा अनंत होती, क्योंकि प्राथमिक का प्रतिरोध शून्य है (जैसा कि माना गया है)। यदि द्वितीयक एक खुला परिपथ है, अथवा, इससे ली गई धारा कम है, तो श्रेष्ठ सन्निकटन करने पर

$$\varepsilon_s = V_s$$

यहाँ V_s द्वितीयक के सिरों पर विभवांतर है। इसलिए समीकरणों (8.45) तथा (8.46) को निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है

$$V_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad [8.45(a)]$$

$$V_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \qquad [8.46(a)]$$

समीकरणों 8.45 (a) तथा 8.46 (a) से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (8.47)$$

यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि उपरोक्त संबंध तीन परिकल्पनाओं का उपयोग करके प्राप्त किया गया है जो इस प्रकार हैं :

(i) प्राथमिक कुंडली का प्रतिरोध व धारा कम हैं;

(ii) प्राथमिक व द्वितीयक कुंडलियों से समान फ्लक्स संबद्ध होता है क्योंकि क्रोड से बहुत कम फ्लक्स निकल पाता है; तथा

(iii) द्वितीयक कुंडली में धारा कम है।

यदि ट्रांसफार्मर को 100% दक्ष मान लिया जाए (कोई ऊर्जा क्षय नहीं) तो निवेश-शक्ति निर्गत-शक्ति के बराबर होती है, तथा चूंकि $P = IV$, इसलिए

$$I_p V_p = I_s V_s \qquad (8.48)$$

यद्यपि कुछ ऊर्जा सदैव ही क्षय होती है, तथापि यह एक श्रेष्ठ सन्निकटन है, क्योंकि एक भलीं-भांति अभिकल्पित किए गए ट्रांसफार्मर की दक्षता 95% से अधिक हो सकती है। समीकरणों (8.47) व (8.48) को संयोजित करने पर हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है :

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (8.49)$$

अब हम यह देख सकते हैं कि कोई ट्रांसफार्मर किस प्रकार वोल्टता व धारा को प्रभावित करता है। हमें निम्नलिखित संबंध उपलब्ध हैं,

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p \quad \text{तथा} \quad I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p \qquad (8.50)$$

अर्थात् यदि द्वितीयक कुंडली में प्राथमिक की तुलना में फेरों की संख्या अधिक है ($N_s > N_p$) तो वोल्टता बढ़ जाती है ($V_s > V_p$)। इस प्रकार की युक्ति को *उच्चायी ट्रांसफार्मर* कहते हैं। तथापि, इस युक्ति में प्राथमिक कुंडली की अपेक्षा द्वितीयक कुंडली में कम धारा होती है ($N_p / N_s < 1$ तथा $I_s < I_p$)। उदाहरणार्थ, यदि ट्रांसफार्मर की प्राथमिक कुंडली में फेरों की संख्या 100 है तथा द्वितीयक में फेरों की संख्या 200 है तो $\frac{N_s}{N_p} = 2$ तथा $\frac{N_p}{N_s} = \frac{1}{2}$। इस प्रकार यदि 10 A पर निवेशित वोल्टता 220 V है तो 5.0 A पर निर्गत वोल्टता 440 V होती है।

यदि द्वितीयक कुंडली में प्राथमिक की अपेक्षा फेरों की संख्या कम है ($N_s < N_p$) तो यह एक *अपचायी ट्रांसफार्मर* है। इस प्रकरण में $V_s < V_p$ तथा $I_s > I_p$ अर्थात् वोल्टता कम हो जाती है तथा धारा बढ़ जाती है। ऊपर प्राप्त समीकरण आदर्श ट्रांसफार्मरों में लागू होती है (जिनमें ऊर्जा-क्षय नहीं होता)। परंतु वास्तविक ट्रांसफार्मरों में निम्नलिखित कारणों से ऊर्जा-क्षय सदैव ही होता है :

(i) *फ्लक्स निःसरण :* सदैव ही कुछ न कुछ फ्लक्स का निःसरण अवश्य होता है। प्राथमिक कुंडली का समस्त फ्लक्स क्रोड की घटिया अभिकल्पना अथवा क्रोड में वायुरिक्ति के कारण द्वितीयक से नहीं गुजरता। प्राथमिक व द्वितीयक कुंडलियों को एक-दूसरे पर लपेट कर इसे कम किया जा सकता है।

(ii) *कुंडलनों का प्रतिरोध :* कुंडलन के लिए उपयोग में लाए जाने वाले तार में कुछ न कुछ प्रतिरोध अवश्य ही होता है और इसलिए तार में उत्पन्न ऊष्मा (I^2R) के कारण ऊर्जा-क्षय अवश्य होता है। उच्च धारा, निम्न विभवांतर कुंडलनों में मोटे तार का उपयोग करके इन ऊर्जा क्षयों को कम किया जाता है।

(iii) *भँवर धाराएँ :* प्रत्यावर्ती चुंबकीय फ्लक्स लोहे के क्रोड में भँवर धाराएँ प्रेरित करता है जिससे ऊष्मा उत्पन्न होती है। स्तरित क्रोड के उपयोग से इस प्रभाव को कम किया जाता है।

(iv) *शैथिल्य (हिस्टेरिसिस - Hysteresis) :* प्रत्यावर्ती चुंबकीय क्षेत्र के द्वारा क्रोड के चुंबकत्व को बार-बार उत्क्रमित किया जाता है। इस प्रक्रिया में खर्च हुई परिणामी ऊर्जा क्रोड में ऊष्मा के रूप में प्रकट होती है और इसे अपेक्षाकृत कम शैथिल्य-क्षय वाले चुंबकीय पदार्थ के उपयोग द्वारा न्यूनतम रखा जाता है।

लंबी दूरी के लिए विद्युत् का बड़े पैमाने पर संप्रेषण तथा वितरण ट्रांसफार्मर द्वारा किया जाता है। जनित्र की निर्गत वोल्टता को उच्चायी ट्रांसफार्मर द्वारा उच्च किया जाता है (जिससे धारा घट जाती है और परिणामस्वरूप I^2R हानि कम हो जाती है)। तब इसे लंबी दूरी के उपभोक्ता के समीप स्थित क्षेत्रीय उप-स्टेशन तक संप्रेषित किया जाता है। वहाँ वोल्टता को अपचायी ट्रांसफार्मर द्वारा अपचयित किया जाता है। हमारे घरों में 240 V पहुंचने से पूर्व वितरण उप-स्टेशनों और खंभों पर इसे और अपचायी ट्रांसफॉर्मर द्वारा अपचयित किया जाता है।

सारांश

1. जब किसी प्रतिरोधक R के सिरों पर कोई प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_m \sin \omega t$ लगाई जाती है तो उसमें धारा $I = I_m \sin \omega t$ संचालित होती है, $I_m = V_m/R$। धारा प्रयुक्त वोल्टता की कला में होती है।

2. किसी प्रतिरोधक R से प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा $I = I_m \sin \omega t$ के लिए जूल तापन के कारण माध्य शक्ति क्षय $(1/2)I_m^2 R$ होता है। इसे उसी रूप में व्यक्त करने के लिए जिसमें dc शक्ति ($P = I^2R$) को व्यक्त करते हैं, धारा के एक विशिष्ट मान का उपयोग किया जाता है। इसे वर्ग माध्य मूल (rms) धारा कहते हैं तथा I_{rms} से व्यक्त करते हैं :

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

इसी प्रकार, rms वोल्टता

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707\,V_m$$

माध्य शक्ति के लिए व्यंजक $\bar{P} = I_{rms}V_{rms} = I_{rms}^2 R$

3. किसी शुद्ध प्रेरक L के सिरों पर प्रयुक्त ac वोल्टता $V = V_m \sin\omega t$ इसमें, $I = I_m \sin(\omega t - \pi/2)$ धारा संचालित करता है, यहाँ

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} \quad \text{जहाँ} \quad X_L = \omega L$$

X_L को प्रेरणिक प्रतिघात कहते हैं। प्रेरक में धारा वोल्टता से $\pi/2$ रेडियन से पश्च होती है। एक पूरे चक्र में किसी प्रेरक को आपूर्त माध्य शक्ति शून्य होती है।

4. किसी संधारित्र के सिरों पर प्रयुक्त ac वोल्टता $V = V_m \sin\omega t$ उसमें $I = I_m \sin(\omega t + \pi/2)$ धारा संचालित करता है। यहाँ

$$I_m = \frac{V_m}{X_C} \quad \text{जहाँ} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

X_C को *धारिता प्रतिघात* कहते हैं। संधारित्र में प्रवाहित धारा प्रयुक्त वोल्टता से $\pi/2$ रेडियन अग्र होती है। प्रेरक के समान ही एक पूरे चक्र में संधारित्र को आपूर्त माध्य शक्ति शून्य होती है।

5. वोल्टता $V = V_m \sin\omega t$ द्वारा संचालित किसी श्रेणीबद्ध RLC परिपथ में धारा का मान निम्नलिखित व्यंजक से दिया जाता है,

$$I = I_m \sin(\omega t + \phi)$$

यहाँ
$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

तथा
$$\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$$

होता है।

$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ को परिपथ की *प्रतिबाधा* कहते हैं।

एक पूरे चक्र में माध्य शक्ति क्षय को निम्न सूत्र से व्यक्त करते हैं,

$$\bar{P} = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

पद $\cos\phi$ को *शक्ति गुणांक* कहते हैं।

6. किसी विशुद्ध प्रेरणिक अथवा धारिता परिपथ के लिए $\cos\phi = 0$। ऐसे परिपथ में यद्यपि धारा तो प्रवाहित होती है तथापि शक्ति क्षय नहीं होती है। ऐसे उदाहरणों में धारा को *वाटहीन (Wattless)* धारा कहते हैं।

7. किसी ac परिपथ में धारा व वोल्टता के मध्य कला के संबंध को सुगमता से व्यक्त किया जा सकता है। इसमें वोल्टता तथा धारा को घूर्णी सदिशों से निरूपित करते हैं। घूर्णी सदिश को 'फेज़र' कहते हैं। फेज़र एक सदिश के समान है जो ω चाल से मूल बिंदु के चतुर्दिश घूर्णन करता है। फेज़र का परिमाण

फेजर द्वारा निरूपित राशि (वोल्टता या धारा) के आयाम या शिखर मान को व्यक्त करता है। फेजर-आरेख के उपयोग से किसी ac परिपथ का विश्लेषण आसान हो जाता है।

8. अनुनाद की घटना किसी श्रेणीबद्ध RLC परिपथ की एक रोचक विशिष्टता है। परिपथ अनुनाद को प्रदर्शित करता है अर्थात् अनुनादी आवृत्ति $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ पर धारा का आयाम अधिकतम होता है। $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$ द्वारा परिभाषित गुणता कारक (Quality Factor) Q अनुनाद की तीक्ष्णता का संकेतक है। Q का अधिक मान यह संकेत करता है कि धारा का शिखर अपेक्षाकृत अधिक तीक्ष्ण है।

9. ac स्रोत तथा प्रतिरोधक विहीन कोई ऐसा परिपथ जिसमें कोई प्रेरक L तथा संधारित्र C (प्रारंभ में आवेशित) हैं, मुक्त दोलन प्रदर्शित करता है। संधारित्र का आवेश q एक सरल आवर्त गति करता है:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

इस प्रकार मुक्त दोलनों की आवृत्ति $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ होती है। निकाय की ऊर्जा संधारित्र तथा प्रेरक के मध्य दोलन करती है, किंतु उनका योग अथवा कुल ऊर्जा समय के साथ नियत रहती है।

10. ट्रांसफार्मर में एक लोहे का क्रोड होता है जिसमें फेरों की संख्या N_p की एक प्राथमिक कुंडली तथा फेरों की संख्या N_s की एक द्वितीयक कुंडली लिपटी रहती है। यदि प्राथमिक कुंडली को किसी ac स्रोत से जोड़ दें, तो प्राथमिक एवं द्वितीयक वोल्टता निम्नलिखित व्यंजक द्वारा संबंधित होती हैं,

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)V_p$$

तथा दोनों धाराओं के मध्य के संबंध को निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त करते हैं

$$I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)I_p$$

यदि प्राथमिक की तुलना में द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या अधिक है तो वोल्टता उच्च हो जाती है ($V_s > V_p$)। इस प्रकार की युक्ति को *उच्चायी ट्रांसफार्मर* कहते हैं। किंतु यदि प्राथमिक की तुलना में द्वितीयक में फेरों की संख्या कम है तो *ट्रांसफार्मर अपचायी* होता है।

rms वोल्टता	V_{rms}	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$, V_m ac वोल्टता का आयाम है।
rms धारा	I_{rms}	[A]	A	$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, I_m ac धारा का आयाम है।
प्रतिघात :				
प्रेरणिक	X_L	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_L = \omega L$
धारितात्मक	X_C	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_C = 1/\omega C$
प्रतिबाधा	Z	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	परिपथ में विद्यमान अवयवों पर निर्भर करता है।
अनुनादी आवृत्ति	ω_r या ω_0	$[T^{-1}]$	Hz	$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ एक श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ के लिए
गुणता कारक	Q	विमाहीन		$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r CR}$ श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ के लिए
शक्ति कारक		विमाहीन		$= \cos\phi$, ϕ आरोपित वोल्टता तथा परिपथ में धारा में कलांतर है

विचारणीय विषय

1. जब ac वोल्टता या धारा को कोई मान दिया जाता है तो यह प्राय: धारा अथवा वोल्टता का rms मान होता है। आपके कमरे में लगे विद्युत् स्विच के टर्मिनलों के बीच वोल्टता सामान्यतया 240 *V* होती है। यह वोल्टता के *rms* मान को निर्दिष्ट करती है। इस वोल्टता का आयाम $V_m = \sqrt{2} V_{rms} = \sqrt{2}(240) = 340\,V$ है।
2. किसी ac परिपथ में प्रयुक्त अवयव की शक्ति संनिर्धारण माध्य शक्ति से निर्धारण को इंगित करता है।
3. यद्यपि किसी ac परिपथ के एक चक्र में माध्य धारा शून्य होती है, तथापि माध्य शक्ति शून्य नहीं होती।
4. प्रत्यावर्ती एवं दिष्ट धाराएँ दोनों ऐंपियर में मापी जाती हैं। किंतु प्रत्यावर्ती धारा के लिए ऐंपियर को किस प्रकार भौतिक रूप से परिभाषित किया जाए? जिस प्रकार dc ऐंपियर को परिभाषित करते हैं उसी प्रकार इसे (ac ऐंपियर को) ac धाराओं को वहन करने वाले दो समांतर तारों के अन्योन्य आकर्षण के रूप

में परिभाषित नहीं कर सकते। ac धारा स्रोत की आवृत्ति के साथ दिशा परिवर्तित करती है, जिससे माध्य आकर्षण बल शून्य हो जाता है। अतः ac ऐंपियर को किसी ऐसे गुण के संबंध में परिभाषित करना चाहिए, जो धारा की दिशा पर निर्भर न करता हो।

जूल तापन एक ऐसा ही गुण है, तथा किसी परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा के *rms*-मान को एक ऐंपियर के रूप में परिभाषित करते हैं, यदि यह धारा वही औसत ऊष्मीय प्रभाव उत्पन्न करती है, जैसा कि dc धारा की एक ऐंपियर उन्हीं परिस्थितियों में करती है।

5. किसी ac परिपथ में विभिन्न अवयवों के सिरों के बीच वोल्टताओं का योग करते समय उनकी कलाओं का उचित ध्यान रखना चाहिए। उदाहरणार्थ, यदि किसी *RC* परिपथ में V_R और V_C क्रमशः R व C के सिरों के बीच वोल्टता हैं तो *RC* संयोजन के सिरों के बीच वोल्टता $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ होगी न कि $V_R + V_C$ क्योंकि V_C तथा V_R के बीच कलांतर $\frac{\pi}{2}$ है।

6. यद्यपि किसी फेज़र-आरेख में वोल्टता तथा धारा को सदिशों से निरूपित करते हैं तथापि ये राशियाँ वास्तव में सदिश नहीं हैं। ये अदिश राशियाँ हैं। ऐसा होता है कि सरल आवर्त रूप से परिवर्तित होने वाले अदिशों की कलाएँ गणितीय रूप से उसी प्रकार संयोग करती हैं, जैसे कि तदनुसार परिमाणों व दिशाओं के घूर्णी सदिशों के प्रक्षेप करते हैं। 'घूर्णी सदिश', जो सरल आवर्त रूप से परिवर्तनशील अदिश राशियों का निरूपण करते हैं, हमें इन राशियों के जोड़ने की सरल विधि प्रदान करने के लिए सन्निविष्ट किए जाते हैं। इसके लिए हम उस नियम का उपयोग करते हैं, जिसे हम सदिशों के संयोजन के नियम के रूप में पहले ही से जानते हैं।

7. किसी ac परिपथ में शुद्ध संधारित्रों तथा प्रेरकों से कोई शक्ति-क्षय संबद्ध नहीं होता। यदि ac परिपथ में किसी अवयव द्वारा शक्ति-क्षय होता है तो वह प्रतिरोधक अवयव है।

8. किसी *RLC* परिपथ में अनुनाद की परिघटना तब होती है जब $X_L = X_C$ या $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$। अनुनाद होने के लिए परिपथ में L व C दोनों अवयवों का होना आवश्यक है। इनमें से मात्र एक (L अथवा C) के होने से वोल्टता के निरस्त होने की संभावना नहीं होती और इस प्रकार अनुनाद संभव नहीं है।

9. किसी *RLC* परिपथ में शक्ति गुणांक (Power Factor) इस बात को मापता है कि परिपथ अधिकतम शक्ति व्यय करने के कितने समीप है।

10. जनित्रों एवं मोटरों में निवेश तथा निर्गत की भूमिकाएँ एक-दूसरे के विपरीत होती हैं। एक मोटर में वैद्युत ऊर्जा निवेश है तथा यांत्रिक ऊर्जा निर्गत है; जनित्र में यांत्रिक ऊर्जा निवेश है तथा वैद्युत ऊर्जा निर्गत है। दोनों युक्तियाँ ऊर्जा को एक प्रकार से दूसरे में रूपांतरित करती हैं।

11. एक ट्रांसफॉर्मर (उच्चायी) निम्न वोल्टता को उच्च वोल्टता में परिवर्तित करता है। यह ऊर्जा के संरक्षण के नियम का उल्लंघन नहीं करता है। धारा उसी अनुपात में घट जाती है।

12. यह चयन करना कि दोलन गति का विवरण ज्या (sine) या कोज्या (cosine) के द्वारा दिया जाता है अथवा इनके रैखिक संयोग द्वारा, महत्त्वहीन है क्योंकि शून्य-समय स्थिति में परिवर्तन एक को दूसरे में रूपांतरित कर देता है।

अभ्यास

8.1 एक 100 Ω का प्रतिरोधक 200 V, 50 Hz आपूर्ति से जुड़ा है।
(a) परिपथ में धारा का rms मान कितना है?
(b) एक पूरे चक्र में कितनी नेट शक्ति व्यय होती है।

8.2 (a) ac आपूर्ति का शिखर मान 300 V है। rms वोल्टता कितनी है? ,
(b) ac परिपथ में धारा का rms मान 10 A है। शिखर धारा कितनी है?

8.3 एक 44 mH का प्रेरित्र 220 V, 50 Hz आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

8.4 एक 60 μF का संधारित्र 110 V, 60 Hz ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

8.5 अभ्यास 8.3 व 8.4 में एक पूरे चक्र की अवधि में प्रत्येक परिपथ में कितनी नेट शक्ति अवशोषित होती है? अपने उत्तर का विवरण कीजिए।

8.6 दर्शाइए कि एक ac स्रोत द्वारा संचालित कोई श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ पर अनुनाद प्रदर्शित करता है।

8.7 एक *LCR* परिपथ की, जिसमें $L = 2.0$H, $C = 32$ μF तथा $R = 10$ Ω अनुनाद आवृत्ति ω_r निकालिए। इस परिपथ के लिए Q का क्या मान है?

8.8 प्रत्यावर्ती धारा ac मेन्स के साथ प्रतिदीप्त नलिका के प्रयोग में चोक कुंडली की आवश्यकता क्यों पड़ती है। चोक कुंडली के बजाय हम एक साधारण प्रतिरोधक का उपयोग क्यों नहीं कर सकते?

8.9 दिखलाइए कि एक *LC* परिपथ के स्वतंत्र दोलनों की कोणीय आवृत्ति $1/\sqrt{LC}$ के बराबर होती है।

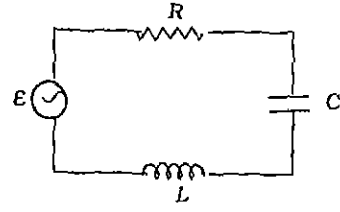
8.10 दिखलाइए कि एक *LC* परिपथ के मुक्त दोलनों में संधारित्र तथा प्रेरित्र में संचित ऊर्जाओं का योग समय के सापेक्ष नियत रहता है।

8.11 30 μF का एक आवेशित संधारित्र 27 mH के प्रेरित्र से जोड़ा गया है। परिपथ के मुक्त दोलनों की कोणीय आवृत्ति कितनी है?

8.12 कल्पना कीजिए कि अभ्यास 8.11 में संधारित्र पर प्रारंभिक आवेश 6 mC है। प्रारंभ में परिपथ में कुल कितनी ऊर्जा संचित होती है। उत्तरकालीन समयों पर कुल ऊर्जा कितनी है?

8.13 एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ को, जिसमें $R = 20$ Ω, $L = 1.5$ H तथा $C = 35$ μF, एक परिवर्ती आवृत्ति की 200 V ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। जब आपूर्ति की आवृत्ति परिपथ की मूल आवृत्ति के बराबर होती है तो एक पूरे चक्र में परिपथ को स्थानांतरित की गई माध्य शक्ति कितनी होगी?

8.14 एक रेडियो को MW प्रसारण बैंड के एक खंड के आवृत्ति परिसर के एक ओर से दूसरी ओर: (800 kHz से 1200 kHz) तक समस्वरित किया जा सकता है। यदि इसके *LC* परिपथ का प्रभावकारी प्रेरकत्व 200 μH हो, तो उसके परिवर्ती संधारित्र का परिसर कितना होना चाहिए?
[**संकेत** : समस्वरित करने के लिए मूल आवृत्ति अर्थात् *LC* परिपथ के मुक्त दोलनों की आवृत्ति रेडियो तरंग की आवृत्ति के बराबर होनी चाहिए।]

8.15 चित्र 8.17 में एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ दिखलाया गया है जिसे परिवर्ती आवृत्ति के 230 V के स्रोत से जोड़ा गया है। $L = 5.0$ H, $C = 80\ \mu$F, $R = 40\ \Omega$

(a) स्रोत की आवृत्ति निकालिए जो परिपथ में अनुनाद उत्पन्न करे।

(b) परिपथ की प्रतिबाधा तथा अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम निकालिए।

चित्र 8.17

(c) परिपथ के तीनों अवयवों के सिरों पर विभवपात के rms मानों को निकालिए। दिखलाइए कि अनुनादी आवृत्ति पर *LC* संयोग के सिरों पर विभवपात शून्य है।

अतिरिक्त अभ्यास

8.16 एक *LC* परिपथ में एक 20 mH का एक प्रेरक तथा 50 μF का एक संधारित्र है, जिस पर प्रारंभिक आवेश 10 mC है। परिपथ का प्रतिरोध नगण्य है। मान लीजिए कि वह क्षण जिस पर परिपथ बंद किया जाता है $t = 0$ है।

(a) प्रारंभ में कुल कितनी ऊर्जा संचित है? क्या यह *LC* दोलनों की अवधि में संरक्षित है?

(b) परिपथ की मूल आवृत्ति क्या है?

(c) किस समय पर संचित ऊर्जा

(i) पूरी तरह से वैद्युत है (अर्थात् वह संधारित्र में संचित है)?

(ii) पूरी तरह से चुंबकीय है (अर्थात् प्रेरक में संचित है)?

(d) किन समयों पर संपूर्ण ऊर्जा प्रेरक एवं संधारित्र के मध्य समान रूप से विभाजित है?

(e) यदि एक प्रतिरोधक को परिपथ में लगाया जाए तो कितनी ऊर्जा अंततः ऊष्मा के रूप में क्षयित होगी?

8.17 एक कुंडली को जिसका प्रेरण 0.50 H तथा प्रतिरोध 100 Ω है, 240 V व 50 Hz की एक आपूर्ति से जोड़ा गया है।

(a) कुंडली में अधिकतम धारा कितनी है?

(b) वोल्टेज शीर्ष व धारा शीर्ष के बीच समय-पश्चता कितनी है?

8.18 यदि परिपथ को उच्च आवृत्ति की आपूर्ति (240 V, 10 kHz) से जोड़ा जाता है तो उपरोक्त (a) तथा (b) के उत्तर निकालिए। इससे इस कथन की व्याख्या कीजिए कि अति उच्च आवृत्ति पर किसी परिपथ में प्रेरक लगभग खुले परिपथ के तुल्य होता है। स्थिर अवस्था के पश्चात् किसी dc परिपथ में प्रेरक किस प्रकार का व्यवहार करता है।

8.19 40 Ω प्रतिरोध के श्रेणीक्रम में एक 100 μF के संधारित्र को 110 V, 60 Hz की आपूर्ति से जोड़ा गया है।

(a) परिपथ में अधिकतम धारा कितनी है?

(b) धारा शीर्ष व वोल्टेज शीर्ष के बीच समय-पश्चता कितनी है?

8.20 यदि परिपथ को 110 V, 12 kHz आपूर्ति से जोड़ा जाए तो उपरोक्त (a) व (b) का उत्तर निकालिए। इससे इस कथन की व्याख्या कीजिए कि अति उच्च आवृत्तियों पर एक संधारित्र चालक होता है। इसकी तुलना उस व्यवहार से कीजिए जो किसी dc परिपथ में एक संधारित्र प्रदर्शित करता है।

8.21 स्रोत की आवृत्ति को एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ की अनुनादी आवृत्ति के बराबर रखते हुए तीन *अवयवों L, C तथा R को समांतरक्रम में लगाते हैं। यह दर्शाइए कि समांतर LCR* परिपथ में इस आवृत्ति पर कुल धारा न्यूनतम है। इस आवृत्ति के लिए 8.15 में निर्दिष्ट स्रोत तथा अवयवों के लिए परिपथ की हर शाखा में धारा के rms मान को निकालिए।

8.22 एक परिपथ को जिसमें 80 mH का एक प्रेरक तथा 60 μF का संधारित्र श्रेणीक्रम में हैं, 230 V, 50 Hz की आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ का प्रतिरोध नगण्य है।

(a) धारा का आयाम तथा rms मानों को निकालिए।

(b) हर अवयव के सिरों पर विभवपात के rms मानों को निकालिए।

(c) प्रेरक में स्थानांतरित माध्य शक्ति कितनी है?

(d) संधारित्र में स्थानांतरित माध्य शक्ति कितनी है?

(e) परिपथ द्वारा अवशोषित कुल माध्य शक्ति कितनी है?
[माध्य में यह समाविष्ट है कि इसे पूरे चक्र के लिए लिया गया है]।

8.23 कल्पना कीजिए कि अभ्यास 8.22 में प्रतिरोध 15 Ω है। परिपथ के हर अवयव को स्थानांतरित माध्य शक्ति तथा संपूर्ण अवशोषित शक्ति को निकालिए।

8.24 एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ को जिसमें $L = 0.12$ H, $C = 480$ nF, $R = 23$ Ω, 230 V परिवर्ती आवृत्ति वाले स्रोत से जोड़ा गया है।

(a) स्रोत की वह आवृत्ति कितनी है जिस पर धारा आयाम अधिकतम है। इस अधिकतम मान को निकालिए।

(b) स्रोत की वह आवृत्ति कितनी है जिसके लिए परिपथ द्वारा अवशोषित माध्य शक्ति अधिकतम है।

(c) स्रोत की किस आवृत्ति के लिए परिपथ को स्थानांतरित शक्ति अनुनादी आवृत्ति की शक्ति की आधी है।

(d) दिए गए परिपथ के लिए *Q*-कारक कितना है?

8.25 एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ के लिए जिसमें $L = 3.0$ H, $C = 27$ μF तथा $R = 7.4$ Ω अनुनादी आवृत्ति तथा *Q*-कारक निकालिए। परिपथ के अनुनाद की तीक्ष्णता को सुधारने की इच्छा से "अर्ध उच्चिष्ठ पर पूर्ण चौड़ाई" को 2 गुणक द्वारा घटा दिया जाता है। इसके लिए उचित उपाय सुझाइए।

8.26 निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

(a) क्या किसी ac परिपथ में प्रयुक्त तात्क्षणिक वोल्टता परिपथ में श्रेणीक्रम में जोड़े गए अवयवों के सिरों पर तात्क्षणिक वोल्टताओं के बीजगणितीय योग के बराबर होता है? क्या यही बात rms वोल्टताओं में भी लागू होती है?

(b) विद्युत् शक्ति के वहन के लिए प्रयोग में लाए जाने वाले परिपथ के लिए न्यून शक्ति कारक का तात्पर्य संचारण में शक्ति का अधिक ह्रास है।

(c) किसी परिपथ में समुचित धारिता के संधारित्र के उपयोग से शक्ति कारक को प्रायः सुधारा जाता है।

(d) प्रेरण कुंडली के प्राथमिक परिपथ में एक संधारित्र का उपयोग करते हैं।

(e) एक प्रयुक्त वोल्टता संकेत एक dc वोल्टता तथा उच्च आवृत्ति के एक ac वोल्टता के अध्यारोपण से निर्मित है। परिपथ एक श्रेणीबद्ध प्रेरक तथा संधारित्र से निर्मित है। दर्शाए कि dc संकेत *C* तथा ac संकेत *L* के सिरे पर प्रकट होगा।

(f) एक लैंप से श्रेणीक्रम में जुड़ी चोक को एक dc लाइन से जोड़ा गया है। लैंप तेजी से चमकता है। चोक में लोहे के क्रोड को प्रवेश कराने पर लैंप की दीप्ति में कोई अंतर नहीं पड़ता है। यदि एक ac लाइन से लैंप का संयोजन किया जाए तो तद्नुसार प्रेक्षणों की प्रागुक्ति कीजिए।

(g) एक लैंप को श्रेणीक्रम में एक संधारित्र से जोड़ा गया है। dc तथा ac संयोजनों के लिए अपने प्रेक्षणों की प्रागुक्ति कीजिए। यदि धारिता को कम कर दिया जाए तो प्रत्येक पर क्या प्रभाव पड़ेगा।

8.27 एक शक्ति संप्रेषण लाइन अपचायी ट्रांसफार्मर में, जिसकी प्राथमिक कुंडली में 4000 फेरे हैं, 2300 वोल्ट पर शक्ति निवेशित करती है। 230 V की निर्गत शक्ति प्राप्त करने के लिए द्वितीयक में कितने फेरे होने चाहिए?

8.28 एक जल विद्युत् शक्ति संयंत्र में जल दाब शीर्ष 300 m की ऊँचाई पर है तथा उपलब्ध जल प्रवाह $100\ m^3 s^{-1}$ है। यदि टर्बाइन जनित्र की दक्षता 60% हो तो संयंत्र से उपलब्ध विद्युत् शक्ति का आंकलन कीजिए, $g = 9.8\ ms^{-2}$।

8.29 440 V पर शक्ति उत्पादन करने वाले किसी विद्युत् संयंत्र से 15 km दूर स्थित एक छोटे से कस्बे में 220 V पर 800 kW शक्ति की माँग है। विद्युत् शक्ति ले जाने वाली दोनों तार की लाइनों का प्रतिरोध 0.5 Ω प्रति किलोमीटर है। कस्बे को उप-स्टेशन में लगे 4000 – 220 V अपचायी ट्रांसफार्मर से लाइन द्वारा शक्ति पहुंचती है।

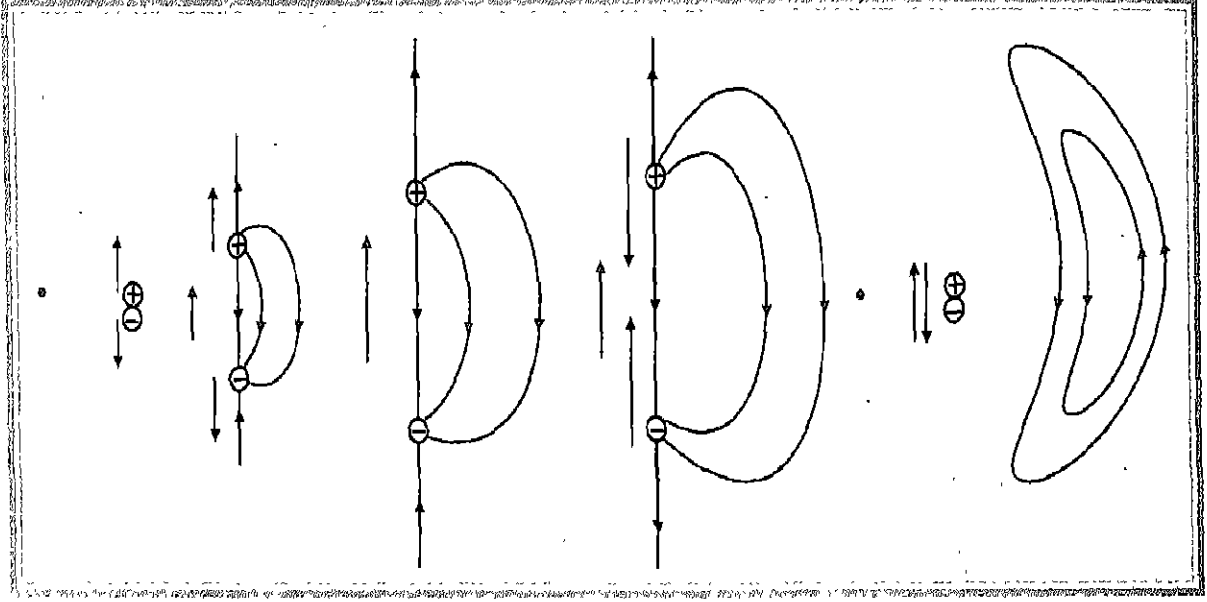
(a) ऊष्मा के रूप में लाइन से होने वाली शक्ति के क्षय का आकलन कीजिए।

(b) संयंत्र से कितनी शक्ति की आपूर्ति की जानी चाहिए, यदि क्षरण द्वारा शक्ति का क्षय नगण्य है।

(c) संयंत्र के उच्चायी ट्रांसफार्मर की विशेषता बतलाइए।

8.30 ऊपर किए गए अभ्यास को पुन: कीजिए। इसमें पहले के ट्रांसफार्मर के स्थान पर 40,000 – 220 V का अपचायी ट्रांसफार्मर है। [पूर्व की भांति क्षरण के कारण हानियों को नगण्य मानिए, यद्यपि अब यह सन्निकटन उचित नहीं है क्योंकि इसमें उच्च वोल्टता पर संप्रेषण होता है]। अत: समझाइए कि क्यों उच्च वोल्टता संप्रेषण अधिक वरीय है?

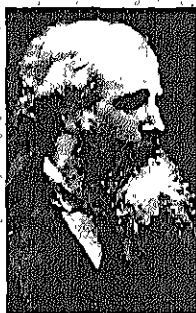
अध्याय 9

विद्युत्-चुंबकीय तरंगें

9.1 भूमिका

अध्याय 5 में हमने सीखा है कि एक विद्युत् धारा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है तथा दो धारावाहक तार परस्पर चुंबकीय बल आरोपित करते हैं। इसके अतिरिक्त, अध्याय 7 में हम देख चुके हैं कि समय के साथ परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र एक विद्युत् धारा प्रदान करता है। क्या इसका विलोम भी सच है? क्या समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत्-क्षेत्र चुंबकीय क्षेत्र को उत्पन्न करता है? जेम्स क्लार्क मैक्सवेल (1831–1879) ने यह तर्क प्रस्तुत किया कि वास्तव में ऐसा ही घटित होता है। विद्युत् धारा ही नहीं वरन् समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत्-क्षेत्र भी चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है। उन्होंने समीकरणों के एक ऐसे समूह को सूत्रबद्ध किया, जिनमें विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्र तथा उनके स्रोत आवेश एवं धारा घनत्व सम्मिलित किए गए हैं। इन समीकरणों को, जिनके विषय में आप विस्तार से उच्चतर पाठ्यक्रमों में पढ़ेंगे, मैक्सवेल समीकरण कहते हैं। लोरेंट्ज़ बल-सूत्र (अध्याय 5) के साथ-साथ ये समीकरण गणितीय भाषा में विद्युत्-चुंबकत्व के सभी मौलिक नियमों को व्यक्त करते हैं।

मैक्सवेल समीकरणों से जो सर्वाधिक महत्वपूर्ण प्रागुक्ति उभरकर सामने आती है, वह है विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का अस्तित्व में होना, जो अंतरिक्ष में संचरित, समय के साथ बदलते (युग्मित) विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र हैं। उनके समीकरणों के अनुसार, तरंगों की चाल, प्रकाशीय मापन द्वारा निकाली गई प्रकाश की चाल (3×10^8 m/s) के लगभग बराबर होती है। इससे महत्त्वपूर्ण निष्कर्ष निकला कि प्रकाश एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग है। इस प्रकार से मैक्सवेल के कार्य ने विद्युत्, चुंबकत्व तथा प्रकाश के क्षेत्रों को एकीकृत कर दिया। हर्ट्ज़ ने, 1885 में, प्रयोग द्वारा विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के अस्तित्व को प्रदर्शित किया। मारकोनी तथा दूसरों के द्वारा इसके तकनीकी उपयोग ने यथासमय संचार में जो क्रांति पैदा की उसे आज हम प्रत्यक्ष रूप में देख रहे हैं।

हेनरी रुडोल्फ हट्‌र्ज
(1857-1894)

जर्मन भौतिकविद्, जिन्होंने पहली बार रेडियो तरंगों को प्रसारित किया और ग्रहण किया। उन्होंने विद्युत् चुंबकीय तरंगें पैदा की, उन्हें आकाश में भेजा और उनका तरंगदैर्ध्य तथा वेग ज्ञात किया। उन्होंने दर्शाया कि विद्युत् चुंबकीय तरंगों के कंपनों की प्रकृति, परावर्तन एवं अपवर्तन ठीक वैसे ही थे, जैसे प्रकाश एवं ऊष्मा तरंगों में, और इस प्रकार पहली बार इनकी अभिन्नता सिद्ध की। उन्होंने गैसों में विद्युत् विसर्जन संबंधी शोध की अगुवाई की और प्रकाश-विद्युत् प्रभाव की खोज की।

जेम्स क्लार्क मैक्सवेल
(1831-1879)

स्कॉटलैंड के एडिनबर्ग में जन्मे, उन्नीसवीं शती के महानतम भौतिकविदों में से एक। उन्होंने गैस के अणुओं की तापीय गतियों के वितरण के लिए व्यंजक व्युत्पन्न किया और वे उन पहले लोगों में से एक थे जिन्होंने, श्यानता आदि मापन योग्य राशियों का उपयोग कर आण्विक प्राचलों के विश्वसनीय आकलन प्राप्त किए। मैक्सवेल की सबसे बड़ी उपलब्धि, विद्युत् एवं चुंबकत्व के (कूलॉम, ऑर्स्टेड, ऐंपियर एवं फैराडे द्वारा खोजे गए) नियमों के एकीकरण द्वारा संगत समीकरणों का एक समुच्चय प्रस्तुत करना था, जिन्हें आज हम मैक्सवेल के समीकरणों के नाम से जानते हैं। इनके आधार पर वे इस सर्वाधिक महत्त्वपूर्ण निष्कर्ष पर पहुँचे कि प्रकाश, विद्युत् चुंबकीय तरंग ही है। मज़े की बात यह है कि मैक्सवेल, फैराडे के विद्युत् अपघटन के नियमों से उत्पन्न इस विचार से सहमत नहीं थे कि विद्युत् की प्रकृति कण रूप में है।

9.2 विद्युत्-चुंबकीय तरंगें

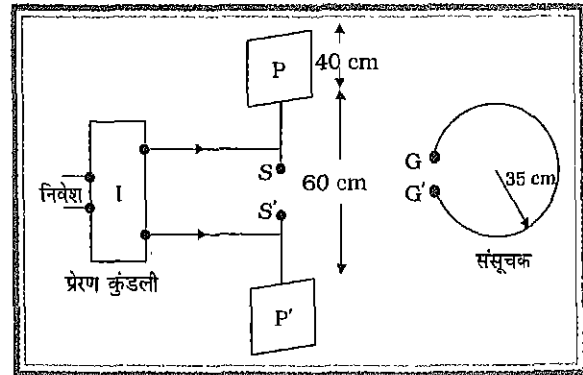
9.2.1 विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के स्रोत

विद्युत्-चुंबकीय तरंगें किस प्रकार उत्पन्न होती हैं? न तो स्थिर आवेश और न ही समान चाल से गतिमान आवेश ही (स्थिर धारा) विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के स्रोत हो सकते हैं। पहला केवल स्थिरवैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है, जबकि दूसरा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है, जो समय के साथ परिवर्तनशील नहीं है। यह मैक्सवेल सिद्धांत का एक महत्वपूर्ण परिणाम है कि त्वरित आवेश विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का विकिरण करते हैं। इस मौलिक परिणाम की उत्पत्ति इस पुस्तक के क्षेत्र से बाहर है किंतु मोटे तौर पर गुणात्मक तर्क के आधार पर हम इसे स्वीकार कर सकते हैं। किसी आवृत्ति से दोलनशील एक आवेश का विचार कीजिए (एक दोलनशील आवेश त्वरित आवेश का उदाहरण है)। यह दिक्‌स्थान (आकाश) में दोलनशील विद्युत् क्षेत्र उत्पन्न करता है, जो दोलनशील चुंबकीय क्षेत्र पैदा करता है। यह क्रम से दोलनशील विद्युत्-क्षेत्र का स्रोत हो जाता है। इस प्रकार यह क्रम चलता है। एक प्रकार से ऐसा कह सकते हैं कि जैसे तरंग दिक्‌स्थान में संचरण करती है, दोलनशील विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे को पैदा करते रहते हैं। विद्युत्-चुंबकीय तरंग की आवृत्ति स्वाभाविक रूप से आवेश के दोलन की आवृत्ति के बराबर होती है। संचरणशील तरंग की ऊर्जा, स्रोत (त्वरित आवेश) की ऊर्जा के व्यय के फलस्वरूप प्रकट होती है। विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की उत्पत्ति के विषय में इस अगणितीय चित्र का विवरण हम कुछ विस्तार से खंड 9.2.3 में प्रस्तुत करेंगे।

पूर्ववर्ती विवेचन से इस प्रागुक्ति का परीक्षण करना आसान हो सकता है कि प्रकाश एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग है। हम यह सोच सकते हैं कि इस सबके लिए हमें एक ऐसे ac परिपथ को बनाने की आवश्यकता थी, जिसमें धारा दृश्य प्रकाश (मान लीजिए कि पीले रंग के प्रकाश) की आवृत्ति से दोलन करती हो। लेकिन खेद है कि यह संभव ही नहीं है। पीले रंग के प्रकाश की आवृत्ति लगभग 6×10^{14} Hz होती है, जबकि आधुनिक इलेक्ट्रॉनिक परिपथ, जो आवृत्ति देते हैं वह मुश्किल से 10^{11} Hz से अधिक होती है। यही कारण है कि विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का प्रायोगिक प्रदर्शन कम आवृत्ति वाले क्षेत्र (रेडियो तरंग क्षेत्र), में करना पड़ा, जैसा कि हर्ट्ज़ के प्रयोग में हुआ, जिसका वर्णन हम आगे करेंगे।

9.2.2 हर्ट्ज़ द्वारा विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का प्रदर्शन

1867 में जब मैक्सवेल का कार्य प्रकाशित हुआ तो इसे तुरंत स्वीकृति नहीं मिली। बहुत से भौतिकविद् विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के अस्तित्व के विषय में सशंकित थे। वह प्रयोग जिसने निश्चित रूप से विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के अस्तित्व को प्रदर्शित किया था, उसे सर्वप्रथम हेनरिक हर्ट्ज़ ने 1887 में संपन्न किया। किंतु तब अपने सिद्धांत को मान्य रूप में देखने के लिए मैक्सवेल जीवित नहीं रहे थे।

चित्र 9.1 में हर्ट्ज़ द्वारा प्रयोग में लाई गई प्रायोगिक व्यवस्था को दिखाया गया है। दो धातु की बड़ी प्लेटों P व P′ से क्रमश: धातु के दो बड़े गोले S व S′ जोड़े गए हैं। गोलों को एक प्रेरण कुंडली I से संयुक्त किया गया है। प्रेरण कुंडलियों में अंतरायित धारा प्रवाहित करने पर गोलों के बीच अचानक एक उच्च वोल्टता लगती है। वोल्टता इतनी अधिक होती है कि गोलों के बीच की वायु आयनित हो जाती है तथा एक चिंगारी अंतराल (Spark gap) को लांघ जाती है। चूंकि वायु आयनित हो जाती है इसलिए चिंगारी अंतराल में वायु के आयन व इलेक्ट्रॉन होते हैं, जो आगे-पीछे दोलन करते हैं। इस प्रक्रिया के परिणामस्वरूप विद्युत्-चुंबकीय तरंगें उत्पन्न होती हैं। विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की आवृत्ति को अंतराल निर्मित करने वाली कुंडलियों एवं छड़ों के प्रेरकत्व तथा धारिता के द्वारा ज्ञात करते हैं।

चित्र 9.1 विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की उत्पत्ति तथा संसूचन के लिए हर्ट्ज़ द्वारा उपयोग में लाई गई प्रायोगिक व्यवस्था।

इन तरंगों के संसूचन के लिए हर्ट्ज़ ने एक संसूचक बनाया जो दो गोलों से जुड़े तार के एक लूप द्वारा निर्मित था। इसका स्वयं का एक प्रभावकारी प्रेरकत्व, धारिता तथा दोलन की स्वाभाविक आवृत्ति थी। संसूचक के अंतराल तक पहुँचने वाली विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का विद्युत्-क्षेत्र इतना प्रबल था कि

इसने अंतराल GG′ के मध्य उच्च विभवांतर स्थापित करके चिंगारी उत्पन्न की। हर्ट्ज़ ने GG′ के मध्य के अंतराल को लाँघती हुई उन छोटी-छोटी चिंगारियों को देखा और इससे विद्युत्-चुंबकीय विकिरण का संसूचन सिद्ध हो गया। हर्ट्ज़ ने यह भी पाया कि जब संसूचक का अंतराल स्रोत के अंतराल से 90° के कोण पर था तो विद्युत्-चुंबकीय विकिरण का पता नहीं चला। जब दोनों अंतराल समांतर थे तो G व G′ के मध्य चिंगारी का उत्पादन अधिकतम था। इसका आशय यह है कि स्रोत अंतराल द्वारा उत्पन्न विकिरण का विद्युत्-सदिश दोनों अंतरालों के समांतर है, अर्थात् यह विकिरण के संचरण की दिशा के लंबवत् है। इससे स्पष्टतः प्रदर्शित होता है कि विद्युत्-चुंबकीय (em) तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें हैं।

हर्ट्ज़ ने em तरंगों के अस्तित्व को ही प्रदर्शित नहीं किया, वरन् यह भी दिखाया कि तरंगें, जिनकी तरंगदैर्घ्य प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से एक करोड़ गुना अधिक है, विवर्तित, अपवर्तित तथा ध्रुवित हो सकती हैं। इस प्रकार, उन्होंने विकिरण की तरंग प्रकृति को निर्विवाद रूप से प्रमाणित किया। इसके अतिरिक्त, उन्होंने अप्रगामी विद्युत्-चुंबकीय तरंगों को उत्पन्न किया तथा इसके दो क्रमागत् निस्पंदों के मध्य दूरी माप कर उनकी तरंगदैर्घ्य निकाली। चूंकि तरंग की आवृत्ति ज्ञात थी (यह दोलक की आवृत्ति के बराबर है), उन्होंने $\upsilon = \nu\lambda$ सूत्र का उपयोग करके तरंग की चाल निकाली तथा यह पाया कि यह तरंगें उसी चाल से चलती हैं, जिस चाल से प्रकाश चलता है।

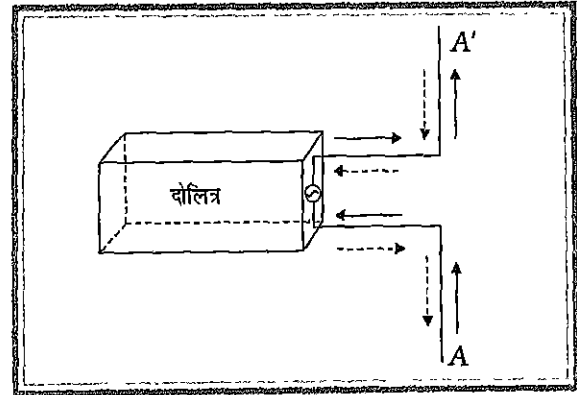
इस सच्चाई को कि विद्युत्-चुंबकीय तरंगें ध्रुवित होती हैं, एक सुवाह्य AM रेडियो के प्रसारण स्टेशन के प्रति इसके व्यवहार द्वारा सुगमता से परखा जा सकता है। यदि AM रेडियो में दूरदर्शी ऐंटीना लगा हो तो वह संकेत (सिग्नल) के विद्युत् वाले भाग के लिए प्रतिक्रिया दिखलाता है। यदि ऐंटीना को क्षैतिज कर दिया जाए तो संकेत अत्यधिक घट जाता है। कुछ सुवाह्य रेडियो में क्षैतिज ऐंटीना (प्राय: रेडियो के आवरण के अंदर) होता है, जो विद्युत्-चुंबकीय तरंग के चुंबकीय घटक के लिए संवेदनशील होता है। संकेत को ग्रहण करने के लिए ऐसे रेडियो को क्षैतिज रखना पड़ता है। इन घटनाओं में प्रतिक्रिया, स्टेशन की अपेक्षा रेडियो के विन्यास पर भी निर्भर करती है।

हर्ट्ज़ द्वारा मैक्सवेल के सिद्धांत के सफल परीक्षण ने सनसनी फैला दी तथा इसने इस क्षेत्र में अन्य महत्त्वपूर्ण कार्यों के करने के लिए स्फूर्ति पैदा की। इस प्रसंग में दो महत्त्वपूर्ण उपलब्धियों का जिक्र करना उचित प्रतीत होता है। हर्ट्ज़ के प्रयोग के सात वर्षों के पश्चात् कोलकाता में कार्यरत जगदीश चंद्र बोस काफी कम तरंगदैर्घ्य (25 mm से 5 mm) की चुंबकीय तरंगों को उत्पन्न करने तथा प्रेक्षण में सफल हुए। हर्ट्ज़ की तरह ही इनका प्रयोग भी प्रयोगशाला तक सीमित था।

लगभग इसी समय गुग्लील्मो मारकोनी ने इटली में हर्ट्ज़ के काम का अनुसरण किया तथा विद्युत्-चुंबकीय तरंगों को कई किलोमीटर दूरी तक संप्रेषित करने में सफलता पाई। मारकोनी के प्रयोग ने संचार के क्षेत्र में विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के उपयोग में एक पहल अंकित की।

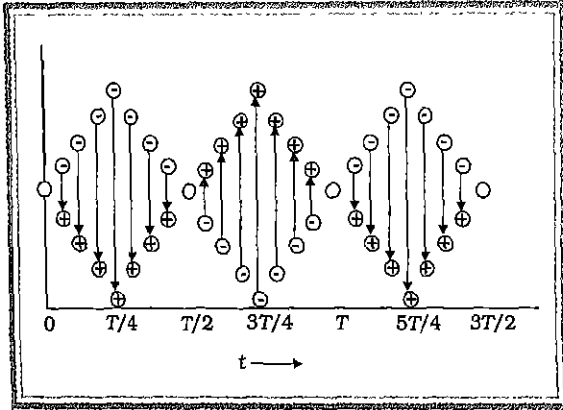
9.2.3 विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की उत्पत्ति का गुणात्मक चित्र

जैसा कि *अध्याय 1 में वर्णित किया गया है, फैराडे द्वारा विकसित क्षेत्र-रेखाओं की अवधारणा का उपयोग करके हम* विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की उत्पत्ति तथा इनके संचरण की एक गुणात्मक विधि से कल्पना कर सकते हैं।

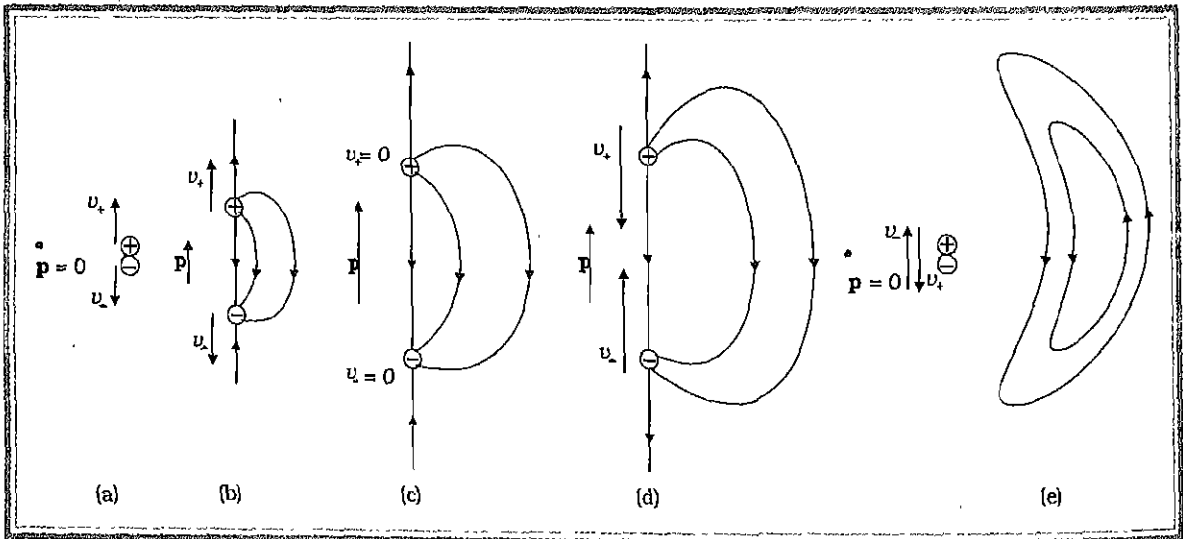
जैसा कि चित्र 9.2 में दिखाया गया है, हम एक प्रत्यावर्ती वोल्टता जनित्र से जुड़े एक द्विध्रुवी ऐंटीना का विचार करें। आवेशित कणों को त्वरित करने की यह एक सामान्य तकनीक है तथा किसी रेडियो स्टेशन का प्रसारण ऐंटीना द्वारा उत्सर्जित रेडियो तरंगों का एक स्रोत है।

चित्र 9.2 *एक साधारण रेडियो ऐंटीना जो द्विध्रुवी विकिरण को उत्पन्न करता है।*

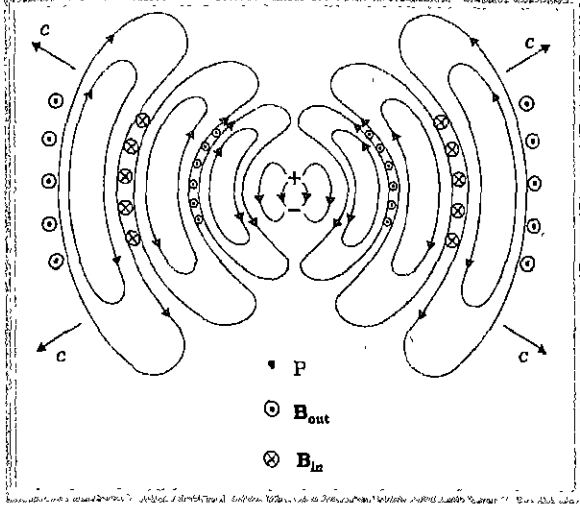
ऐंटीना AA′ की भुजाओं में आवेश क्रमशः एक दिशा (→) में और पुनः दूसरी दिशा (←) में त्वरित होते हैं। यह उस विद्युत्-द्विध्रुवी के समान है जो प्रयुक्त वोल्टता की आवृत्ति से दोलन करता है।

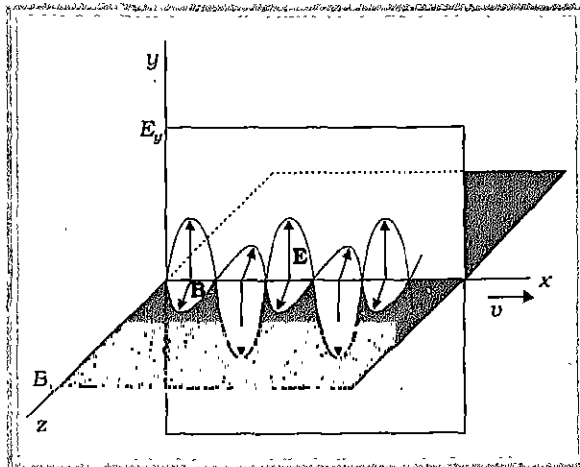
आप जानते हैं कि द्विध्रुव आघूर्ण **p** किसी एक आवेश

तथा दोनों आवेशों के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। यह एक सदिश है, जो ऋणात्मक से धनात्मक आवेश की ओर निर्दिष्ट होता है। चूंकि दो आवेशों के बीच की दूरी समय के साथ परिवर्तनशील है, इसलिए द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण तथा दिशा चित्र 9.3 के अनुसार बदलती है। $t = 0$ क्षण पर दोनों आवेश साथ में हैं इसलिए उनके बीच की दूरी शून्य है। इसलिए द्विध्रुव आघूर्ण भी शून्य है तथा कोई विद्युत् क्षेत्र नहीं है [चित्र 9.4 (a)]।

चित्र 9.3 दोलनशील विद्युत्-द्विध्रुवों को निरूपित करने वाले आवेशों की समय के फलन के अनुसार स्थितियाँ।

जब आवेशों के मध्य दूरी बढ़ती है तो द्विध्रुव आघूर्ण भी शून्य से बढ़ता है तथा विद्युत् क्षेत्र-रेखाएँ धनात्मक आवेश से प्रारंभ होती हैं तथा चित्र 9.4 (b) में दिखलाए अनुसार ऋणात्मक आवेश पर समाप्त होती हैं। $t = T/4$ पर दूरी अधिकतम होती है, द्विध्रुव आघूर्ण अधिकतम होता है तथा क्षेत्र-रेखाएँ चित्र 9.4 (c) में दिखलाए गए अनुसार होती हैं। $t = T/4$ के बाद आवेश विपरीत दिशाओं में गति करना शुरू करते हैं तथा द्विध्रुव आघूर्ण घटना शुरू हो जाता है [चित्र 9.4 (d)]। $t = T/2$ पर द्विध्रुव आघूर्ण पुनः शून्य हो जाता है। विद्युत् क्षेत्र रेखाएँ द्विध्रुव से अलग हो जाती हैं। रेखाएँ जो द्विध्रुव से अलग होती हैं, उनमें वह धनात्मक या ऋणात्मक आवेश नहीं होता, जहाँ से वे प्रारंभ होती हैं या जहाँ पर वे समाप्त होती हैं। परंतु हम जानते हैं कि प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र की रेखाओं को बंद होना चाहिए (ये स्थिरवैद्युत क्षेत्र की रेखाएँ नहीं हैं)। इस शर्त की संतुष्टि तब होती है, जब अलग हुई रेखाएँ पूर्व अर्ध चक्र की रेखाओं से मिल जाती हैं और बंद लूप बना लेती हैं। एक लूप दूसरे लूप के अंदर बंद होता है जैसा कि चित्र 9.4 (e) में दिखलाया गया है।

विद्युत्-क्षेत्र की रेखाओं को द्विध्रुव के दाएँ ओर के चित्र 9.4 में दिखलाया गया है। किंतु विद्युत्-क्षेत्र की रेखाएँ बाईं ओर भी होती हैं – वे दाईं ओर की रेखाओं की दर्पण प्रतिबिंब हैं। और फिर, विद्युत्-क्षेत्र के अतिरिक्त द्विध्रुव के द्वारा उत्सर्जित विकिरण में चुंबकीय क्षेत्र भी होता है। ऐंटीना में त्वरित आवेश परिवर्तनशील धारा उत्पन्न करते हैं जो चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती हैं। दक्षिणहस्त के नियम से चुंबकीय क्षेत्र पृष्ठ के लंबवत् है अर्थात् यह z-अक्ष के अनुदिश है। किसी क्षण यह चुंबकीय क्षेत्र उसी आवृत्ति से दोलन करता है, जिससे विद्युत्-क्षेत्र। दोनों के मिलाने से विद्युत् चुंबकीय तरंग का निर्माण होता है, जो x-अक्ष के अनुदिश संचरण करती है।

*चित्र 9.4 एक दोलित द्विध्रुव से बनती और टूटती वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ। v_+ एवं v_- धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के वेग व्यक्त करते हैं और **P**, पाठ में वर्णित क्षण पर दो आवेशों के निकाय का चुंबकीय आघूर्ण है।*

चित्र 9.5 में किसी क्षण पर विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्रों की रेखाओं का पूरा चित्र प्रदर्शित किया गया है।

*चित्र 9.5 एक दोलनशील द्विध्रुव के कारण विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र-रेखाओं की तात्क्षणिक आकृति। **E** क्षेत्र को रेखाओं द्वारा तथा **B** क्षेत्र को बिंदुओं तथा क्रॉसों द्वारा प्रदर्शित किया गया है।*

संक्षेप में, *एक दोलनशील विद्युत्-द्विध्रुव विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का विकिरण करता है।* यह तरंग अनुप्रस्थ है, जिसमें विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र परस्पर तथा संचरण की दिशा के लंबवत् होते हैं। यदि **E** y-अक्ष के अनुदिश तथा **B** z-अक्ष के अनुदिश हो तो संचरण की दिशा चित्र 9.6 में दिखलाए गए अनुसार **E × B** अर्थात् x-अक्ष के अनुदिश होगी।

चित्र 9.6 x-अक्ष के अनुदिश संचरित विद्युत्-चुंबकीय तरंग। विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र क्रमशः y-अक्ष तथा z-अक्ष के अनुदिश हैं।

9.2.4 विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की प्रकृति

चित्र 9.6 में दिखलाए गए विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्रों को गणितीय भाषा में निम्न प्रकार निरूपित करते हैं :

$$\mathbf{E} = E_y\,\hat{\mathbf{j}} = E_0 \sin(kx - \omega t)\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$= E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)\right]\hat{\mathbf{j}}$$

$$= E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]\hat{\mathbf{j}} \qquad (9.1)$$

$$E_x = E_z = 0$$

$$\mathbf{B} = B_z\,\hat{\mathbf{k}} = B_0 \sin(kx - \omega t)\,\hat{\mathbf{k}}$$

$$= B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)\right]\hat{\mathbf{k}}$$

$$= B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]\hat{\mathbf{k}} \qquad (9.2)$$

$$B_x = B_z = 0$$

यहाँ E_0 व B_0 क्रमशः विद्युत्-क्षेत्र **E** तथा चुंबकीय क्षेत्र **B** के आयाम हैं। $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, तरंग सदिश **k** का परिमाण है। दूसरे संकेतों का सामान्य अर्थ है। **E** तथा **B** के परिमाण निम्नलिखित व्यंजक द्वारा परस्पर संबंधित हैं :

$$\frac{E}{B} = c \text{ अथवा } \frac{E_0}{B_0} = c \qquad (9.3)$$

(इस संबंध की उपपत्ति उच्चतर कक्षाओं के पाठ्यक्रमों में दी गई है।)

सभी विद्युत्-चुंबकीय तरंगें प्रकाश की चाल से चलती हैं। मैक्सवेल ने दिखलाया है कि विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की चाल उस माध्यम की चुंबकशीलता तथा विद्युत्शीलता पर निर्भर करती है, जिससे होकर वे संचरण करती हैं। मुक्त आकाश में चाल निम्नलिखित व्यंजक से दी जाती है :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (9.4)$$

यहाँ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{Ns}^2/\text{C}^2$ निर्वात का चुंबकशीलता नियतांक है तथा $\varepsilon_0 = 8.85419 \times 10^{-12}\ C^2/N\,m^2$ मुक्त आकाश की विद्युत्शीलता है। इन मानों को समीकरण (9.4)

में स्थापन करने पर हमें

$$c = 2.99792 \times 10^8 \text{ m/s}$$

प्राप्त होता है। यह मान निर्वात में प्रकाश की चाल के बराबर है। यह प्रभावशाली ढंग से इस निष्कर्ष का समर्थन करता है कि प्रकाश एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग है। विद्युत्शीलता ε तथा चुंबकशीलता μ वाले किसी अन्य माध्यम में विद्युत्- चुंबकीय तरंग की चाल निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त की जाती है,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{K \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{K \mu_r}} \qquad (9.5)$$

यहाँ K माध्यम का परावैद्युतांक तथा μ_r आपेक्षिक चुंबकशीलता है।

रिक्त स्थान में विद्यमान em तरंग में विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्र परस्पर, तथा तरंग के संचरण की दिशा के लंबवत् होते हैं। अतः विद्युत्-चुंबकीय तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें हैं। जैसा कि पूर्व में बतलाया जा चुका है कि एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग में विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्रों के परिमाणों का अनुपात प्रकाश की चाल के बराबर होता है।

विद्युत्-चुंबकीय तरंगें जब दिक्स्थान (आकाश) में चलती हैं तो अपने साथ ऊर्जा का वहन करती हैं और यह ऊर्जा विद्युत्-चुंबकीय क्षेत्रों में बराबर-बराबर विभाजित होती है। em तरंगों का तकनीकी महत्व उसके द्वारा एक स्थान से दूसरे स्थान तक ऊर्जा वहन करने की क्षमता में निहित होता है। वे न केवल, रेडियो तथा टी.वी. स्टेशनों से हमारे घर तक ऊर्जा संप्रेषित करती हैं वरन् सूर्य से पृथ्वी तक भी ऊर्जा को लाती हैं।

विद्युत्-चुंबकीय तरंगें रैखिक संवेग का भी वहन करती हैं। जब विद्युत्-चुंबकीय तरंगें किसी पृष्ठ पर टकराती हैं तो वे पृष्ठ पर दबाव डालती हैं। यदि समय t में पृष्ठ को स्थानांतरित कुल ऊर्जा U हो तो यह दर्शाया जा सकता है कि इस पृष्ठ को दिये गए कुल संवेग का परिमाण

$$p = \frac{U}{c} \quad \textit{(संपूर्ण अवशोषण)} \qquad (9.6)$$

जब आपके हाथ पर धूप पड़ती है तो आपको आभास होता है कि तरंग से ऊर्जा अवशोषित हो रही है (आपका हाथ गरम हो जाता है)। विद्युत्-चुंबकीय तरंगें आपके हाथ पर संवेग भी स्थानांतरित करती हैं किंतु क्योंकि c का मान अत्यधिक होता है, स्थानांतरित संवेग अत्यल्प होता है तथा आपको दाब का आभास नहीं होता। 1903 में, अमेरिकन वैज्ञानिक निकोल्स तथा हल, दृश्य प्रकाश का विकिरण-दाब मापने में सफल हुए तथा इन्होंने समीकरण (9.6) का सत्यापन किया। यह 7×10^{-6} N/m^2 की कोटि का पाया गया।

इस प्रकार,

10 cm^2 क्षेत्रफल के पृष्ठ पर विकिरण के कारण लगा बल मात्र लगभग 7×10^{-9} N होगा।

उदाहरण 9.1 25 MHz आवृत्ति की एक समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग मुक्त आकाश में x-अक्ष के अनुदिश चल रही है। दिक्काल के किसी विशिष्ट बिंदु पर $\mathbf{E} = 6.3\ \hat{\mathbf{j}}$ V/m है। इस बिंदु पर **B** का क्या मान होगा?

हल

B व **E** के परिमाण निम्न प्रकार से संबंधित हैं

$$B = \frac{E}{c} = \frac{6.3 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{T}$$

दिशा निकालने के लिए हम इस बात पर ध्यान देते हैं कि **E** y-अक्ष के अनुदिश है तथा तरंग x-अक्ष के अनुदिश चल रही है। इसलिए **B** की दिशा x-तथा y-दोनों अक्षों के लंबवत् होगी। सदिश बीजगणित के उपयोग से $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ x-अक्ष के अनुदिश है। चूंकि $(+\hat{\mathbf{j}}) \times (+\hat{\mathbf{k}}) = \hat{\mathbf{i}}$, **B** z-अक्ष के अनुदिश है।

इस प्रकार $\mathbf{B} = 2.18 \times 10^{-8}\ \hat{\mathbf{k}}$ T

उदाहरण 9.2 किसी समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग में चुंबकीय क्षेत्र निम्नलिखित है : $B_y = 2 \times 10^{-7} \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t)$ T (a) तरंग की आवृत्ति व तरंगदैर्घ्य कितनी है? (b) विद्युत्-क्षेत्र के व्यंजक को लिखिए।

हल

(a) प्रदत्त समीकरण की निम्नलिखित समीकरण से तुलना करने पर :

$$B_y = B_o \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right]$$

हम पाते हैं : $\lambda = \dfrac{2\pi}{0.5 \times 10^3}$ m = 1.26 cm,

$$\frac{1}{T} = v = \left(1.5 \times 10^{11}\right)/2\pi = 23.9 \text{ GHz}$$

(b) $B_0 = 2 \times 10^{-7}$ T $\therefore E_0 = B_0 c = 6 \times 10^1$ V/m

विद्युत्-क्षेत्र का घटक, तरंग प्रसारण की दिशा तथा चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के लंबवत् होता है। अतएव,

$E_z = 60 \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t)$ V/m

उदाहरण 9.3 18 W/cm² ऊर्जा अभिवाह (फ्लक्स) का प्रकाश अपरावर्तक पृष्ठ के ऊपर लंबवत् आपतित होता है। यदि पृष्ठ का क्षेत्रफल 20 cm² हो, तो 30 मिनट समयावधि में पृष्ठ पर डाले गए औसत बल की गणना कीजिए।

हल

30 मिनट में पृष्ठ पर आपतित कुल ऊर्जा निम्नवत् होगी :

$$U = (18 \text{ W/cm}^2)(30 \times 60)(20 \text{ cm}^2)$$
$$= 6.48 \times 10^5 \text{ J}$$

इसलिए प्रदत्त कुल संवेग

$$p = \frac{U}{c} = \frac{6.48 \times 10^5 \text{ J}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$
$$= 2.16 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

पृष्ठ पर डाला गया कुल बल

$$F = \frac{p}{t} = \frac{2.16 \times 10^{-3}}{0.18 \times 10^4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{N.}$$ होगा।

यदि पृष्ठ पूर्ण परावर्तक हो तो आपके परिणाम में क्या संशोधन होगा? इस उदाहरण में संवेग में परिवर्तन उपरोक्त मान का दो गुना होगा। अतएव बल भी दो गुना होगा (2.4×10^{-6}N)।

उदाहरण 9.4 एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग के लिए (a) ऊर्जा घनत्व, तथा (b) विकिरण की तीव्रता के व्यंजक प्राप्त कीजिए।

हल

(a) स्थिरविद्युत् एवं चुंबकत्व संबंधी पूर्व अध्यायों में हमने स्थिरवैद्युत एवं चुंबकीय ऊर्जा घनत्व का विवेचन किया है। हमने इस बात पर भी ध्यान दिया है कि ऊर्जा को उस दिक्स्थान में संचित किया जा सकता है जिसमें विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्र विद्यमान होते हैं। रिक्त दिक्स्थान के ऊर्जा घनत्व u में विद्युतीय एवं चुंबकीय दोनों योगदान होते हैं।

$$u = u_E + u_M = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

यहाँ E तथा B स्थिरवैद्युत व चुंबकीय क्षेत्र हैं अर्थात् E तथा B नियत (स्थिर) हैं तथा समय पर निर्भर नहीं करते हैं। एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग के लिए E व B, दिक्काल के ज्यावक्रवत् परिवर्तनशील फलन हैं। यदि E तथा B को उनके rms मानों से स्थानापन्न कर दें तो भी उपरोक्त व्यंजक मान्य होगा।

विद्युत्-चुंबकीय विकिरण की किसी समतल तरंग के लिए B तथा E निम्न प्रकार संबंधित होते हैं :

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c}$$

इसलिए,

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{rms}^2 + \frac{1}{2\mu_0}\frac{E_{rms}^2}{c^2}$$
$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{rms}^2 + \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{2\mu_0}E_{rms}^2$$

क्योंकि $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$

अथवा $$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{rms}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{rms}^2 = \varepsilon_0 E_{rms}^2 \quad (9.7)$$

(b) विकिरण की तीव्रता को एकांक समय में एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली ऊर्जा की मात्रा के रूप में परिभाषित करते हैं :

$$I = \frac{\text{ऊर्जा / समय}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{\text{शक्ति}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

u ऊर्जा का घनत्व अर्थात् दिक्स्थान के एकांक आयतन में ऊर्जा है। एक सेकंड में em तरंगें c दूरी चलती हैं। एकांक समय में एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली ऊर्जा = uc है। इसलिए,

$$I = u\,c = \varepsilon_0 c\; E_{rms}^2 \quad (9.8)$$

उदाहरण 9.5 3 m दूरी पर स्थित 100 W बल्ब से आ रहे विकिरण द्वारा उत्पन्न विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्रों की गणना कीजिए। कल्पना कीजिए कि बल्ब की दक्षता 2.5% है तथा यह एक बिंदु स्रोत है।

हल बिंदु स्रोत के रूप में एक बल्ब सभी दिशाओं में समान रूप से प्रकाश को विकरित करता है। 3 m की दूरी पर प्रतिवेशी गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$A = 4pr^2 = 4p(3)^2 = 113\,m^2$$ होगा।

इस दूरी पर तीव्रता

$$I = \frac{\text{शक्ति}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{100\,W \cdot 2.5\%}{113\,m^2}$$

$= 0.022\ W/m^2$ होगी।

इस तीव्रता का आधा भाग विद्युत्-क्षेत्र के द्वारा तथा आधा भाग चुंबकीय क्षेत्र द्वारा दिया जाता है।

$$\frac{1}{2}I = \frac{1}{2}\ (\varepsilon_0 E^2_{rms} c) = \frac{1}{2}(0.022\,W/m^2)$$

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{0.022}{(8.85 \cdot 10^{-12})(3 \cdot 10^{8})}}\ V/m$$

$= 2.9\,V/m$

ऊपर निकाला गया E का मान विद्युत्-क्षेत्र के वर्ग माध्य मूल (rms) के बराबर होता है। क्योंकि, प्रकाश किरण पुंज का विद्युत्-क्षेत्र ज्यावक्रीय है, विद्युत्-क्षेत्र के शीर्ष का मान E_0 निम्नलिखित होगा :

$$E_0 = \sqrt{2}E_{rms} = \sqrt{2} \cdot 2.9\,V/m$$

$= 4.07\,V/m$

इस प्रकार आप देखते हैं कि आपके अध्ययन के उपयोग में आने वाले प्रकाश के विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता काफी अधिक होती है। TV या FM तरंगों के विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता से, जो कुछ माइक्रोवोल्ट प्रति मीटर होती है, इसकी तुलना कीजिए।

अब हम चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता की गणना करेंगे।

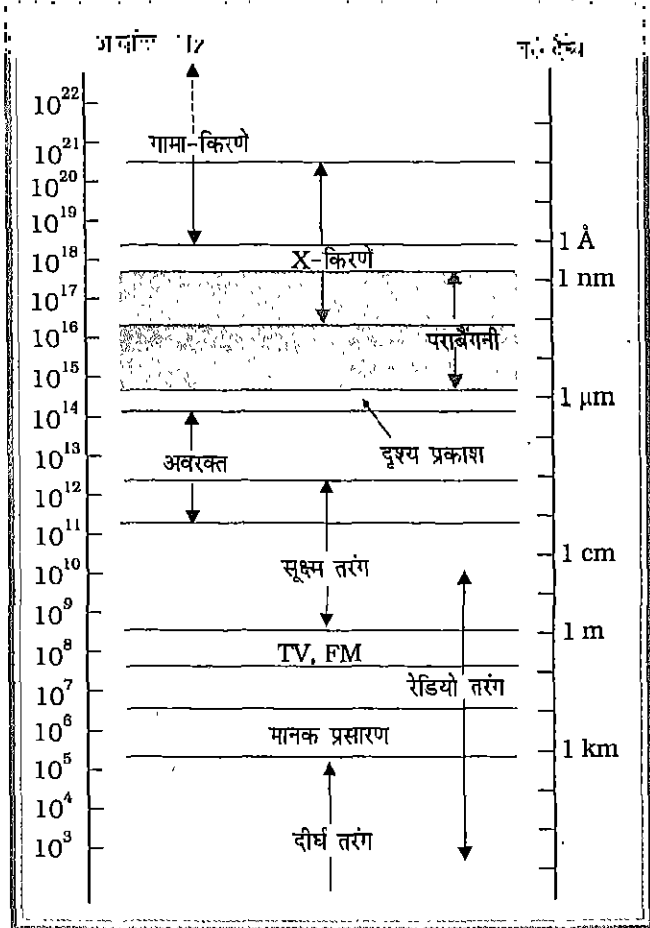
$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{2.9\ V\,m^{-1}}{3 \cdot 10^8\,m\,s^{-1}}$$

$= 9.6 \times 10^{-9}\,T$

पुनः, चूंकि प्रकाश किरण पुंज में क्षेत्र ज्यावक्रीय है, चुंबकीय क्षेत्र का शीर्ष, $\sqrt{2}B = 1.4 \times 10^{-8}\ T$ होगा। इस बात पर ध्यान दीजिए, कि चुंबकीय क्षेत्र की शक्ति यद्यपि विद्युत्- क्षेत्र की शक्ति के बराबर होती है तथापि चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता बहुत कम है।

9.3 विद्युत्-चुंबकीय स्पेक्ट्रम

जिस समय मैक्सवेल ने विद्युत्-चुंबकीय तरंगों के अस्तित्व की भविष्यवाणी की थी उस समय केवल दृश्य प्रकाश तरंगें ही सुपरिचित em तरंगें थीं। पराबैंगनी तथा अवरक्त तरंगों का अस्तित्व मुश्किल से स्थापित हो पाया था। उन्नीसवीं शताब्दी के अंत तक X-किरणें तथा गामा किरणें भी खोज ली गयी थीं। अब हम जानते हैं कि em तरंगों में दृश्य प्रकाश तरंगें, X-किरणें, *गामा किरणें*, रेडियो तरंगें, सूक्ष्म तरंगें, पराबैंगनी तथा अवरक्त तरंगें शामिल हैं। आवृत्ति के अनुसार em तरंगों का वर्गीकरण विद्युत्-चुंबकीय स्पेक्ट्रम (वर्णक्रम) है (चित्र 9.7)। एक प्रकार की तरंग का अगली से कोई स्पष्ट पृथक्करण नहीं है। वर्गीकरण मोटे रूप से इस बात पर निर्भर करता है कि तरंगें कैसे उत्पन्न तथा संसूचित की जाती हैं।

घटते हुए तरंगदैर्ध्य क्रम में विभिन्न प्रकार की em तरंगों का विवरण हम नीचे संक्षेप में दे रहे हैं।

चित्र 9.7 *विद्युत्-चुंबकीय स्पेक्ट्रम। ध्यान दीजिए कि कैसे एक प्रकार की तरंग आगामी तरंग के ऊपर अध्यारोपित होती है। em स्पेक्ट्रम के विभिन्न खंडों के मध्य कोई स्पष्ट विभाजन नहीं है।*

रेडियो तरंगें

सुचालक तारों में त्वरित आवेशों की गति द्वारा रेडियो तरंगें उत्पन्न होती हैं। इनका उपयोग रेडियो तथा टी.वी. संप्रेषण निकायों में होता है। इनका आवृत्ति परास सामान्यतया 500 kHz से लगभग 1000 MHz के बीच होता है। AM (आयाम-अधिमिश्रित) बैंड 530 kHz से 1710 kHz के बीच होता है। 54 MHz तक की उच्च आवृत्तियाँ "लघु तरंग" बैंडों के उपयोग में आती हैं। दूरदर्शन तरंगें 54 MHz से 890 MHz के बीच पायी जाती हैं। FM (आवृत्ति अधिमिश्रित) बैंड 88 MHz से 108 MHz तक फैला होता है। सेल्यूलर फोन में अति उच्च आवृत्ति (UHF) बैंड में ध्वनि संदेश भेजने के लिए रेडियो तरंगों का उपयोग होता है। यह तरंगें किस प्रकार से संप्रेषित एवं ग्रहण की जाती हैं, इसका विवरण अध्याय 16 में दिया गया है।

सूक्ष्म तरंगें

सूक्ष्म तरंगें (लघु तरंगदैर्घ्य की रेडियो तरंगें), जिनकी आवृत्ति गीगाहर्ट्ज़ (GHz) परिसर में होती है, विशेष निर्वात् ट्यूबों (जिन्हें क्लायस्ट्रोंस, मैग्नेट्रोंस तथा गन-डायोड्स कहा जाता है) द्वारा उत्पन्न की जाती हैं। कम तरंगदैर्घ्य के कारण ये एयरक्राफ्ट संचालन में उपयोगी रेडार निकाय के लिए उपयुक्त हैं। तेज गेंदों, अति तीव्र टेनिस गेंदों, तीव्र गति स्वचालित वाहनों आदि की चाल निकालने में उपयोगी चाल के मूल में भी रेडार का सिद्धांत कार्य करता है। सूक्ष्म तरंग भट्टी (Microwave Oven) इन तरंगों का एक दिलचस्प घरेलू उपयोग है।

अवरक्त तरंगें

अवरक्त तरंगें, उष्ण पिंडों व अणुओं द्वारा उत्पन्न होती हैं। यह बैंड दृश्य वर्णक्रम के निम्न आवृत्ति अथवा उच्च तरंगदैर्घ्य के किनारे के सन्निकट पड़ता है। अवरक्त तरंगों को कभी-कभी *ऊष्णता तरंग* भी कहा जाता है। इसका कारण यह है कि अधिकांश पदार्थों में उपस्थित जल के अणु शीघ्रता से अवरक्त तरंगों को अवशोषित कर लेते हैं (बहुत से अन्य अणु, उदाहरण के तौर पर CO_2, NH_3 भी अवरक्त तरंगों का अवशोषण करते हैं) अवशोषण के उपरांत इनकी ऊष्मीय गति बढ़ जाती है अर्थात् वे गरम हो जाते हैं तथा अपने परिवेश को गरम कर देते हैं। अवरक्त लैंपों का शारीरिक रोगोपचार में उपयोग होता है। अवरक्त विकिरण, पृथ्वी को गरम रखने अथवा ग्रीनहाउस प्रभाव के माध्यम से औसत भू-मंडलीय ताप बनाए रखने में भी महत्त्वपूर्ण भूमिका अदा करता है। प्रवेशी दृश्य प्रकाश (जो अपेक्षाकृत सुगमता से वायुमंडल से गुजर जाता है) पृथ्वीय पृष्ठ द्वारा अवशोषित होता है तथा अवरक्त विकिरण (दीर्घ तरंगदैर्घ्य) के रूप में पुन: विकिरत होता है। ग्रीन हाउस गैसों जैसे कि कार्बन डाइऑक्साइड तथा जल वाष्प द्वारा यह विकिरण वायुमंडल में रोक लिया जाता है।

दृश्य प्रकाश

विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का यह सबसे अधिक परिचित स्वरूप है। वर्णक्रम का यह वह भाग है जिसका मानव नेत्र से पता चल जाता है। यह 4×10^{14} Hz से लेकर लगभग 7×10^{14} Hz तक अथवा तरंगदैर्घ्य के अनुसार 700-400 nm तक विस्तारित रहता है। हमारे चारों ओर की वस्तुओं द्वारा उत्सर्जित अथवा परावर्तित प्रकाश विश्व के बारे में सूचना प्रदान करता है।

हमारी आँखें, तरंगदैर्घ्य के इस परिसर के प्रति संवेदनशील हैं। भिन्न-भिन्न प्रकार के जानवर, तरंगदैर्घ्य के अलग-अलग भागों के लिए संवेदनशील होते हैं। उदाहरणस्वरूप, साँपों को अवरक्त तरंगों का पता चल जाता है तथा अनेक कीटों का दृश्य-परिसर पराबैंगनी भाग के काफी अंदर तक विस्तारित होता है।

पराबैंगनी प्रकाश

यह भाग लगभग 4×10^{-7} m (400 nm) से लेकर नीचे 6×10^{-10}m (0.6 nm) तक फैला होता है। पराबैंगनी (UV) विकिरण विशिष्ट लैंपों तथा अति ऊष्म वस्तुओं द्वारा उत्पन्न होता है। सूर्य पराबैंगनी प्रकाश का एक महत्त्वपूर्ण स्रोत है। किंतु सौभाग्यवश इसका अधिकांश भाग लगभग 40-50 km की ऊंचाई पर स्थित वायुमंडल की ओज़ोन परत द्वारा अवशोषित हो जाता है। अधिक मात्रा में UV प्रकाश मानव के लिए हानिप्रद है। चूंकि ओज़ोन परत एक संरक्षक की भूमिका अदा करती है इसलिए क्लोरो-फ्लोरो-कार्बन (CFCs) गैस (जैसे फ्रीऑन) द्वारा इसका ह्रास अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर चिंता का विषय है।

X-किरणें

विद्युत्-चुंबकीय वर्ण-क्रम के UV भाग के आगे X-किरणों का भाग पड़ता है। चिकित्सीय उपयोगिता के कारण हम

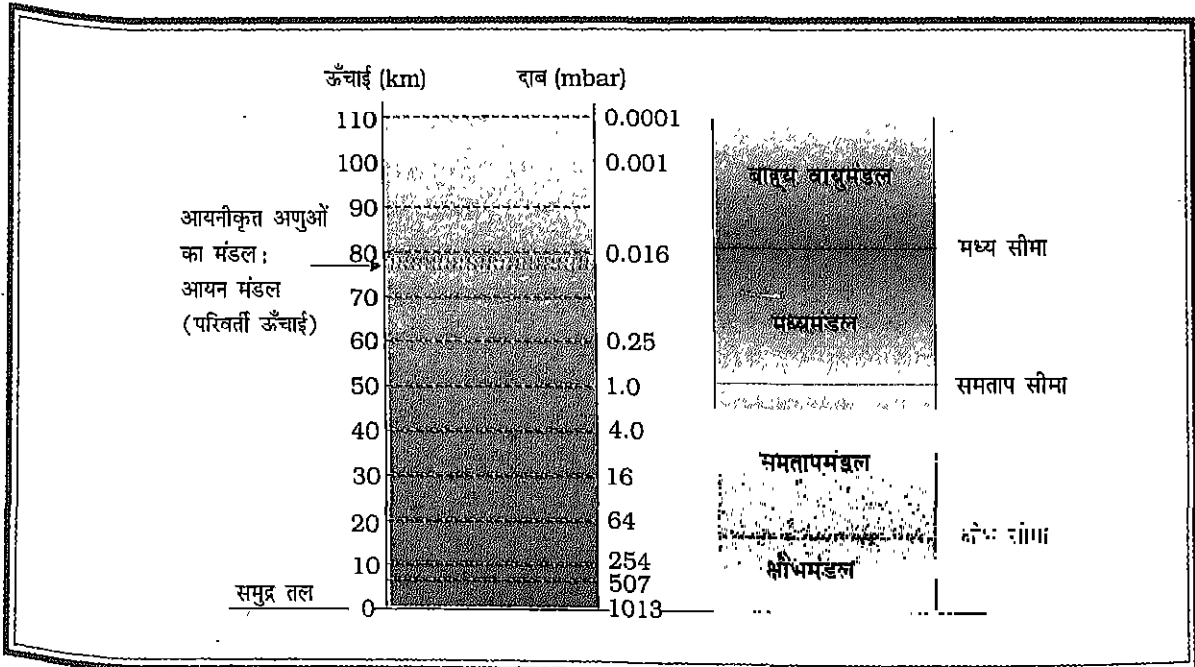
X-किरणों से परिचित हैं। यह भाग तरंगदैर्घ्य 10^{-8} m (10 nm) से लेकर नीचे 10^{-13} m (10^{-4} nm) तक फैला हुआ है। X-किरणों के उत्पादन की एक सामान्य विधि है, एक धात्वीय लक्ष्य पर उच्च ऊर्जा के इलेक्ट्रॉनों की बौछार करना। चिकित्सा में X-किरणों को नैदानिक साधन के रूप में तथा कुछ प्रकार के कैंसर के उपचार के लिए उपयोग में लाते हैं। चूंकि X-किरणें सजीव ऊतकों तथा जीवों को हानि पहुंचाती हैं या नष्ट कर देती हैं, इसलिए इनसे अनावश्यक अथवा अधिक उद्भासन (exposure) से बचने की सावधानी बरतनी चाहिए। X-किरणों का विवरण अध्याय 13 में दिया गया है।

गामा-किरणें

ये विद्युत्-चुंबकीय वर्णक्रम के ऊपरी आवृत्ति के क्षेत्र में अवस्थित हैं तथा इनकी तरंगदैर्घ्य लगभग 10^{-10}m से लेकर 10^{-14}m से कम वाले भाग में पड़ती है। उच्च आवृत्ति का यह विकिरण नाभिकीय अभिक्रियाओं में उत्पन्न होता है तथा रेडियोधर्मी नाभिकों द्वारा भी उत्पन्न होता है। इसके विषय में आप अध्याय 14 में पढ़ेंगे।

9.4 विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का वायुमंडल में संचरण

इसके पूर्व कि हम वायुमंडल में em तरंगों के संचरण के विषय में पढ़ें, हमारे लिए वायुमंडल तथा उसकी विभिन्न परतों के विषय में कुछ जानकारी रखना आवश्यक है। वायुमंडल हमारी पृथ्वी को घेरे हुए गैसों का एक आवरण है। गुरुत्वीय आकर्षण के कारण यह पृथ्वी के पास रुका हुआ है। जैसे-जैसे हम ऊपर जाते हैं, वायु धीरे-धीरे विरल होती जाती है तथा दबाव घटता जाता है। चित्र 9.8 में दिखलाए गए अनुसार वायुमंडल को विभिन्न परतों में विभाजित किया जा सकता है। इन परतों के अलग-अलग नाम हैं तथा इनके ऊपरी भाग सीमा/परतों (Pauses) द्वारा निरूपित किए गए हैं।

क्षोभमंडल में पृथ्वी के समीप की सतह समाहित होती है तथा यह लगभग 12 km तक विस्तारित है। हमारे पर्यावरण को प्रभावित करने वाली सभी महत्त्वपूर्ण मौसमी घटनाओं के लिए यह परत उत्तरदायी है। इसके समीपस्थ ऊपर की परत *समतापमंडल* है जो 10-16 km से 50 km तक विस्तारित रहती है। *मध्यमंडल* लगभग 50 km से लगभग 80 km तक फैला होता है। तापमंडल (बाह्य वायुमंडल) 80 km से वायुमंडल के छोर तक विस्तारित है। यह सौर विकिरण से सीधे ऊर्जा ग्रहण करता है। ओज़ोन परत समतापमंडल के निचले भाग में होती है तथा 15 km से लेकर 30 km तक विस्तारित होती है। यह ओज़ोन, सौर पराबैंगनी विकिरण द्वारा, ऊपरी वायुमंडल में विद्यमान आण्विक ऑक्सीजन के वियोजन का परिणाम है। ऊपरी वायुमंडल की उस परत के सिवाय, जिसे *आयनमंडल*

चित्र 9.8 पृथ्वी का वायुमंडल

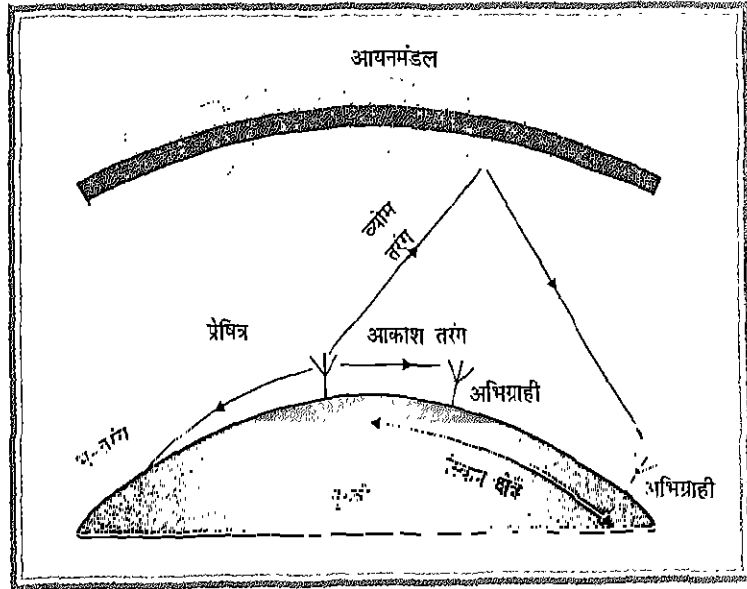
कहते हैं और जो आंशिक रूप से इलेक्ट्रानों एवं धनात्मक आयनों से निर्मित है, शेष वायुमंडल अधिकांशतः उदासीन अणुओं से बना होता है।

वायुमंडल दृश्य विकिरण के लिए पारदर्शी होता है तथा इससे होकर हम सूर्य तथा सितारों को स्पष्ट रूप से देख सकते हैं। तथापि अधिकांश अवरक्त विकिरण इससे होकर नहीं गुजर पाते क्योंकि वायुमंडल द्वारा वह अवशोषित हो जाते हैं। वायुमंडल में नीचे के बादल भी अवरक्त विकिरण को पार जाने से रोकते हैं। ओज़ोन परत सूर्य की पराबैंगनी विकिरण का रास्ता अवरुद्ध करती है।

वायुमंडल से होकर संचरित होने वाली 10^{-3}m तथा इससे अधिक तरंगदैर्घ्य (जिन्हें रेडियो तरंग कहते हैं) वाली em तरंगों के व्यवहार का सभी प्रकार के आधुनिक संप्रेषणों: रेडियो, दूरदर्शन, सूक्ष्म तरंगों आदि, में महत्त्वपूर्ण विचार होता है। कम आवृत्तियों पर पृथ्वी के समीपस्थ ऐंटीना के द्वारा विकिरित रेडियो तरंग पृथ्वीय पृष्ठ का अनुसरण करते हुए सीधे संचरण करती है। इसे *भू-तरंग संचरण* कहते हैं। इस प्रकार, दिन के समय मध्यतरंग MW बैण्ड स्टेशन से प्रसारण लगभग 200 km तक जा सकता है। 2 MHz के ऊपर इस प्रकार की तरंगें तेजी से कमजोर पड़ जाती हैं।

2 MHz तथा लगभग 20 MHz के बीच की आवृत्तियों की रेडियो तरंगें आयनमंडल से परावर्तन हो जाती हैं। इसलिए इस आवृत्ति परास की रेडियो तरंगें किसी निश्चित बिंदु से विकिरत होकर आयनमंडल द्वारा परावर्तन के उपरांत धरातल के किसी अन्य बिंदु पर ग्रहण की जा सकती हैं। इसे *व्योमतरंग या आयनमंडलीय संचरण* कहते हैं। इस प्रकार, रेडियो तरंगें बहुत दूर, तक और यहाँ तक कि पृथ्वी के चारों ओर भी जा सकती हैं।

30 MHz से अधिक आवृत्ति की तरंगों के संचरण में आयनमंडल सहायक नहीं होता है। दूरदर्शन के संकेतों की आवृत्ति 100 - 200 MHz के बीच होती है तथा ये आयनमंडल को पार कर जाती हैं (परावर्तन नहीं होता), इसलिए व्योमतरंग के माध्यम से इनका संचरण संभव नहीं है। ऐसी तरंगों का अभिग्रहण तभी संभव है यदि अभिग्राहित्र ऐंटीना संकेत को सीधे अवरोधित करता है। इसलिए अधिक दूर तक प्रसारण के लिए दूरदर्शन प्रसारण ऊंचे ऐंटीना द्वारा किया जाता है। यह *आकाश तरंग संचरण* है। दूरदर्शन संकेतों से अधिक आवृत्ति वाली रेडियो तरंगों को सूक्ष्म तरंगें कहते हैं। आधुनिक समय में सूक्ष्म तरंगों ने दूरसंचार के क्षेत्र में क्रांति पैदा कर दी है। (इस परिसर में) प्रसारण स्टेशनों से संकेतों को भू-स्थिर उपग्रहों की ओर विकीर्णित किया जाता है जो बदले में इन्हें पृथ्वी की ओर वापस प्रसारित कर देते हैं। इस प्रकार संकेतों को पृथ्वी के धरातल के एक बड़े भाग पर संचरित किया जा सकता है।

आप रेडियो तथा TV संचार के बारे में अध्याय 16 में और अधिक पढ़ेंगे।

चित्र 9.9 em तरंगों के संचरण की तीन प्रमुख विधियाँ

सारांश

1. मैक्सवेल ने सिद्ध किया कि चुंबकीय क्षेत्र केवल विद्युत् धारा से ही नहीं वरन् समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत्-क्षेत्र द्वारा भी उत्पन्न होता है। मैक्सवेल समीकरणें विद्युत्-चुंबकत्व के सभी मौलिक नियमों का निरूपण करती हैं।

2. एक त्वरित आवेश विद्युत्-चुंबकीय तरंगों को उत्पन्न करता है। आवर्तीय तरीके से, ν आवृत्ति से दोलन करता एक विद्युत्-आवेश उसी आवृत्ति ν की विद्युत्-चुंबकीय तरंगों को उत्पन्न करता है। एक वैद्युत् द्विध्रुव विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का मौलिक स्रोत है।

3. कुछ मीटर कोटि तरंगदैर्घ्य वाली विद्युत्-चुंबकीय तरंगें प्रयोगशाला में सबसे पहले 1887 में हर्ट्ज़ द्वारा उत्पन्न व संसूचित की गईं। इस प्रकार उन्होंने मैक्सवेल की मौलिक भविष्यवाणी की पुष्टि की।

4. किसी विद्युत्-चुंबकीय तरंग में विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र, दिक्काल में ज्यावक्रीय ढंग से दोलन करते हैं। ये एक-दूसरे को उत्पन्न करते हैं तथा कायम रखते हैं। दोलनशील विद्युत् व चुंबकीय क्षेत्र **E** तथा **B** परस्पर तथा विद्युत्-चुंबकीय तरंग के संचरण की दिशा के लंबवत् होते हैं। x-अक्ष के अनुदिश संचरित आवृत्ति ν तथा तरंगदैर्घ्य λ की किसी तरंग के लिए हमें निम्नलिखित सूत्र उपलब्ध हैं :

$$E = E_y(t) = E_0 \sin (kx - \omega t)$$
$$= E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)\right] = E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$
$$B = B_z(t) = B_0 \sin (kx - \omega t)$$
$$= B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)\right] = B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

ये परस्पर निम्नलिखित सूत्र द्वारा संबंधित हैं :

$$E_o/B_o = c$$

5. निर्वात में विद्युत्-चुंबकीय तरंग की चाल c, μ_0 तथा ε_0 (चुंबकशीलता तथा विद्युत्शीलता) से इस प्रकार संबंधित हैं : $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ । c का मान प्रकाशीय मापों द्वारा प्राप्त प्रकाश की चाल के बराबर होता है।

   प्रकाश एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग है, इसलिए c प्रकाश की भी चाल है। प्रकाश के अतिरिक्त सभी विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की मुक्त आकाश में वही चाल c है।

   प्रकाश या विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की किसी भौतिक-माध्यम में चाल $v = 1/\sqrt{\mu \varepsilon}$ होती है। यहाँ μ माध्यम की चुंबकशीलता तथा ε विद्युत्शीलता है।

6. विद्युत्-चुंबकीय तरंगें जब दिक्स्थान (आकाश) में संचरित होती हैं तो अपने साथ ऊर्जा वहन करती हैं तथा यह ऊर्जा विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्र में समान रूप से विभाजित होती है।

   विद्युत्-चुंबकीय तरंगें संवेग का भी वहन करती हैं। जब ये तरंगें किसी पृष्ठ पर पड़ती हैं तो वे पृष्ठ पर दाब डालती हैं। यदि t समय में पृष्ठ को स्थानांतरित संपूर्ण ऊर्जा U हो तो पृष्ठ को दिया गया कुल संवेग $p = U/c$ होगा।

7. विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का वर्णक्रम, सिद्धांततः, तरंगों के अनंत परिसर में विस्तृत होता है। 10^{-2} Å या 10^{-12} m से 10^{6} m तक तरंगदैर्घ्य के बढ़ते हुए क्रम में समायोजित करने पर विभिन्न भाग

अलग-अलग नाम से इस प्रकार जाने जाते हैं, γ-किरणें, X-किरणें, पराबैंगनी किरणें, दृश्य प्रकाश, अवरक्त प्रकाश, सूक्ष्म तरंगें तथा रेडियो तरंगें।

ये द्रव्य से विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्रों के द्वारा पारस्परिक क्रिया करती हैं जिससे सभी द्रव्यों में विद्यमान आवेश दोलन प्रारंभ कर देते हैं। विस्तृत पारस्परिक क्रिया तथा इस प्रकार अवशोषण, प्रकीर्णन आदि की क्रिया विधि em तरंग की तरंगदैर्घ्य तथा माध्यम के परमाणु एवं अणुओं की प्रकृति पर निर्भर करती है।

8. विशिष्ट महत्त्व का माध्यम वायुमंडल है। यह दृश्य प्रकाश के लिए पारदर्शी है। ओज़ोन परत, हानिप्रद पराबैंगनी प्रकाश को अवशोषित कर लेती है। सूर्य एवं पृथ्वी से पुनः उत्सर्जित अवरक्त तरंगें वायुमंडलीय गैसों जैसे कार्बन डाइऑक्साइड, तथा बादलों द्वारा अंशतः अवशोषित हो जाती हैं।

   पृथ्वी के धरातल के समीप ऊर्जा का संतुलन मानव क्रियाकलापों से प्रभावित होता है तथा यह कुछ परिवर्तनों जैसे सार्वभौमिक तापन या ओज़ोन ह्रास (अवक्षय) का कारण बनता है।

   रेडियो तरंगों का संचरण तरंगों की तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करता है। मध्य आवृत्ति (MF) तरंगें (300 kHz-3 MHz) अधिकांशतः अवशोषित हो जाती हैं, उच्च आवृत्ति (HF) तरंगें (3 – 30 MHz) आयनमंडल द्वारा वापस परावर्तित हो जाती हैं। 30 MHz से 3 GHz के बीच की तरंगें एक स्थान से दूसरे स्थान को, या तो ऊंची संप्रेषक मीनारों (टॉवर्स) के उपयोग से सीधी दृश्य रेखा द्वारा अथवा कृत्रिम उपग्रह को किरण पुंज भेज कर वहाँ से पुनः प्रसारण द्वारा, संप्रेषित की जाती हैं।

विचारणीय विषय

1. विभिन्न प्रकार की विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का मौलिक अंतर उनकी तरंगदैर्घ्यों अथवा आवृत्तियों में निहित है क्योंकि ये सभी निर्वात में एक ही चाल से गुजरती हैं। परिणामस्वरूप, तरंगें पदार्थ से अपनी पारस्परिक क्रिया करने की विधि में बहुत भिन्न हैं।
2. त्वरित आवेशित कण विद्युत्-चुंबकीय ऊर्जा विकिरित करते हैं। विद्युत्-चुंबकीय तरंग की तरंगदैर्घ्य प्रायः तरंग विकीर्णक निकाय के आकार पर निर्भर करती है। इस प्रकार से γ-किरण जिसकी तरंगदैर्घ्य 10^{-14} m से 10^{-15} m के मध्य है, विशिष्ट रूप से परमाणु-नाभिक से उत्पन्न होती है। X-किरणें भारी परमाणुओं से उत्सर्जित होती हैं। किसी परिपथ में त्वरित इलेक्ट्रॉनों से रेडियो तरंगें उत्पन्न होती हैं। एक संप्रेषक ऐंटीना अति दक्षतापूर्वक उन तरंगों को विकिरित कर सकता है जिनकी तरंगदैर्घ्य उसी परिमाण की हैं जिस परिमाण का ऐंटीना है तथापि परमाणुओं द्वारा उत्सर्जित दृश्य विकिरण की तरंगदैर्घ्य परमाणु के आकार से काफी अधिक होती है।
3. विद्युत्-चुंबकीय तरंग का दोलनशील क्षेत्र आवेशों को त्वरित कर सकता है तथा यह दोलनशील धारा उत्पन्न कर सकता है। इसलिए विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का पता लगाने के लिए जो उपकरण निर्मित होता है वह इसी तथ्य पर आधारित है। हर्ट्ज़ के मौलिक अभिग्राही ने ठीक इसी प्रकार काम किया। सभी आधुनिक व्यावहारिक युक्तियों में इसी मूल सिद्धांत का उपयोग होता है। उच्च आवृत्ति की विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का पता दूसरी विधि से लगाते हैं जो उन भौतिक प्रभावों पर आधारित हैं जिन्हें वे द्रव्य के साथ परस्पर क्रिया द्वारा उत्पन्न करते हैं।
4. अवरक्त तरंगें, जिनकी आवृत्ति दृश्य प्रकाश से कम होती है, न केवल इलेक्ट्रॉनों को कंपित करती हैं वरन् पदार्थ के सभी परमाणुओं अथवा अणुओं को भी कंपित करती हैं। यह कंपन आंतरिक ऊर्जा

को बढ़ाता है तथा परिणामस्वरूप ताप को भी। यही कारण है कि अवरक्त तरंगों को प्रायः *ऊष्णता तरंगें* कहते हैं।

5. हमारी आँख की संवेदनशीलता का केंद्र सूर्य के तरंगदैर्ध्य वितरण के केंद्र पर पड़ता है। ऐसा इसलिए हुआ है क्योंकि मानव इस प्रकार विकसित हुआ है कि उसकी दृष्टि उन तरंगदैर्ध्यों के प्रति सबसे अधिक संवेदनशील है जो सूर्य के विकिरणों में सर्वाधिक प्रबल हैं।

6. विद्युत्-चुंबकीय तरंगों का बड़ा तकनीकी उपयोग ऊर्जा के एक स्थान से दूसरे स्थान को स्थानांतरण की क्षमता से प्रकट होता है। रेडियो तथा TV संकेत प्रसारण स्टेशन से ऊर्जा का वहन करते हैं। प्रकाश सूर्य से पृथ्वी तक ऊर्जा का वहन करता है जिससे पृथ्वी पर जीवन संभव हो सका है।

अभ्यास

9.1 10^{-10} m तरंगदैर्ध्य की X-किरणों, 6800 Å तरंगदैर्ध्य के प्रकाश, तथा 500 m की रेडियो तरंगों के लिए किस भौतिक राशि का मान समान है?

9.2 एक समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग, निर्वात में z-अक्ष के अनुदिश चल रही है। इसके विद्युत् तथा चुंबकीय क्षेत्रों के सदिश की दिशा के बारे में आप क्या कहेंगे? यदि तरंग की आवृत्ति 30 MHz हो तो उसकी तरंगदैर्ध्य कितनी होगी?

9.3 एक रेडियो 7.5 MHz से 12 MHz बैंड के किसी स्टेशन से समस्वरित हो सकता है। तदनुसार तरंगदैर्ध्य बैंड क्या होगा?

9.4 एक आवेशित कण अपनी माध्य साम्यावस्था के दोनों ओर 10^9 Hz आवृत्ति से दोलन करता है। दोलक द्वारा जनित विद्युत्-चुंबकीय तरंगों की आवृत्ति कितनी है?

9.5 निर्वात में एक आवर्त विद्युत्-चुंबकीय तरंग के चुंबकीय क्षेत्र वाले भाग का आयाम B_0 = 510 nT है। तरंग के विद्युत्-क्षेत्र वाले भाग का आयाम क्या है?

9.6 कल्पना कीजिए कि एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग के विद्युत्-क्षेत्र का आयाम E_0 = 120 N/C है तथा इसकी आवृत्ति ν = 50.0 MHz है। (a) B_0, ω, k तथा λ ज्ञात कीजिए, (b) **E** तथा **B** के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

9.7 विद्युत्-चुंबकीय वर्णक्रम के विभिन्न भागों की पारिभाषिकी पाठ्य में दी गयी है। सूत्र $E = h\nu$ (विकिरण के एक क्वांटम की ऊर्जा के लिए : फोटॉन) का उपयोग कीजिए तथा em वर्णक्रम के विभिन्न भागों के लिए eV के मात्रक में फोटॉन की ऊर्जा निकालिए। फोटॉन ऊर्जा के जो विभिन्न परिमाण आप पाते हैं वे किस प्रकार विद्युत्-चुंबकीय विकिरण के स्रोतों से संबंधित हैं?

9.8 एक समतल em तरंग में विद्युत्-क्षेत्र, 2.0×10^{10} Hz आवृत्ति तथा 48 V m^{-1} आयाम से ज्यावक्रीय ढंग से दोलन करता है।

(a) तरंग की तरंगदैर्ध्य कितनी है?

(b) दोलनशील चुंबकीय क्षेत्र का आयाम क्या है?

(c) यह दर्शाइए कि **E** क्षेत्र का औसत-ऊर्जा घनत्व, **B** क्षेत्र के औसत-ऊर्जा घनत्व के बराबर है [$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}]।

अतिरिक्त अभ्यास

9.9 कल्पना कीजिए कि निर्वात में एक विद्युत्-चुंबकीय तरंग का विद्युत्-क्षेत्र $\mathbf{E} = \{(3.1\ N/C)\ \cos[(1.8\ rad/m)\ y + (5.4 \times 10^6\ rad/s)t]\}\ \hat{\mathbf{i}}$ है।

(a) संचरण की दिशा क्या है? (b) तरंगदैर्घ्य λ कितनी है?

(c) आवृत्ति ν कितनी है? (d) तरंग के चुंबकीय क्षेत्र सदिश का आयाम कितना है?

(e) तरंग के चुंबकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक लिखिए।

9.10 100 W विद्युत् बल्ब की शक्ति का लगभग 5% दृश्य विकिरण में बदल जाता है। (a) बल्ब से 1 m की दूरी पर, (b) 10 m की दूरी पर दृश्य विकिरण की औसत तीव्रता कितनी है? [यह मानिए कि विकिरण समदैशिकत: उत्सर्जित होता है और परावर्तन की उपेक्षा कीजिए]

9.11 em वर्णक्रम के विभिन्न भागों के लिए लाक्षणिक ताप परिसरों को ज्ञात करने के लिए $\lambda_m T = 0.29$ cm K सूत्र का उपयोग कीजिए। जो संख्याएँ आपको मिलती हैं वह क्या बतलाती हैं?

9.12 चुंबकीय क्षेत्र-रेखाएँ न तो किसी बिंदु से निकलती हैं और न ही किसी बिंदु पर समाप्त होती हैं। फिर भी एक छड़ चुंबक के बाहर क्षेत्र रेखाएँ उत्तरी ध्रुव से निकलती तथा दक्षिणी ध्रुव पर समाप्त होती प्रतीत होती हैं। क्या दूसरा तथ्य पहले का विरोधी है? वर्णन कीजिए।

9.13 विद्युत्-चुंबकीय विकिरण से संबंधित नीचे कुछ प्रसिद्ध अंक, भौतिकी में किसी अन्य प्रसंग में, दिए गए हैं। em वर्णक्रम के उस भाग का उल्लेख कीजिए जिससे इनमें से प्रत्येक संबंधित है

(i) 21 cm (अंतरातारकीय आकाश में परमाण्वीय हाइड्रोजन द्वारा उत्सर्जित तरंगदैर्घ्य)

(ii) 1057 MHz (लैंब-विचलन नाम से प्रसिद्ध, हाइड्रोजन में पास जाने वाले दो समीपस्थ ऊर्जा स्तरों से उत्पन्न विकिरण की आवृत्ति)

(iii) 2.7 K [संपूर्ण अंतरिक्ष को भरने वाले समदैशिक विकिरण से संबंधित ताप–ऐसा विचार जो विश्व में बड़े धमाके (बिग बैंग) के उद्भव का अवशेष माना जाता है]।

(iv) 5890 Å - 5896 Å (सोडियम की द्विक रेखाएँ)

(v) 14.4 keV [^{57}Fe नाभिक के एक विशिष्ट संक्रमण की ऊर्जा जो प्रसिद्ध उच्च विभेदन की स्पेक्ट्रमी विधि से संबंधित है (मॉसबौर स्पेक्ट्रमिकी)]।

9.14 निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

(a) लंबी दूरी के रेडियो प्रेषित्र लघु-तरंग बैंड का उपयोग करते हैं। क्यों?

(b) लंबी दूरी के TV प्रेषण के लिए उपग्रहों का उपयोग आवश्यक है। क्यों?

(c) प्रकाशीय तथा रेडियो दूरदर्शी पृथ्वी पर निर्मित किए जाते हैं किंतु X-किरण खगोलविज्ञान का अध्ययन पृथ्वी का परिभ्रमण कर रहे उपग्रहों द्वारा ही संभव है। क्यों?

(d) समतापमंडल के ऊपरी छोर पर छोटी ओज़ोन की परत मानव जीवन के लिए निर्णायक है। क्यों?

(e) यदि पृथ्वी पर वायुमंडल नहीं होता तो उसके धरातल का औसत ताप वर्तमान ताप से अधिक होता या कम?

(f) कुछ वैज्ञानिकों ने भविष्यवाणी की है कि पृथ्वी पर सार्वभौमिक नाभिकीय युद्ध के बाद 'प्रचंड नाभिकीय शीतकाल' होगा जिसका पृथ्वी के जीवों पर विध्वंसकारी प्रभाव पड़ेगा। इस भविष्यवाणी का क्या आधार रहा होगा?

अभ्यास तथा अतिरिक्त अभ्यासों के उत्तर

अध्याय 1

1.1 9×10^9 N

1.2 6×10^{-3} N (प्रतिकर्षण)

1.3 (a) 12 cm
(b) 0.2 N (आकर्षण)

1.4 2.4×10^{39} ; यह एक प्रोटॉन तथा एक इलेक्ट्रॉन के बीच लगे विद्युत्-बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल का अनुपात है (समान दूरियों पर)।

1.6 आवेश न तो उत्पन्न होता है और न ही नष्ट होता है। यह केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित हो जाता है।

1.8 शून्य N

1.9 $1/r^2$ के रूप में परिवर्तित होता है।

1.11 (a) 5.4×10^6 NC^{-1}, OB के अनुदिश।
(b) 8.1×10^{-3} N, OA के अनुदिश।

1.13 कुल आवेश शून्य है। द्विध्रुव आघूर्ण = 7.5×10^{-8} C m, z-अक्ष के अनुदिश

1.14 10^{-4} N m

1.15 (a) 2×10^{12}, ऊन से पॉलीथीन में।
(b) हाँ, परंतु नगण्य मात्रा का (= 2×10^{-18} kg उदाहरण में)।

1.16 (a) 1.5×10^{-2} N
(b) 0.24 N

1.17 5.7×10^{-3} N

1.18 आवेश 1 तथा 2 ऋणात्मक और आवेश 3 धनात्मक है। कण 3 का आवेश-संहति अनुपात अधिकतम है।

1.19 25.98 N m^2/C

1.20 शून्य। घन में प्रवेश करने वाली रेखाओं की संख्या घन से निर्गत रेखाओं की संख्या के समान है।

1.21 (a) 0.07 μC
(b) नहीं, केवल वर्ग के भीतर नेट आवेश शून्य है।

1.22 2.2×10^5 N m^2 C^{-1}

1.23 1.9×10^5 N m^2/C

1.24 (a) -10^3 N m^2/C; चूंकि दोनों प्रकरणों में परिबद्ध आवेश समान रहता है;
(b) -8.8 nC

1.25 -6.67 nC

1.26 (a) 1.45×10^{-3} C
(b) 1.6×10^8 N m^2 C^{-1}

1.27 10 μC/m

1.28 (a) शून्य, (b) शून्य, (c) 1.9 N/C

1.29 (a) आवेश वितरण में थोड़ा परिवर्तन;
(b) प्रत्येक गोले पर आवेश का पुनर्विभाजन; धनावेश तथा ऋणावेश एक-दूसरे के आमने-सामने;
(c) प्रत्येक गोले पर आवेश का एकसमान वितरण हो जाएगा।

1.30 9.81×10^{-4} mm

1.31 केवल (c) सही है; अन्य स्थिर विद्युत् क्षेत्र रेखाएँ निरूपित नहीं कर सकते हैं। (a) इसलिए त्रुटिपूर्ण है क्योंकि क्षेत्र-रेखाएँ चालक के अभिलंबवत् होनी चाहिए, (b) इसलिए त्रुटिपूर्ण है क्योंकि क्षेत्र-रेखाएँ ऋणावेश से आरंभ नहीं हो सकती हैं, (d) इसलिए त्रुटिपूर्ण है क्योंकि क्षेत्र-रेखाएँ एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करतीं, (e) इसलिए त्रुटिपूर्ण है क्योंकि क्षेत्र-रेखाएँ बंद लूप नहीं बना सकती हैं।

1.32 निकाय पर लगा बल 10^{-2} N ऋणात्मक z-दिशा में है, अर्थात् यह बल घटते विद्युत्-क्षेत्र की दिशा में है। आप यह भी सत्यापित कर सकते हैं कि यह घटती स्थितिज ऊर्जा की दिशा में भी है। बल आघूर्ण शून्य है।

1.33 (a) संकेत: ऐसे गाउसीय पृष्ठ का चयन कीजिए जो पूर्णतः चालक पर ही हो तथा कोटर (गुहा) को परिबद्ध करे।
(b) (a) की भांति समान पृष्ठ पर गाउस नियम यह दर्शाता है कि आवेश q को चालक पर $-q$ आवेश प्रेरित करना चाहिए।
(c) उपकरण को पूर्णतः धात्विक पृष्ठ से परिबद्ध कीजिए।

1.34 संकेत: ऐसे चालक के बारे में विचार कीजिए जिसका छिद्र भरा हो। तब ठीक ऊपर क्षेत्र $(\sigma/\varepsilon_0)\hat{\mathbf{n}}$ है तथा भीतर यह शून्य है। इस क्षेत्र को इस प्रकार से देखिए जैसे कि यह भरे हुए छिद्र के कारण क्षेत्र तथा शेष आवेशित चालक के कारण क्षेत्र का अध्यारोपण है। चालक के भीतर ये दोनों क्षेत्र एक-दूसरे के बराबर तथा विपरीत हैं। चालक के बाहर ये दोनों क्षेत्र एक-दूसरे के परिमाण तथा दिशा दोनों में समान हैं। अतः चालक के शेष भाग के कारण क्षेत्र $\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{\mathbf{n}}$ है।

1.36 p;uud; तथा n;udd

1.37 (a) संकेत: इसे खंडन करके सिद्ध कीजिए। मान लीजिए संतुलन स्थायी है, तब परीक्षण आवेश को उसकी स्थिति किसी भी दिशा में थोड़ा विस्थापित करने पर, शून्य विक्षेप स्थिति की ओर प्रत्यानयन बल का अनुभव करना चाहिए। अर्थात्, शून्य विक्षेप स्थिति के निकट सभी क्षेत्र रेखाओं को शून्य विक्षेप स्थिति की दिशा में अंतर्मुखी निर्दिष्ट होना चाहिए। अर्थात् शून्य विक्षेप स्थिति के चारों ओर बंद पृष्ठ से होकर नेट विद्युत्-क्षेत्र फ्लक्स अंतर्मुखी गुजरना चाहिए। परंतु गाउस के नियम के अनुसार किसी विद्युत्-क्षेत्र का किसी ऐसे पृष्ठ से होकर गुजरने वाला फ्लक्स जिससे कोई आवेश परिबद्ध नहीं है, शून्य होता है। अतः संतुलन स्थायी नहीं हो सकता।

(b) दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा का मध्य बिंदु शून्य विक्षेप की स्थिति है। परीक्षण आवेश को शून्य विक्षेप स्थिति से रेखा के अनुदिश थोड़ा विस्थापित कीजिए। प्रत्यानयन बल उत्पन्न हो जाएगा। परंतु इसे, मान लीजिए, रेखा के अभिलंबवत् विस्थापित कीजिए। आप यह पाएंगे कि नेट बल इसे शून्य विक्षेप स्थिति से दूर ले जाएगा। याद रखिए, संतुलन के स्थायित्व को सदैव ही सभी दिशाओं में प्रत्यानयन बल की आवश्यकता होती है।

अध्याय 2

2.1 10 cm, 40 cm धनावेश से दूर ऋणावेश की ओर।

2.2 2.7×10^{6} V

2.3 (a) 4×10^{4} V

(b) 8×10^{-5} J; नहीं

2.4 (a) −0.7 J

(b) 0.7 J

2.5 (a) AB के अभिलंबवत् एवं इसके मध्य बिंदु से होकर जाने वाले तल के प्रत्येक बिंदु पर विभव शून्य है।

(b) तल के अभिलंब AB दिशा में

2.6 (a) शून्य

(b) 10^{5} NC^{-1}

(c) 4.4×10^{4} NC^{-1}

2.7 96 pF

2.8 (a) 3 pF

(b) 40 V

2.9 (a) 9 pF

(b) 2×10^{-10} C, 3×10^{-10} C, 4×10^{-10} C

2.10 18 pF, 1.8×10^{-9} C

2.11 (a) $V = 100$ V, $C = 108$ pF, $Q = 1.08 \times 10^{-8}$ C

(b) $Q = 1.8 \times 10^{-9}$ C, $C = 108$ pF, $V = 16.6$ V

2.12 1.5×10^{-8} J

2.13 6×10^{-6} J

2.14 1.2 J; बिंदु R उत्तर के अप्रासंगिक है।

2.15 विभव $= 4q/(\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 b)$; क्षेत्र शून्य है जैसा कि सममिति से अपेक्षित है।

2.16 (a) 2.4×10^{5} V; 4.0×10^{5} Vm^{-1} आवेश 2.5 μC से 1.5 μC तक

(b) 2.0×10^{5} V; 6.6×10^{5} Vm^{-1} आवेश 2.5 μC से 1.5 μC को मिलाने वाली रेखा से लगभग 69° के कोण की दिशा में।

2.17 (a) $-q/(4\pi r_1^2)$, $(Q+q)/(4\pi r_2^2)$

(b) कोटर (गुहा) को घेरने वाली आंतरिक (भीतरी) सतह C जिस पर कोई आवेश नहीं है, पर गाउस के नियम से नेट आवेश शून्य होना चाहिए। यादृच्छिक (स्वेच्छ) आकृति वाले कोटर के लिए यह पर्याप्त नहीं है कि यह दावा किया जाए कि उसके अंदर वैद्युत क्षेत्र शून्य होना चाहिए। कोटर पर ऋण एवं धन आवेश हो सकते हैं जिससे कुल आवेश शून्य हो। इस संभावना को समाप्त करने के लिए, एक बंद लूप लें जिसका एक भाग क्षेत्र-रेखाओं के अनुदिश कोटर

में हो और शेष भाग चालक के भीतर। चूंकि चालक के अंदर वैद्युत क्षेत्र शून्य है, यह बंद लूप पर एक परीक्षण आवेश को ले जाने में वैद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया नेट कार्य देता है। हम यह जानते हैं कि किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र के लिए यह असंभव है। अत: कोटर के भीतर क्षेत्र रेखाएँ नहीं हैं (अर्थात् कोई क्षेत्र नहीं), और चाहे उसकी कैसी भी आकृति हो चालक की भीतरी सतह पर कोई आवेश नहीं होगा।

2.19 $\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$ जहाँ बेलनों के समाक्ष से बिंदु की दूरी r है। क्षेत्र अक्ष के अभिलंब त्रिज्यीय है।

2.20 (a) −27.2 eV
(b) 13.6 eV
(c) −13.6 eV, 13.6 eV; ध्यान दें कि पहली स्थिति में हाइड्रोजन परमाणु की कुल ऊर्जा शून्य है।

2.21 −19.2 eV; स्थितिज ऊर्जा का शून्य अनंत पर लिया गया है।

2.22 पहले से दूसरे के वैद्युत क्षेत्र का अनुपात (b/a) है। चपटे भाग की तुलना एक बड़ी त्रिज्या वाले गोले के किसी भाग से कर सकते हैं और नुकीले भाग को एक कम त्रिज्या वाले गोले के किसी भाग से।

2.23 (a) आवेशित कंघे से कागज का परमाणु ध्रुवित हो जाता है, जिसके परिणामस्वरूप नेट आकर्षण बल प्राप्त होता है।
(b) उन्हें आवेश (घर्षण द्वारा उत्पादित) को धरती में चालित करने में समर्थ बनाने के लिए।

2.24 (a) द्विध्रुव के अक्ष पर विभव $(\pm 1/4\pi\varepsilon_0)\ p/(x^2 - a^2)$ है, जहाँ $p = 2qa$ द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण है, + चिह्न उस समय जब बिंदु q के समीप है तथा − चिह्न वहाँ, जहाँ बिंदु $-q$ के समीप है। अक्ष के अभिलंबवत् $(x, y, 0)$ बिंदु पर विभव शून्य है।
(b) r पर निर्भरता $1/r^2$ के प्रकार की है।
(c) शून्य; नहीं, क्योंकि दो बिंदुओं के बीच स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य बिंदुओं के मिलाने वाले मार्ग से स्वतंत्र है। अर्थात् पथ पर निर्भर नहीं करता।

2.25 (a) $V_P - V_Q > 0$; $V_B - V_A > 0$
(b) $(P.E.)_Q - (P.E.)_P > 0$; $(P.E.)_A - (P.E.)_B > 0$
(c) ऋणात्मक
(d) धनात्मक
(e) कम होती है।

2.26 3 J (संकेत : द्विध्रुव निकाय की स्थितिज ऊर्जा में ह्रास (क्षय) ऊष्मा के रूप में प्रकट होता है।)

2.27 अधिक r के लिए, चतुर्ध्रुवी विभव $1/r^3$ की भाँति, द्विध्रुव का विभव $1/r^2$ की भाँति तथा एकल ध्रुव का विभव $1/r$ की भाँति बदलता है।

2.28 1 μF वाले 18 संधारित्रों को 6 समांतर पंक्तियों में व्यवस्थित किया है, प्रत्येक पंक्ति में 3 संधारित्र श्रेणीक्रम में लगे हैं।

2.29 1130 km^2

2.30 तुल्य धारिता $= \frac{200}{3}$ pF;

$Q_1 = 10^{-8}$ C, $V_1 = 100$ V ; $Q_2 = Q_3 = 10^{-8}$ C;
$V_2 = V_3 = 50$ V
$Q_4 = 2.55 \times 10^{-8}$ C, $V_4 = 200$ V

2.31 (a) 2.55×10^{-6} J
(b) u = 0.113 J m^{-3}, $u = (½)\ \varepsilon_0 E^2$

2.32 2.67×10^{-2} J

2.33 संकेत : मान लीजिए कि पट्टिकाओं की दूरी, Δx से बढ़ा दी जाती है। किया गया कार्य (बाह्य साधन द्वारा) = F Δx। यह संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा को $ua\Delta x$ से बढ़ाने के काम आ जाता है, जहाँ u ऊर्जा घनत्व है। अत: $F = ua$ जो $u = (½)\ \varepsilon_0 E^2$ का उपयोग करके (1/2) QE के बराबर है। बल सूत्र में ½ घटक का भौतिक मूल इस तथ्य में निहित है कि चालक के ठीक बाहर क्षेत्र E है तथा भीतर यह शून्य है। अत: बल में माध्य मान E/2 का योगदान होता है।

2.35 (a) 5.5×10^{-9} F
(b) 4.5×10^{2} V
(c) 1.3×10^{-11} F

2.36 (a) नहीं, क्योंकि गोले पर आवेश वितरण समान नहीं है।
(b) नहीं
(c) आवश्यक नहीं (केवल तभी सत्य है जब क्षेत्र रेखा, सरल रेखा हो)। सामान्यत: क्षेत्र रेखाएँ त्वरण की दिशा बताती हैं, न कि वेग की।
(d) शून्य, पूर्ण कक्षा की आकृति कुछ भी हो, कोई अंतर नहीं पड़ता।
(e) नहीं, विभव सतत है।
(f) एक एकल चालक एक संधारित्र है जिसकी दूसरी पट्टिका अनंत पर है।
(g) पानी के एक अणु में स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। फिर भी, परावैद्युत नियतांक का विस्तृत वर्णन सूक्ष्म सिद्धांत पर आधारित है जो इस पुस्तक के क्षेत्र से बाहर है।

2.37 1.2×10^{-10}F, 2.9×10^{4}V

2.38 19 cm^2

2.39 (a) पृष्ठ x-y तल के समांतर
(b) वैसा ही जैसा (a) में, सिवाय इसके कि निश्चित विभवांतर वाले तल आपस में, जब क्षेत्र बढ़ता है, पास आ जाते हैं।
(c) संकेंद्री गोले, केंद्र मूल बिंदु पर।
(d) ग्रिड (जाल) के समीप समय-समय पर बदलती आकृति जो शनै: शनै: ग्रिड से बहुत दूर समांतर समतलों में बदल जाती है।

2.40 30 cm

2.41 संकेत: गोले और खोल (कोश) के बीच क्षेत्र का, गाउस नियम से, केवल q_1 द्वारा ही निर्धारण होता है। अत: गोले और खोल के बीच विभवांतर q_2 से स्वतंत्र है। यदि q_1 धनात्मक है तो यह विभवांतर सदैव धनात्मक होगा।

2.42 (a) हमारा शरीर तथा पृथ्वी समविभव पृष्ठ बनाते हैं। जैसे ही हम बाहर निकलते हैं, वायु का मूल समविभव पृष्ठ बदल जाता है और हमारे सिर तथा पृथ्वी का विभव समान रखता है।
(b) हाँ, वायुमंडल में अपरिवर्ती विसर्जन धारा धीरे-धीरे एलुमिनियम की चादर को आवेशित करके, उस सीमा तक इसके विभव को बढ़ाता है जो संधारित्र (जो चादर, स्लेब और पृथ्वी-सतह से बना है) की धारिता के ऊपर निर्भर है।

(c) सारे संसार में वायुमंडल लगातार तड़ित-झंझा तथा तड़ित से आवेशित होता रहता है और साधारण मौसम के क्षेत्रों से होकर विसर्जित होता है। दोनों विरोधी धाराएँ, औसतन, साम्यावस्था में होती हैं।

(d) तड़ित में प्रकाश ऊर्जा अंतर्निहित है और संलग्न गर्जन में ऊष्मा तथा ध्वनि ऊर्जा है।

अध्याय 3

3.1 30 A

3.2 17 Ω, 8.5 V

3.3 (a) 6Ω
(b) 2 V, 4 V, 6 V

3.4 (a) (20/19) Ω
(b) 10 A, 5 A, 4 A; 19 A

3.5 1027 °C

3.6 2.0×10^{-7} Ωm

3.7 0.0039 $°C^{-1}$

3.8 867 °C

3.9 शाखा AB में धारा (4/17) A ; AD में धारा = (6/17) A;
BC में धारा (6/17) A; BD में धारा = (–2/17) A;
CD में धारा (–4/17) A; परिपथ में कुल धारा = (10/17) A

3.10 (a) X = 8.2 Ω संबंधन के प्रतिरोध को न्यूनतम करने हेतु जिसकी गणना सेतु-सूत्र में नहीं की गई है।
(b) A से 60.5 cm की दूरी पर।
(c) गैल्वेनोमीटर कोई धारा नहीं दर्शाएगा।

3.11 11.5 V श्रेणीक्रम में जुड़ा प्रतिरोधक बाह्य स्रोत से ली गई धारा को सीमित करता है। इसकी अनुपस्थिति में धारा खतरनाक रूप से बढ़ जाएगी।

3.12 श्रेणीक्रम में प्रतिरोध = 5988 Ω

3.13 शंट प्रतिरोध = 10 mΩ

3.14 2.25 V

3.15 (a) पूर्ण परिपथ में विद्युत् क्षेत्र लगभग तत्काल स्थापित हो जाता है (प्रकाश के वेग से) जो प्रत्येक बिंदु पर स्थानीय इलेक्ट्रॉन अपवाह उत्पन्न करता है) फिर भी, धारा स्थायी मान प्राप्त करने में अल्प समय लेती है।
(b) प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन धातु के धनायन से संघट्ट तब तक त्वरित होता है और इसके अपवाह चाल में वृद्धि होती है जब तक कि यह धातु के धनायन से टकरा नहीं जाता। संघट्ट के पश्चात् यह अपनी अपवाह चाल खो देता है। पर यह पुनः त्वरित होता है तथा पुनः इसके अपवाह वेग में तब तक वृद्धि होती है जब यह पुनः सुघट्ट नहीं भुगतता और यह क्रम चलता रहता है, इसलिए इत्यादि। अतः औसतन इलेक्ट्रॉन केवल अपवाह चाल प्राप्त कर पाता है।
(c) सरल है, क्योंकि चालक में इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व अत्यधिक (~ 10^{29} m^{-3}) है।
(d) किसी प्रकार नहीं। इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल उनके अत्यधिक यादृच्छिक वेग पर अध्यारोपित होती है।

(e) विद्युत् क्षेत्र की अनुपस्थिति में पथ ऋजु-रेखीय हैं जबकि विद्युत् क्षेत्र की उपस्थिति में पथ सामान्यत: वक्रित हैं।

3.16 2.7×10^4 s (7.5 h)

3.17 (a) इलेक्ट्रॉन

(b) हाइड्रोजन के धनायन (प्रोट्रॉन) और इलेक्ट्रॉन।

(c) H^+ और SO_4^{2-}

(d) वैसे ही जैसे खंड (c) में है। धारा की दिशा विसर्जन के समय धारा की दिशा के विपरीत है।

(e) इलेक्ट्रॉन और होल (होल या कोटर ऋणावेशित रिक्तियाँ हैं जो प्रभावी रूप से धन आवेश वाहक रूप में कार्य करते है।)

(f) इलेक्ट्रॉन

(g) इलेक्ट्रॉन

इलेक्ट्रॉन धारा की रूढ़ (conventional) दिशा के विपरीत दिशा में गति करते हैं; धनायन और कोटर धारा की दिशा में गतिमान होते हैं।

3.18 पृथ्वी की त्रिज्या 6.37×10^6 m लीजिए और पृथ्वी का कुल आवेश प्राप्त कीजिए। समय = 283 s प्राप्त करने हेतु धारा से इसे विभाजित कीजिए। अब भी यह विधि आपको केवल अनुमान ही देगी। यह पूर्णतया सही नहीं है। क्यों?

3.19 (a) 1.4 A, 11.9 V

(b) 0.005 A, असंभव, क्योंकि मोटर स्टार्टर को कुछ सेकंडों के लिए बहुत अधिक धारा (~ 100 A) की आवश्यकता होती है।

3.20 (b) सेल की धारिता से तात्पर्य है इसके द्वारा संभरित विद्युत् ऊर्जा की मात्रा। यह अन्य चीजों के अतिरिक्त सेल के आधार पर निर्भर करती है। जिस सेल पर 1h विसर्जन दर पर 3.5 Ah अंकित हो वह 3.5 A धारा 1 h तक देता है। तथापि (आनुपातिक रूप से अपेक्षित) उच्च धारा हेतु ऊर्जा अवक्षय अधिक द्रुत है। अत: सेल 15 min तक 14 A धारा नहीं देगा किंतु 1.75 A धारा 2 h से अधिक समय तक दे सकता है।

(c) (i) मान लीजिए लैड एसिड के प्रकार का एक संचायक (द्वितीयक) सेल का आंतरिक प्रतिरोध बहुत कम हो। (ii) एक शुष्क बैटरी (प्राथमिक सेल), मान लीजिए कि कार्बन-जिंक सेल।

3.21 $3.9 \times 10^2\ \Omega$

3.22 कॉपर का ऐलुमिनियम के द्रव्यमान (अथवा भार) से अनुपात $(1.72/2.63)\times(8.9/2.7) \cong 2.2$ चूंकि ऐलुमिनियम हल्का है अत: लंबी ऊँचाई पर लगे केबिलों के लिए इसे वरीयता दी जाती है।

3.23 ओम का नियम उच्च यथार्थता तक लागू होता है। मिश्रधातु मैंगनिन की प्रतिरोधकता ताप से लगभग अप्रभावित रहती है।

3.24 ऋजु रेखीय आलेख खींचिए। $\varepsilon - V = Ir$ खींचिए, जहाँ $\varepsilon = 1.5$ V और $r = 0.5\ \Omega$ का चालक हेतु V-I (अरैखिक) आलेख से इस रेखा का प्रतिच्छेद अभीष्ट वोल्टेज (0.9 V) और धारा (1.2 A) देता है।

3.25 (a) सेल के अंदर कोई नेट क्षेत्र नहीं है। पट्टियों के कारण स्थिर विद्युत् क्षेत्र अस्थिर वैद्युत क्षेत्र के उद्गम द्वारा संतुलित हो जाता है। (यदि ऐसा न होता तो खुले परिपथ में भी सेल के भीतर आवेश वाहक धारा स्थापित कर देंगे) सेल के बाहर नेट क्षेत्र केवल पट्टिकाओं के कारण स्थिर वैद्युत क्षेत्र है।

(b) जब परिपथ को बाहर से बंद कर देते हैं तो सेल के बाहर धारा स्थिर वैद्युत क्षेत्र की दिशा में प्रवाहित होती है और सेल के अंदर स्थिर वैद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत प्रवाहित होती है। बाद वाला तथ्य यह दर्शाता है कि सेल के भीतर स्थिर वैद्युत क्षेत्र के विपरीत एक नेट क्षेत्र है।

(c) स्रोत में एक जटिल अस्थिर वैद्युतिक मूल के क्षेत्र द्वारा स्थिर वैद्युत क्षेत्र का विरोध होने के कारण धनात्मक तथा ऋणात्मक आवेश उदासीन नहीं हो पाते हैं। ये अस्थिर वैद्युतिक क्षेत्र स्रोत के विद्युत् वाहक बल से संबंधित हैं।

(d) यहाँ (b) से विभिन्न स्थिति है। अब द्वितीयक सेल में आवेश के समय धारा, स्थिर वैद्युत क्षेत्र की दिशा में है; स्थिर वैद्युत क्षेत्र अस्थिर वैद्युत क्षेत्र से अधिक है। अत: द्वितीयक सेल में टर्मिनल वोल्टता विद्युत् वाहक बल से अधिक है।

(e) विद्युत् वाहक बल की उत्पत्ति का कारण सरल स्थिर वैद्युत क्षेत्र नहीं है। अत: यहाँ विभव की धारणा सही अर्थ में लागू नहीं हो सकती। विद्युत् वाहक बल, एकांक आवेश द्वारा किया गया कार्य है।

3.26 (a) केवल धारा (क्योंकि यह अपरिवर्ती है, ऐसा दिया गया है) अन्य सभी राशियाँ अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती हैं।

(b) नहीं, अनोमीय घटकों के उदाहरण: निर्वात डायोड, अर्द्ध चालक डायोड

(c) अभिलाक्षिक वैद्युतरोधियों (जैसे काँच) की प्रतिरोधकता धातुओं की तुलना में बहुत अधिक होती है लगभग 10^{22} गुनी। ऊष्मारोधी और ऊष्मा चालकों के लिए यह अनुपात केवल 10^3 है।

(d) कार बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध ताप वृद्धि के साथ घटता है।

(e) मुख्यत: इसके आंतरिक प्रतिरोध में, पर आंशिक रूप से इसके विद्युत् वाहक बल में भी।

(f) क्योंकि संभरक से ली गई अधिकतम धारा = ε/r

(g) यदि आंतरिक प्रतिरोध बहुत अधिक नहीं है और परिपथ में (दुर्घटनावश) लघु परिपथन हो जाता है तो ली गई धारा सुरक्षा सीमा से अधिक हो जाएगी।

3.27 (a) अधिक (b) कम (c) घट जाती है (d) कम हो जाती है।
(e) कम हो जाती है (f) लगभग अप्रभावित रहती है (g) 10^{22}।

3.28 1.2 Ω

3.29 (a) 0.9 A

(b) नहीं, समांतर क्रम में संयोजित असमान सेलों के आंतरिक प्रतिरोध और विद्युत् वाहक बलों हेतु कोई सूत्र नहीं है। ऐसी स्थिति में किरखोफ नियम का प्रयोग करना चाहिए।

3.30 (a) (i) श्रेणीक्रम में (ii) सभी समांतर क्रम में; n^2

(b) (i) 1Ω और 2Ω को समांतर क्रम में और इस संयोजन को 3Ω के साथ श्रेणीक्रम में जोड़िए। (ii) 2Ω और 3Ω के समांतर संयोजन को 1Ω के साथ श्रेणीक्रम में जोड़िए। (iii) सभी श्रेणीक्रम में (iv) सभी समांतर क्रम में।

(c) (i) (16/3) Ω (ii) 5R

3.31 संकेत : मान लीजिए कि अनंत नेटवर्क का तुल्य प्रतिरोध X है। स्पष्टतया $2 + X/(X+1) = X$ जिसके अनुसार $X = (1 + \sqrt{3})\,\Omega$ अत: धारा = 3.7 A है।

3.32 (a) शंट प्रतिरोध = $4.00 \times 10^{-3}\,\Omega$ है, जो इसका लगभग नेट प्रतिरोध भी है। इसका पाठ्यांक वास्तविक मान से कुछ कम होता है।

(b) श्रेणीक्रम प्रतिरोध = 3988 Ω; नेट प्रतिरोध = 4000 Ω; थोड़ा कम पाठ्यांक प्रदर्शित करता है।

3.33 X हेतु (b) का प्रयोग करें। Y हेतु (a) का प्रयोग करें।

3.34(a) 20 kΩ प्रतिरोध का वोल्टमीटर अधिकतम पाठ्यांक देता है। आखिरी स्थिति में (AB के सिरों के बीच लगाए गए दोनों वोल्टमीटर) न्यूनतम पाठ्यांक प्राप्त होता है।

(b) यदि आंतरिक प्रतिरोध शून्य है तो सभी स्थितियों में पाठ्यांक समान होगा अन्यथा, उत्तर (a) के सदृश होगा।

3.35 'प्रतिरोध प्रति वोल्ट', पूर्ण मापनी विक्षेप पर धारा निर्दिष्ट करने की एक दूसरी रीति है। यहाँ प्रतिरोध प्रति वोल्ट (1/5000) A = 0.20 mA। इसे 20 V परिसर के मीटर में परिवर्तित करने हेतु मीटर के श्रेणीक्रम में प्रतिरोध R जोड़िए ताकि $R \times 2 \times 10^{-4} = 15$ अर्थात् $R = 7.5 \times 10^4\ \Omega = 75{,}000\ \Omega$। नए मीटर हेतु प्रतिरोध प्रति वोल्ट पहली स्थिति जैसा ही है। जिस मीटर का 'प्रतिरोध प्रति वोल्ट' उच्च है तो परिपथ से यह कम धारा लेगा और यह उतना ही अच्छा होगा। अत: यह 2000 Ω/V वाले मीटर से अधिक यथार्थ होगा।

3.36(a) $\varepsilon = 1.25$ V

(b) जब चल संपर्क संतुलन बिंदु से दूर है तो धारामापी में धारा कम करने हेतु

(c) नहीं

(d) नहीं

(e) नहीं, यदि विभवमापी के चालक सेल का विद्युत् वाहक बल ε से अधिक हो तो तार AB पर संतुलन बिंदु प्राप्त नहीं होगा।

(f) परिपथ दिए गए रूप में अनुपयुक्त होगा, क्योंकि संतुलन बिंदु (जब ε कुछ mV की कोटि का) सिरे A के काफी समीप होगा और मापन में प्रतिशत त्रुटि बहुत अधिक होगी। तार AB के श्रेणीक्रम में उपयुक्त प्रतिरोधक R जोड़कर परिपथ को रूपांतरित कर दिया गया है जिससे कि AB के आर-पार विभवपात, मापित विद्युत्वाहक बल से केवल थोड़ा-सा ही अधिक होगा। तब संतुलन बिंदु तार की और अधिक लंबाई पर होगा और प्रतिशत त्रुटि काफी कम होगी।

3.37 $X = 11.75\ \Omega$ या 11.8 Ω। संतुलन बिंदु के प्राप्त नहीं होने की स्थिति का अर्थ यह है कि R या X के सिरों पर विभवपात विभवमापी के तार AB के पारित: होने वाले विभवपात से बड़ा है। ऐसी अवस्था में बाह्य परिपथ में धारा का मान (तथा इसीलिए R या X के सिरों पर विभवपात) कम करने के लिए एक उपयुक्त प्रतिरोधक को श्रेणीक्रम में संयोजित करना चाहिए।

3.38 1.7 Ω ।

3.39(a) विभवमापी के तार का विभवपात प्रति एकांक सेंटीमीटर में अंशांकन करने के लिए एक मानक सेल का उपयोग कीजिए। तब वोल्टमीटर के अंशांकन के लिए, एक स्रोत तथा परिवर्ती प्रतिरोधक वाला बाह्य परिपथ वोल्टमीटर के साथ संयोजित करते हैं। प्रतिवर्ती प्रतिरोधक द्वारा दिए गए भिन्न विभवपातों के लिए विभवमापी से विभवांतर का मान ज्ञात कर वोल्टमीटर का अंशांकन कर सकते हैं।

(b) यहाँ बाह्य परिपथ में एक सेल, एक एमीटर, तथा एक परिवर्ती प्रतिरोधक (जो किसी मानक प्रतिरोधक के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित है) हैं। मानक प्रतिरोधक के परित: विभवपात बदला जाता है तथा अंशांकित विभवमापी द्वारा मापा जाता है। प्रतिरोधों के ज्ञात मानों द्वारा धारा के विभिन्न मानों को प्राप्त कर एमीटर को अंशांकित किया जाता है।

3.40 290 kΩ (एमीटर का पाठ्यांक बहुत कम होगा)। यह केवल उच्च प्रतिरोध के मापन के लिए वोल्टमीटर का एक अमान्य उपयोग है।

3.41 (a) $I = dQ/dt = A\, d\sigma/dt = \varepsilon_0 A\, dE/dt$

(b) नहीं, पट्टिकाओं के बीच किसी धारा का प्रवाह नहीं है। तथापि, यदि हम $\varepsilon_0 A\, dE/dt$ को संधारित्र से प्रवाहित होने वाली 'धारा' मानें तो प्रथम नियम वैध है। मैक्सवेल ने इस धारा को **विस्थापन धारा** कहा है।

3.42 (a) लगभग 10 kΩ

(b) क्योंकि हमारा शरीर सूक्ष्म से सूक्ष्म धाराओं यहाँ तक कि कुछ *mA* की धारा हेतु भी संवेदी है।

(c) यह भ्रामक धारणा है। ऐसा कोई विशेष आकर्षण बल नहीं है जिसके कारण कोई व्यक्ति उच्च शक्ति लाइन को छूने पर उससे चिपक जाए। होता यह है कि 0.05 A की कोटि की धारा अथवा इससे भी काफी कम धारा हमारे शरीर के तंत्रिका तंत्र को विसंगठित करने हेतु पर्याप्त है जिसके परिणामस्वरूप प्रभावित व्यक्ति उच्च वोल्टता बिंदु से अपने आपको मुक्त करने के लिए आवश्यक अपनी तंत्रिका नियंत्रण शक्ति को अस्थायी रूप से खो देता है।

(d) तापन मृत्यु का कारण नहीं है। यद्यपि, बहुत अधिक धारा के कारण कोई व्यक्ति जल सकता है। मृत्यु का कारण हमारे अति संवेदी तंत्रिका तंत्र में बाह्य धाराओं द्वारा हस्तक्षेप के कारण है। हमारा तंत्रिका तंत्र प्रकृति में मूलत: विद्युतीय है। बाह्य धाराएं आपेक्षात्मक कार्य करती हैं, तथा विशेषतया हृदय की धड़कन संबंधी तंत्र प्रक्रिया में हस्तक्षेप करती हैं। एक निश्चित सीमा के उपरांत यह हस्तक्षेप घातक हो सकता है।

(e) लगभग 0.1 V

अध्याय 4

4.1 192 W

4.2 25%

4.3 5 A

4.4 3 A; 70 Ω

4.5 7200 J रासायनिक ऊर्जा बैटरी में संचित होती है।

4.6 2.9 Ω (संकेत : ऊष्मा के रूप में क्षय हुई ऊर्जा $0.7 \times 50 \times 12 = 420$ W है। अत: $I^2R =$ 420 W, अर्थात् $R = 420/144 = 2.9\ \Omega$)।

4.7 25 W, 30 kJ

4.8 नहीं, क्योंकि क्षय हुई शक्ति 4.5 kW है जो प्रतिरोधक की अधिकतम शक्ति रेटिंग से अधिक है।

4.9 प्रथम तापक

4.10 रीति (*i*) में शक्ति का व्यर्थ व्यय कम है क्योंकि संचरित हुई समान शक्ति के लिए, उच्च वोल्टता का तात्पर्य निम्न धारा से है अत: इस अवस्था में तार (केबिल) में ऊष्मा के रूप में कम शक्ति का क्षय होगा।

4.11 (a) कॉपर से बिस्मथ की ओर

(b) कॉपर से आयरन की ओर

(c) लैड से प्लैटिनम की ओर

4.12 (a) 3.0 W
(b) 0.4 W
(c) 2.6 W
(d) 2.6 W

4.13 8.0 W का श्रेणी प्रतिरोध
(a) 800 W
(b) 704 W
(c) 86400 J

4.14 (a) निर्गत शक्ति $= I^2R = \varepsilon^2R/(R+r)^2$ । यह $R = r$ पर अधिकतम है। अधिकतम निर्गत शक्ति $= \varepsilon^2/4r$

(b) बैटरी के लघुपथित होने पर निर्गत शक्ति $= 0$ । इस स्थिति में सारी शक्ति का बैटरी के अंदर ही ऊष्मा के रूप में क्षय हो जाता है। इसका परिमाण ε^2/r है।

4.15 3.0 A

4.16 (a) स्रोत की निर्गत शक्ति $= \varepsilon I - I^2r$, जो $I = \varepsilon/2r$ पर अधिकतम है।

(b) $I = (\varepsilon - \varepsilon')/r$ चूँकि बाह्य प्रतिरोध R नगण्य है (ε' विरोधी विद्युत् वाहक बल है)। विद्युत् मोटर की निर्गत शक्ति स्रोत की निर्गत शक्ति के बराबर है (क्योंकि $R \cong 0$)। स्रोत की निर्गत शक्ति $I = \varepsilon/2R$ के लिए अधिकतम है। इससे $\varepsilon' = \varepsilon/2$

4.17 (a) 252000 J
(b) 201600 ज
(संकेत : पहले ऊष्मा के रूप में क्षयित होने वाली शक्ति की गणना करें। शेष शक्ति विद्युत् मोटर द्वारा दी गई यांत्रिक शक्ति तथा बैटरी द्वारा संचित की गई रासायनिक शक्ति का योग है)।

4.18 नाइक्रोम का रिबन, क्योंकि इसका प्रतिरोध कम है।

4.19 संकेत : तार का ताप θ तक बढ़ता है तथा इस ताप पर प्रति सेकंड उत्पन्न होने वाली ऊष्मा प्रति सेकंड होने वाले ऊष्मा क्षय (विकिरण द्वारा) के बराबर होती है।

अर्थात् $\dfrac{I^2 \rho l}{\pi r^2} = h \times 2\pi r l$ (सिरों से होने वाले ऊष्मा क्षय को नगण्य मानने पर)। यहाँ h तार से होने वाला प्रति सेकंड प्रति एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल ऊष्मा क्षय है। स्पष्टतः h (तथा इसलिए, अपरिवर्ती अवस्था का ताप θ) l पर निर्भर नहीं करता।

4.20 $r = 0.24$ mm। [संकेत : समीकरण से $I^2 \propto r^3$]।

4.21 (a) नहीं, प्रतिरोधक द्वारा प्राप्त किया गया अपरिवर्ती ताप न केवल उपभुक्त शक्ति बल्कि प्रतिरोधक के अभिलक्षणों (जैसे पृष्ठीय क्षेत्रफल, उत्सर्जकता आदि) पर भी निर्भर करता है। इन्हीं से विकिरण के द्वारा क्षय होने वाली शक्ति का निर्धारण होता है।

(b) टंगस्टन बल्ब।

4.22 120 °C

4.23 0.25 Ω

4.24 नहीं, वर्णित परिघटना पेल्टियर प्रभाव कहलाती है। धारा के साधारण जूल प्रभाव में (जिसके लिए दिया गया सूत्र लागू होता है।) धारा के द्वारा ऊष्मा उत्पन्न होती है तथा यह ऊष्मा धारा की दिशा पर निर्भर नहीं करती। (ध्यान दें कि सूत्र में I^2 है, अर्थात् यह केवल धारा I के परिमाण पर निर्भर करता है)।

अध्याय 5

5.2 $\pi \times 10^{-4}$ T $\simeq 3.1 \times 10^{-4}$ T

5.4 3.5×10^{-5} T

5.5 4×10^{-6} T ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर

5.6 1.2×10^{-5} T दक्षिण की ओर

5.7 (a) 1.9×10^{-4} T कागज के तल के लंबवत् तथा कागज से बाहर की ओर आता हुआ
(b) **B** का परिमाण तो वही है जो (a) में है पर दिशा विपरीत।

5.8 0.6 N m^{-1}

5.9 8.1×10^{-2} N; बल की दिशा फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम द्वारा दी जाती है।

5.10 2×10^{-5} N; आकर्षण बल, A के लंबवत् B की ओर।

5.11 $8\pi \times 10^{-3}$ T $\simeq 2.5 \times 10^{-2}$ T

5.12 0.96 N m

5.13 (a) 1.4 (b) 1

5.14 4.2 cm

5.15 18 *MHz*

5.16 (a) 3.1 Nm (b) नहीं, उत्तर नहीं बदलता क्योंकि सूत्र किसी भी आकार के समतल लूप के लिए सही है।

5.17 $5\pi \times 10^{-4}$ T = 1.6×10^{-3} T की ओर

5.18 लंबाई लगभग 50 cm, त्रिज्या लगभग 4 cm, फेरों की संख्या लगभग 400, धारा लगभग 10 A। ये विवरण एक मात्र मान नहीं हैं। कुछ सीमाओं में इनमें समायोजन संभव है।

5.19 कुंडलियों के बीच में मध्य बिंदु के आस-पास $2d$ लंबाई के एक छोटे से क्षेत्र में

$$B = \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left[\left\{ \left(\frac{R}{2} + d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} + \left\{ \left(\frac{R}{2} - d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} \right]$$

$$\simeq \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left(\frac{5R^2}{4} \right)^{-3/2} \times \left[\left(1 + \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} + \left(1 - \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} \right]$$

$$\simeq \frac{\mu_0 IR^2 N}{2R^3} \times \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \times \left[1 - \frac{6d}{5R} + 1 + \frac{6d}{5R} \right]$$

ऊपर दिए गए दूसरे एवं तीसरे चरण में जिन पदों में d^2/R^2 या d/R की उच्चतर घातें शामिल थीं उनको छोड़ दिया गया है क्योंकि $\frac{d}{R} << 1$ जो पद d/R में एकरेखीय हैं निरस्त हो जाते हैं और एकसमान क्षेत्र B एक छोटे से क्षेत्र में होगा :

$$B = \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{\mu_0 IN}{R} \simeq 0.72 \frac{\mu_0 IN}{R}$$

5.20 संकेत : वृत्तनालिका के लिए B का सूत्र वही है जो परिनालिका के लिए $B = \mu_0 nI$ प्रश्नानुसार $n = \frac{N}{2\pi r}$। क्षेत्र केवल घेरों से घिरे हुए क्रोड के अंदर शून्य नहीं है। (a) शून्य

(b) 3.0×10^{-2} T (c) शून्य। ध्यान दीजिए कि क्षेत्र में, टोरॉइड की अनुप्रस्थ काट पर अंदर से बाहर आने पर थोड़ा परिवर्तन होता है क्योंकि r का मान बदलता है। उत्तर (b) औसत त्रिज्या $r = 25.5$ cm के संगत मान है।

5.21 (a) आरंभिक वेग **v** या तो **B** के समांतर है या प्रतिसमांतर।

(b) हाँ, क्योंकि चुंबकीय बल **v** की दिशा तो बदल सकता है इसका परिमाण नहीं बदल सकता।

(c) **B** को ऊर्ध्वाधरतः नीचे की दिशा में होना चाहिए।

5.22 (a) एक उच्च ऊर्जा गामा किरण द्वारा इलेक्ट्रॉन-पोज़ीट्रॉन युग्म उत्पादन।

(b) आवेशित कण गैस की तुलना में द्रव्य में अधिक आयनीकरण करता है। वातावरण से संघट्टों के कारण वे धीरे-धीरे ऊर्जा खोते जाते हैं और धीमे होते जाते हैं। क्योंकि दिए गए क्षेत्र **B** में पथ की त्रिज्या, कण के वेग के समानुपाती होती है, यह धीरे-धीरे कम होती जाती है इस कारण सर्पिल पथ बनता है।

5.23 (a) **B** के लंबवत् 1.0 mm त्रिज्या का वृत्ताकार पथ।

(b) 0.5 mm का कुंडलीदार पथ जिसमें 2.3×10^{7} m s^{-1} का वेग का अवयव क्षेत्र की दिशा में हो।

5.24 B = 0.66 T, गतिज-ऊर्जा = 7.4 MeV

5.25 ड्यूटीरियम आयनों या ड्यूट्रॉन्स : उत्तर एकमेव उत्तर नहीं है क्योंकि केवल कण के आवेश एवं द्रव्यमान का अनुपात ही ज्ञात किया गया है। अन्य संभावित उत्तर – He^{++}, Li^{+++} आदि हैं।

5.26 (a) एक क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र जिसका परिमाण 0.26 T है और जो चालक के लंबवत् इस दिशा में लगा है कि फ्लेमिंग का बाएँ हाथ का नियम चुंबकीय बल ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर बताए।

(b) 1.176 N

5.27 1.2 N m^{-1}; प्रतिकर्षण बल। टिप्पणी : तार पर कुल बल $1.2 \times 0.7 = 0.84$ N प्राप्त करना केवल सन्निकटतः सही है, क्योंकि, सूत्र $F = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_1 I_2$ जो प्रति इकाई लंबाई पर लगने वाले बल के लिए दिया गया है, केवल अनंत लंबाई के चालकों के लिए ही मान्य है।

5.28 (a) 2.1 N ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर।

(b) 2.1 N ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर (धारा और **B** की दिशा के बीच किसी भी कोण के लिए सत्य $l \sin\theta$ नियत है = 20 cm)।

(c) 1.68 N ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर।

5.29 प्रयोग करें $\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ एवं $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

(a) 1.8×10^{-2} N m, $-y$ दिशा के अनुदिश

(b) वही जो (a) में है

(c) 1.8×10^{-2} N m, $-x$ दिशा के अनुदिश

(d) 1.8×10^{-2} N m, $+x$ दिशा से 240° का कोण बनाते हुए

(e) शून्य

(f) शून्य

बल प्रत्येक स्थिति में शून्य है। स्थिति (e) स्थायी संतुलन और स्थिति (f) अस्थायी संतुलन दर्शाती है।

5.30 (a) शून्य (b) शून्य (c) प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पर बल है $evB = IB/(nA) = 5 \times 10^{-25}$ N
टिप्पणी : उत्तर (c) केवल चुंबकीय बल सूचित करता है।

5.31 108 A

5.32 (a) (i) सरल रेखा (ii) परवलय (iii) परवलय

(b) सरल रेखा (ii) क्षेत्र के लंबवत् तल में वृत्त (iii) **B** के समांतर अक्ष वाली सर्पिल कुंडली में बताए गए हर मामले में चाल अपरिवर्तित रहती है।

(c) (i) सरल रेखा (ii) वही जो आगे (iii) में बताया गया है; (iii) **v** को **B** के अनुदिश और लंबवत् दिशा में वियोजित करो। गति **E** या **B** के समांतर अक्ष वाली सर्पिल कुंडली के अनुदिश है। क्योंकि **B** के लंबवत् घटक के कारण गति वृत्ताकार है। **E** के अनुदिश गति से त्वरण या मंदन (ह्रास) होता है।

5.33 (c) संकेत : सीमित लंबाई का सीधा चालक स्वत: एक पूर्ण, अपरिवर्ती धारा परिपथ नहीं बना सकता। परिपथ को पूरा करने के लिए अतिरिक्त चालकों की आवश्यकता होगी। ये स्थिति की सममिति बिगाड़ देंगे। यदि चालक अनंत लंबाई का हो तो यह कठिनाई दूर हो जाती है।

5.34 (a) नहीं, क्योंकि इसके लिए आवश्यक है कि $\boldsymbol{\tau}$ ऊर्ध्वाधर दिशा में हो। परंतु $\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ और क्योंकि **A** अर्थात् क्षैतिज लूप का क्षेत्रफल सदिश ऊर्ध्वाधर दिशा में है, $\boldsymbol{\tau}$ लूप के तल में होगा।

(b) स्थायी संतुलन वाला दिक्विन्यास वह है जिसमें लूप का क्षेत्रफल सदिश बाह्य चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में होता है। इस दिक्विन्यास में लूप द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र बाह्य क्षेत्र की दिशा में ही है। इस तरह दोनों क्षेत्र लूप के तल के लंबवत् होने के कारण कुल क्षेत्र का अधिकतम फ्लक्स प्रदान करते हैं।

(c) यह क्षेत्र के लंबवत् तल में वृत्ताकार रूप इसलिए ग्रहण कर लेता है ताकि इसमें से अधिकतम फ्लक्स गुजर सके। क्योंकि दी गई परिमिति के लिए वृत्त का क्षेत्रफल किसी भी अन्य आकार की तुलना में अधिक होता है।

(d) हाँ, यह है; और यह तथ्य विद्युत् चुंबकीय तरंगों के प्रक्रम के लिए निर्णायक है जैसा कि आप आगे आने वाले अध्याय में देखेंगे।

5.35 7.8×10^{-6} N लंबे चालक की ओर यदि लूप की पास वाली भुजा में धारा उसी दिशा में प्रवाहित हो रही हो जिसमे लंबे चालक में, अन्यथा विकर्षण बल। टिप्पणी : लूप की छोटी भुजाओं पर लगने वाले बल एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं।

अध्याय 6

6.1 संकेत : किसी विन्यास की स्थितिज ऊर्जा, एक चुंबकीय द्विध्रुव (माना B) की, दूसरे चुंबकीय द्विध्रुव (माना A) के चुंबकीय क्षेत्र के कारण उत्पन्न स्थितिज ऊर्जा है। आप निम्नलिखित परिणाम प्रयोग में ला सकते हैं,

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}_A}{r^3} \qquad \text{(लंब समद्विभाजक पर)}$$

$$\mathbf{B}_A = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}_A}{r^3} \qquad \text{(अक्ष पर)}$$

संतुलन तब स्थायी होगा जब $\mathbf{m}_B$ एवं $\mathbf{B}_A$ एक-दूसरे के समांतर होंगी और संतुलन अस्थायी तब होगा जब वे प्रति समांतर होंगी।

(a) AB_1 एवं AB_2

(b) (i) AB_3, AB_6 (स्थायी) (ii) AB_5, AB_4 (अस्थायी)

(c) AB_6

6.2 (a) प्रत्येक स्थिति में हमें दो चुंबक मिलते हैं, जिनका एक सिरा उत्तर ध्रुव होता है और दूसरा दक्षिण ध्रुव।

(b) पिघले लोहे का ताप, क्यूरी ताप (770 °C) से अधिक है और इसलिए यह लौह चुंबकीय नहीं होता। एक लोह छड़-चुंबक को अगर पिघला दें तो इसका चुंबकत्व बना नहीं रहता।

(c) यदि क्षेत्र एकसमान है, तो कोई परिणामी बल नहीं लगता। छड़ चुंबक के कारण लोहे की कील पर एक असमान चुंबकीय क्षेत्र प्रभावी होता है। अतः कील में प्रेरित चुंबकीय आघूर्ण पर परिणामी बल भी लगता है और बल आघूर्ण भी। परिणामी बल आकर्षण बल है, क्योंकि प्रेरण द्वारा कील में उत्पन्न दक्षिण ध्रुव चुंबक के उत्तर ध्रुव के अधिक निकट है, प्रेरण द्वारा उत्पन्न उत्तर ध्रुव की अपेक्षा।

(d) आवश्यक नहीं है। यह तभी सत्य होगा, जब चुंबकीय क्षेत्र के स्रोत का परिणामी चुंबकीय आघूर्ण शून्य नहीं होगा। टोरॉइड या अनंत लंबाई की परिनालिका के लिए ऐसा नहीं होता।

(e) इस बात पर निर्भर करता है कि यहाँ तीन ध्रुवों से क्या आशय है? ध्रुव हमेशा युग्मों में पाए जाते हैं। लेकिन अगर आप, दो चुंबकों के समान (माना उत्तर) ध्रुवों को चिपका दें तो इससे आपको एक त्रिध्रुवी विन्यास मिल जाएगा।

(f) चुंबकों के अलग-अलग सिरों को एक-दूसरे के पास लाने की कोशिश कीजिए। यदि किसी स्थिति में प्रतिकर्षण बल का अनुभव हो, तो दोनों छड़ें चुंबकित हैं। यदि हमेशा आकर्षण बल ही लगे, तो उनमें से एक छड़ चुंबकित नहीं है। यह देखने के लिए कि कौन-सी छड़ चुंबकित है, एक छड़ माना A लीजिए और इसका एक सिरा नीचे कीजिए; पहले दूसरी छड़ B के सिरे के पास लाइए और फिर बीच में। अगर आप पाएं कि B के बीच में छड़ A आकर्षण बल अनुभव नहीं करती तो B चुंबकित है। और यदि आप पाएँ कि सिरे पर और बीच में आकर्षण बल बराबर है, तो छड़ A चुंबकित है।

6.3 (a) चुंबकीय दिक्पात, नति-कोण, पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक।

(b) ब्रिटेन में अधिक है (लगभग 70°), क्योंकि ब्रिटेन चुंबकीय दक्षिण ध्रुव के निकट है।

(c) पृथ्वी की चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ सतह से बाहर आती हुई मालूम पड़ेंगी।

(d) चुंबकीय सूई क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतंत्र है जबकि पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा चुंबकीय ध्रुवों पर ठीक ऊर्ध्वाधर है। अतः यहाँ सूई किसी भी दिशा में संकेत कर सकती है।

(e) **m** चुंबकीय आघूर्ण वाले द्विध्रुव के लंब समद्विभाजक पर क्षेत्र **B** के लिए सूत्र

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}}{r^3}$$ का प्रयोग कीजिए।

$m = 8 \times 10^{22}\ \mathrm{J\,T^{-1}}$, $r = 6.4 \times 10^6\ \mathrm{m}$ रखने पर आपको प्राप्त होगा $B = 0.3\ \mathrm{G}$ जो पृथ्वी पर प्रेक्षित क्षेत्र के परिमाण की कोटि का है।

(f) क्यों नहीं? पृथ्वी का क्षेत्र, केवल द्विध्रुव क्षेत्र के लगभग है। स्थानीय N-S ध्रुव उत्पन्न हो सकते हैं, जैसे कि चुंबकित खनिज भंडारों के कारण।

6.4 (a) हाँ, यह समय के साथ बदलता है। स्पष्ट दिखाई पड़ने वाले अंतर के लिए समय-अंतराल कुछ सौ वर्ष है। लेकिन कुछ वर्षों के छोटे पैमाने पर भी इसमें होने वाले परिवर्तन पूर्णतः उपेक्षणीय नहीं हैं।

(b) क्योंकि पिघला हुआ लोहा (जो कि क्रोड के उच्च ताप पर लोहे की प्रावस्था है) लौह चुंबकीय नहीं है।

(c) एक संभावना पृथ्वी के अंतरंग में रेडियो सक्रियता है। लेकिन वास्तविकता की जानकारी किसी को नहीं है। इस प्रश्न पर एक उचित दृष्टिकोण बनाने के लिए आपको भू-चुंबकत्व पर कोई अच्छी आधुनिक पाठ्यपुस्तक पढ़नी चाहिए।

(d) कुछ चट्टानें जब ठोस रूप ग्रहण करती हैं, तो पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का एक धुंधला-सा अभिलेखन उनमें हो जाता है। चट्टानों में निहित इन चुंबकन अभिलेखों के विश्लेषण से हमें भू-चुंबकीय इतिहास संबंधी निष्कर्ष प्राप्त होते हैं।

(e) बहुत अधिक दूरी पर (पृथ्वी के आयनमंडल में) आयनों की गति के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र से पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन हो जाते हैं। आयनमंडल *भूबाह्य* विचलनों जैसे कि सौर-पवन आदि के प्रति अत्यंत संवेदनशील है।

(f) व्यंजक $R=\dfrac{mv}{eB}$ के अनुसार, एक अत्यंत क्षीण चुंबकीय क्षेत्र आवेशित कणों को बहुत अधिक त्रिज्या वाली वृत्ताकार कक्षा पर ले जाता है। अल्प दूरी के लिए, इतनी बड़ी त्रिज्या वाली वृत्तीय कक्षा के लिए विक्षेपण, संभव है कि ध्यान देने योग्य न हो, परंतु अति विशाल अंतर्नक्षत्रीय दूरियों के लिए आवेशित कणों (जैसे - ब्रह्मांड किरणें) के पथ को महत्त्वपूर्ण ढंग से प्रभावित कर सकता है।

6.5 (a) *गलत* है। चुंबकीय बल रेखाएँ एक बिंदु से इस प्रकार नहीं निकल सकतीं, जैसे दिखाया गया है। किसी बंद सतह पर **B** का कुल फ्लक्स हमेशा शून्य होना ही चाहिए अर्थात्, चित्र में जितनी क्षेत्र रेखाएं सतह में प्रवेश करें उतनी ही इससे बाहर निकलनी चाहिए। दिखाई गई क्षेत्र रेखाएं, वास्तव में, एक लंबे धनावेशित तार का वैद्युत क्षेत्र प्रदर्शित करती हैं। सही चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं जैसा अध्याय 5 में बताया गया है, सीधे तार को चारों ओर से घेरने वाले वृत्तों के रूप में हैं।

(b) *गलत* है। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं (वैद्युत क्षेत्र रेखाओं की तरह ही) कभी भी एक-दूसरे को काट नहीं सकतीं। क्योंकि, अन्यथा कटान बिंदु पर क्षेत्र की दिशा संदिग्ध हो जाएगी। चित्र में एक गलती और भी है। स्थिर-चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ मुक्ताकाश में कभी भी बंद वक्र नहीं बना सकतीं। स्थिर चुंबकीय क्षेत्र रेखा के बंद पाश को निश्चित रूप से एक ऐसे प्रदेश को घेरना चाहिए, जिसमें से होकर धारा प्रवाहित हो रही हो [इसके विपरीत वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ कभी भी बंद पाश नहीं बना सकतीं, न तो मुक्त आकाश में और न ही तब जब पाश आवेश को घेरते हैं।]।

(c) *ठीक* है। चुंबकीय रेखाएं पूर्णतः एक टोरॉइड में समाहित हैं। यहाँ चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं द्वारा बंद पाश बनाने में कोई त्रुटि नहीं है, क्योंकि प्रत्येक पाश एक ऐसे क्षेत्र को घेरता है, जिसमें से होकर धारा गुजरती है। ध्यान दीजिए कि चित्र में स्पष्टता लाने के लिए ही टोरॉइड के अंदर मात्र कुछ क्षेत्र रेखाएं दिखाई गई हैं। तथ्य यह है कि टोरॉइड के फेरों के अंदर के संपूर्ण भाग में चुंबकीय क्षेत्र मौजूद रहता है।

(d) *गलत* है। परिनालिका की क्षेत्र रेखाएं, इसके सिरों पर और इसके बाहर पूर्णतः सीधी और सिमटी हुई नहीं हो सकती हैं। ऐसा होने से ऐंपियर का नियम भंग होता है। ये रेखाएं सिरों पर वक्रित हो जानी चाहिए और इनको अंत में मिल कर बंद पाश बनाने चाहिए।

(e) *सही* है। एक छड़ चुंबक के अंदर एवं बाहर दोनों ओर चुंबकीय क्षेत्र होता है। अंदर क्षेत्र की दिशा पर अच्छी तरह ध्यान दीजिए। सभी क्षेत्र रेखाएं उत्तर ध्रुव से नहीं निकलती (और न

ही दक्षिण ध्रुव पर समाप्त होती हैं)। N-ध्रुव एवं S-ध्रुव के चारों तरफ क्षेत्र के कारण कुल फ्लक्स शून्य होता है।

(f) *गलत* है। संभावना यही है कि ये क्षेत्र रेखाएं चुंबकीय क्षेत्र प्रदर्शित नहीं करतीं। ऊपरी भाग को देखिए। सभी क्षेत्र रेखाएँ छायित प्लेट से निकलती जान पड़ती हैं। इस प्लेट को घेरने वाली सतह से गुजरने वाले क्षेत्र का कुल फ्लक्स शून्य नहीं है। चुंबकीय क्षेत्र के संदर्भ में ऐसा होना संभव नहीं है। दिखाई गई क्षेत्र रेखाएं, वास्तव में, धनावेशित ऊपरी प्लेट एवं ऋणावेशित निचली प्लेट के बीच स्थिर वैद्युत क्षेत्र रेखाएं हैं। चित्र (e) एवं (f) के बीच के अंतर को ध्यानपूर्वक ग्रहण करना चाहिए।

(g) *गलत* है। दो ध्रुवों के बीच चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ, सिरों पर, ठीक सरल रेखाएँ नहीं हो सकती। रेखाओं में कुछ फैलाव अवश्यम्भावी है अन्यथा, ऐंपियर का नियम भंग होता है। यह बात वैद्युत क्षेत्र रेखाओं के लिए भी लागू होती है।

6.6 (a) नहीं। चुंबकीय बल सदैव **B** के लंबवत् होता है (क्योंकि चुंबकीय बल = $e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ अत: **B** की क्षेत्र रेखाओं को बल रेखाएँ कहना भ्रामक वक्तव्य है।

(b) *यदि क्षेत्र रेखाएँ सिर्फ सीधी परिनालिका के दो सिरों के बीच सीमित होतीं*, तो प्रत्येक सिरे के अनुप्रस्थ काट से गुजरने वाला फ्लक्स शून्य न होता। लेकिन, क्षेत्र **B** का, किसी बंद सतह से गुजरने वाला फ्लक्स तो सदैव शून्य ही होता है। टोरॉइड के विषय में यह समस्या ही खड़ी नहीं होती क्योंकि इसके कोई सिरे नहीं होते।

(c) चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम यह कहता है, कि क्षेत्र **B** के कारण, किसी बंद सतह से *गुजरने वाला कुल फ्लक्स सदैव शून्य होता है। किसी बंद सतह S के लिए*

$$\oint_s \mathbf{B}.\mathbf{ds} = 0$$

यदि एकल ध्रुवों का अस्तित्व होता, तो (स्थिर वैद्युतिकी के गाउस नियम के अनुरूप हो), समीकरण के दायीं ओर सतह S से घिरे एकल ध्रुवों (चुंबकीय आवेशों) q_m का योग आता। अर्थात् समीकरण का रूप होता

$$\oint_s \mathbf{B}.\mathbf{ds} = \frac{q_m}{\mu_0}$$ जहाँ q_m, S से घिरा चुंबकीय आवेश (एकल ध्रुव) है।

(d) नहीं। तार के अल्पांश द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के कारण इसके स्वयं के ऊपर कोई बल या बल आघूर्ण नहीं लगता। लेकिन इसके कारण उसी तार के दूसरे अल्पांश पर बल (या बल आघूर्ण) लगता है। (सीधे तार के विशेष मामले में, यह बल शून्य ही होता है)।

(e) हाँ। संपूर्ण व्यवस्था को देखें तो सभी आवेशों का औसत शून्य हो सकता है। फिर भी, यह हो सकता है कि विभिन्न धारा लूपों के कारण उत्पन्न चुंबकीय आघूर्णों का औसत शून्य न हो। उदाहरण के लिए न्यूट्रॉन का आवेश शून्य है परंतु इसका चुंबकीय आघूर्ण शून्य नहीं है।

(f) *यह सरल प्रश्न नहीं है। कील को बहुत से गतिमान आवेशों के रूप में सोचिए। छड़ के* चुंबकीय क्षेत्र में, कील के प्रत्येक गतिमान आवेश पर एक चुंबकीय बल कार्य करता है जो इसका वेग तो बदल देता है, पर चाल नहीं बदलता। कील की कुल ऊर्जा में तो कोई परिवर्तन नहीं हो पाता, क्योंकि, चुंबकीय बल कोई कार्य नहीं करता। लेकिन, कणों के वेग दिशाओं में अंतर आ जाने के कारण द्रव्यमान केंद्र का वेग बढ़ सकता है। स्पष्ट है, ऐसा होने में कील की *आंतरिक* ऊर्जा ही खर्च होगी। चुंबकीय क्षेत्र बल प्रदान करता है, जबकि कील की आंतरिक ऊर्जा पूरी कील की गतिज ऊर्जा को बढ़ा देती है। इस रूप में यह उत्तर पूरा माना

आघूर्ण भी होता है। (यह तथ्य सिर्फ क्वांटम यांत्रिकी के ढाँचे में ही समझा जा सकता है, एक असमान चुंबकीय क्षेत्र में इन चुंबकीय द्विध्रुवों पर बल लगता है, जिससे पूरी कोल की गतिज ऊर्जा बढ़ जाती है।

6.7 (a) निम्न तापों पर, यादृच्छिक तापीय गति कम होने के कारण द्विध्रुवों के चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश समायोजन को भंग करने वाली प्रवृत्ति कम हो जाती है।

(b) प्रतिचुंबकीय पदार्थ के नमूने में, प्रेरित चुंबकीय आघूर्ण, हमेशा चुंबककारी क्षेत्र की विपरीत दिशा में होता है, चाहे इसके अंदर परमाणुओं की गति कैसी भी हो।

(c) जरा सा कम, क्योंकि बिस्मथ प्रतिचुंबकीय पदार्थ है।

(d) नहीं। जैसा कि चुंबकन वक्र से स्पष्ट है। चुंबकन वक्र की ढलान से यह भी स्पष्ट है कि निम्न शक्ति वाले क्षेत्रों के लिए μ का मान अधिक है।

(e) (अत्यंत व्यावहारिक अनुप्रयोग वाले) इस महत्वपूर्ण तथ्य का प्रमाण, दो माध्यमों को अलग करने वाले *अंतःपृष्ठ* पर, चुंबकीय क्षेत्रों (**B** एवं **H**) की *सीमा शर्तों* पर *आधारित है।* जब एक माध्यम के लिए $\mu >> 1$, तो क्षेत्र रेखाएँ इस माध्यम पर लंबवत् मिलती हैं। इससे अधिक विस्तृत व्याख्या इस पुस्तक के विषय-क्षेत्र से बाहर है।

(f) हाँ। दो भिन्न पदार्थों के परमाणु द्विध्रुवों की शक्ति में मामूली अंतर की बात छोड़ दें, तो संतृप्त चुंबकन की अवस्था में एक अनुचुंबकीय पदार्थ का चुंबकन उसी कोटि का होगा। लेकिन, सच बात यह है कि संतृप्त चुंबकन के लिए, अव्यावहारिक रूप से उच्च चुंबककारी क्षेत्रों की आवश्यकता होगी।

6.8 (b) कार्बन स्टील का टुकड़ा। क्योंकि प्रति चक्र उत्पन्न ऊष्मा शैथिल्य पाश के क्षेत्रफल के अनुक्रमानुपाती है।

(c) किसी लौह चुंबक का चुंबकन चुंबककारी क्षेत्र का एकमानी फलन नहीं है। एक विशिष्ट क्षेत्र के लिए इसका मान चुंबकन के इतिहास पर भी निर्भर करता है (अर्थात् कितने चुंबकन चक्रों से गुजर चुका है, आदि)। दूसरे शब्दों में कहें तो चुंबकन का मान, चुंबकन चक्रों की स्मृति का अभिलेख है। यदि हर चक्र के सूचना बिट (information bits) के संगत बना दें तो शैथिल्य पाश प्रदर्शित करने वाली ऐसी व्यवस्था सूचना संग्रह करने वाली युक्ति की तरह कार्य करेगी।

(d) सिरेमिक। (विशेष रूप से उपचारित बेरियम लौह ऑक्साइड) जिन्हें फैराइट्स भी कहते हैं।

(e) उस क्षेत्र को नर्म लोहे के छल्लों से घेर कर। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं छल्लों में समाहित हो जाएंगी और इनसे घिरा हुआ क्षेत्र चुंबकीय क्षेत्र से मुक्त रहेगा। लेकिन यह आंशिक परिरक्षण ही होगा। वैसा पूर्ण परिरक्षण नहीं, जैसा किसी विवर को एक चालक से घेर कर बाह्य विद्युत् क्षेत्र से परिरक्षित करने में होता है।

6.9 $0.36\ JT^{-1}$

6.10 (a) **m**, **B** के समांतर है। $U = -mB = -4.8 \times 10^{-2}$ J; स्थायी

(b) **m**, **B** के प्रतिसमांतर है। $U' = +mB = +4.8 \times 10^{-2}$ J; अस्थायी

6.11 $0.60\ JT^{-1}$ परिनालिका की अक्ष के अनुदिश, दिशा धारा-प्रवाह की दिशा पर निर्भर।

6.12 7.5×10^{-2} J

6.13 (a) (i) 0.33 J (ii) 0.66 J

(b) (i) 0.33 J परिमाण का बल आघूर्ण जो चुंबकीय आघूर्ण सदिश को **B** के अनुदिश लाने की प्रवृत्ति रखता है। (ii) शून्य।

6.14 (a) $1.28\ A\ m^2$ अक्ष के अनुदिश, दिशा धारा की दिशा पर निर्भर, जिसे दाएँ हाथ के पेंच के नियम द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

(b) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में बल शून्य है; बल आघूर्ण = 0.048 Nm जिसकी दिशा ऐसी है कि यह परिनालिका की अक्ष को (अर्थात् चुंबकीय आघूर्ण सदिश को) **B** के अनुदिश लाने की कोशिश करता है।

6.15 $B = 0.35 \sec 22° \simeq 0.38$ G

6.16 पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र भौगोलिक याम्योत्तर से पश्चिम की ओर 12° का कोण बनाते हुए एक ऊर्ध्वाधर तल में, क्षैतिज (चुंबकीय दक्षिण से चुंबकीय उत्तर की ओर) से ऊपर की ओर 60° का कोण बनाता है। इसका परिमाण 0.32 G है।

6.17 (i) 0.96 G, S-N दिशा के अनुदिश।

(ii) 0.48 G, N-S दिशा के अनुदिश।

6.18 0.54 G पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में।

6.19 $14 \times 2^{-1/3} \simeq 11.1$ cm की दूरी पर लंब समद्विभाजक पर।

6.20 (a) $(\mu_0 m)/(4 \pi r^3) = 0.42 \times 10^{-4}$ जिससे $r = 5.0$ cm प्राप्त होता है।

(b) $(2\mu_0 m)/(4 \pi r_1^3) = 0.42 \times 10^{-4}$ अर्थात्., $r_1 = 2^{1/3}$, $r \simeq 6.3$ cm

6.21 $I = mB/(4 \pi^2 \nu^2)$ का प्रयोग करें, जहाँ $m = N\, i\, A$

$\Rightarrow I = 1.2 \times 10^{-4}\ kg\ m^2$

6.22 केबिल के समांतर ऊपर की ओर 1.5 cm की दूरी पर

6.23 केबिल के नीचे:

$R_h = 0.39 \cos 35° - 0.2$
$= 0.12$ G
$R_v = 0.39 \sin 35° = 0.22$ G

$$R = \sqrt{R_h^2 + R_v^2} = 0.25G$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_v}{R_h} \simeq 62°$$

केबिल के ऊपर:

$R_h = 0.39 \cos 35° + 0.2$
$= 0.52$ G
$R_v = 0.224$ G
$R = 0.57$ G, $\theta \simeq 23°$

6.24 (a) $B_h = (\mu_0 i N / 2r)\cos 45° = 0.39$ G

(b) पूर्व से पश्चिम अर्थात् सूई अपनी मूल दिशा को उलट लेगी।

6.25 दूसरे क्षेत्र का परिमाण

$$= \frac{1.2 \times 10^{-2} \times \sin 15°}{\sin 45°}$$
$$= 4.4 \times 10^{-3}\ T$$

6.26 $R = \dfrac{meV}{eB}$

$$= \frac{\sqrt{2m_e \times \text{गतिज ऊर्जा}}}{eB}$$

$= 11.3$ m

ऊपर अथवा नीचे विक्षेपण $= R(1 - \cos\theta)$ जहाँ $\sin\theta = 0.3/11.3$ अत: विक्षेपण $\simeq 4$ mm

6.27 प्रारंभ में, कुल द्विध्रुव आघूर्ण

$= 0.15 \times 1.5 \times 10^{-23} \times 2.0 \times 10^{24}$

$= 4.5 \text{ J T}^{-1}$

अंतिम द्विध्रुव आघूर्ण प्राप्त करने के लिए क्यूरी के नियम $m \propto B/T$ से

$= 4.5 \times (0.98/0.84) \times (4.2/2.8)$

$= 7.9 \text{ J T}^{-1}$

6.28 व्यंजक $B = \mu_0 K n i$ (जहां $K = \mu/\mu_0$) का प्रयोग करके $B = 4.48$ T प्राप्त करें।

6.29 दोनों में से संबंध $\mu_l = -(e/2m)\mathbf{l}$ भौतिकी के अनुसार है। यह μ_l एवं $\mathbf{l}$ की परिभाषाएं प्रयुक्त करके आसानी से व्युत्पन्न किया जा सकता है।

$$\mu_l = iA = (e/T)\pi r^2$$

$$l = mvr = m\frac{2\pi r^2}{T}$$

जहां r वृत्ताकार की त्रिज्या है जिस पर m द्रव्यमान एवं $(-e)$ आवेश का इलेक्ट्रॉन T सेकंड में एक परिक्रमण पूरा करता है।

स्पष्टत: $\mu_l/l = e/2m$

क्योंकि इलेक्ट्रॉन पर ऋणात्मक आवेश है μ_l एवं $\mathbf{l}$ प्रतिसमांतर हैं और दोनों कक्षा के तल के लंबवत् हैं। अत: $\mu_l = -(e/2m)\,\mathbf{l}$

ध्यान दें कि μ_l/l के विपरीत μ_s/S का मान e/m है अर्थात् चिर सम्मत आधार पर प्राप्त मान का दुगुना। यह बाद वाला निष्कर्ष (जिसकी प्रयोगात्मक पुष्टि हो चुकी है) आधुनिक क्वांटम सिद्धांत की एक विशिष्ट उपलब्धि है और इसको चिरसम्मत सिद्धांतों के आधार पर व्युत्पन्न नहीं किया जा सकता।

अध्याय 7

7.1 (a) abcd के अनुदिश (गति के कारण लूप से संबद्ध फ्लक्स में वृद्धि होती है, अत: प्रेरित धारा इस फ्लक्स को कम करने का प्रयास करेगी)।

(b) acba के अनुदिश

(c) abcb के अनुदिश

(d) abcd के अनुदिश

प्रेरित धारा की दिशा वही होगी, जो चुंबकीय बलों की धारणा से अपेक्षित है।

नोट: प्रेरित धारा का मान शून्य होता है, जब लूप संपूर्ण रूप से समचुंबकीय क्षेत्र में हो अथवा उसके पूर्णत: बाहर हो।

7.2 (a) pq के अनुदिश।

(b) qp के अनुदिश, xy के अनुदिश

(c) xyz के अनुदिश

(d) zyx के अनुदिश

(e) xy के अनुदिश।

7.3 (a) abcd के अनुदिश (अंदर की ओर फ्लक्स का मान आकार परिवर्तन के दौरान बढ़ता है। अत: प्रेरित धारा की दिशा इस प्रकार है कि वह फ्लक्स को बाहर करे)।

(b) abcd के अनुदिश (आकार परिवर्तन के दौरान निर्गमित फ्लक्स कम होता जाता है। अत: प्रेरित धारा की दिशा इस प्रकार है कि वह निर्गमित फ्लक्स बढ़ाए)।

7.4 (a) नहीं; प्रेरित धारा तभी उत्पन्न होती है जब लूप के संगत फ्लक्स में परिवर्तन होता है।

(b) किसी अवस्था में प्रेरित धारा उत्पन्न नहीं होती। धारा तभी उत्पन्न होती है जब चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है (न कि विद्युतीय फ्लक्स में)।

(c) आयताकार लूप में (वृत्ताकार लूप के लिए लूप के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्ती है।

(d) b के सापेक्ष a धनात्मक होगा।

7.5 1.6×10^{-3} V

7.6 7.6×10^{-6} V

7.7 100 V

7.8 कुंडली के प्रत्येक लपेटे में से गुजरने वाला फ्लक्स $= \pi r^2 B \cos(\omega t)$

$\varepsilon = -N \omega \pi r^2 B \sin(\omega t)$

$\varepsilon_{max} = N \omega \pi r^2 B$

$= 20 \times 50 \times \pi \times 64 \times 10^{-4} \times 3.0 \times 10^{-2} = 0.603$ V

ε_{avg} का मान पूर्ण चक्र में शून्य है।

$I_{max} = 0.0603$ A

शक्ति-क्षय $= (1/2)\, \varepsilon_{max} I_{max} = 0.036$ W

प्रेरित धारा कुंडली पर एक बलयुग्म आरोपित करती है, जो कुंडली के घूमने का विरोध करता है। अत: एक बाह्य कारक (रोटर) द्वारा कुंडली पर बलयुग्म लगाना होगा जो प्रेरित धारा द्वारा आरोपित बलयुग्म को निष्फल करते हुए कुंडली को एकसमान गति से घुमाए (अर्थात् कार्य करे)। अत: शक्ति जिसका कुंडली में क्षय उष्मा के रूप में हो रहा, का स्रोत बाह्य कारक 'रोटर' है।

7.9 प्रेरित विद्युत् वाहक बल $= \frac{1}{2} \omega B R^2$

$= (1/2) \times 4\pi \times 0.4 \times 10^{-4} \times (0.5)^2$

$= 6.28 \times 10^{-5}$ V

यहाँ कितने 'स्पोक' हैं, यह महत्त्वपूर्ण नहीं है क्योंकि 'स्पोक' के सिरों पर उत्पन्न विद्युत् वाहक बल समानांतरक्रम में हैं।

7.10 (i) 2.4×10^{-4} V, काल 2 सेकंड

(ii) 0.6×10^{-4} V, काल 8 सेकंड

7.11 प्रेरित विद्युत् वाहक बल $= 8 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.02 = 3.2 \times 10^{-5}$ V

प्रेरित धारा $= 2 \times 10^{-5}$ A

शक्ति ह्रास $= 6.4 \times 10^{-10}$ W

इस शक्ति का स्रोत, समय के साथ चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन करने वाला कारक बाह्य कारक है।

7.12 समय पर निर्भर B के कारण फ्लक्स में परिवर्तन की दर

$= 144 \times 10^{-4}\, m^2 \times 10^{-3}\, T\, s^{-1}$

$= 1.44 \times 10^{-5}\, Wb\, s^{-1}$

लूप के असमान B में गतिमान होने के कारण फ्लक्स में परिवर्तन की दर

$= 144 \times 10^{-4}\, m^2 \times 10^{-3}\, T\, cm^{-1} \times 8\, cm\, s^{-1}$

$= 11.52 \times 10^{-5}\, Wb\, s^{-1}$

चूँकि दोनों ही धनात्मक z-दिशा के अनुदिश फ्लक्स को कम करते हैं, अतः दोनों के प्रभाव जुड़ जाते हैं।

अतः प्रेरित विद्युत् वाहक बल $= 12.96 \times 10^{-5}$ V; प्रेरित धारा $= 2.88 \times 10^{-2}$ A। प्रेरित धारा की दिशा वह होगी जो लूप में से धनात्मक z-दिशा के फ्लक्स को बढ़ाए। अतः धारा की दिशा प्रेक्षक को घड़ी की सूइयों के घूमने के विपरीत नजर आएगी। यदि किसी प्रेक्षक हेतु लूप दाहिनी ओर गतिमान है, तो लूप में धारा घड़ी की सूई के घूमने की दिशा के विपरीत होगी। समस्या का सुसंगत हल प्राप्त करने हेतु विधि निम्न है :

$$\Phi(t) = \int_0^a aB(x,t)\,dx$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = a\int_0^a dx \frac{dB(x,t)}{dt}$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x}\frac{dx}{dt}$$

$$= \left[\frac{\partial B}{\partial t} + v\frac{\partial B}{\partial x}\right] \quad \text{के प्रयोग करने पर,}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = a\int_0^a dx\left[\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} + v\frac{\partial B(x,t)}{\partial x}\right]$$

$$= A\left[\frac{\partial B}{\partial t} + v\frac{\partial B}{\partial x}\right]$$

जहां $A = a^2$

हल का अंतिम पद, $(\frac{\partial B}{\partial t})$, $(\frac{\partial B}{\partial x})$ तथा v के मान अचर होने के कारण मान्य है।

उक्त औपचारिक हल यदि समझ में न आये [क्योंकि इसे प्राप्त करने हेतु कलन (calculus) का समुचित ज्ञान आवश्यक है], तो भी यह सत्य ध्यान में रखना पर्याप्त है कि फ्लक्स में परिवर्तन लूप की गति एवं चुंबकीय क्षेत्र का समय के साथ परिवर्तन दोनों ही के कारण संभव है।

7.13 $$Q = \int_{t_i}^{t_f} I\,dt$$

$$= \frac{1}{R}\int_{t_i}^{t_f} \varepsilon\,dt$$

$$= -\frac{N}{R}\int_{\Phi_i}^{\Phi_f} d\Phi$$

$= \frac{N}{R}(\Phi_i - \Phi_f)$

$N = 25$, $R = 0.50\ \Omega$, $Q = 7.5 \times 10^{-3}$ C, के लिए

$\Phi_f = 0$, $A = 2.0 \times 10^{-4}\ m^2$, $\Phi_i = 1.5 \times 10^{-4}$ Wb,

$B = \Phi_i/A = 0.75$ T

7.14 (a) $|\varepsilon| = vBl = 0.12 \times 0.50 \times 0.15 = 9.0$ mV;
P सिरा धनात्मक तथा Q सिरा ऋणात्मक होगा T

(b) हाँ, जब K बंद हो। अतिशेष आवेश की पूर्ति धारा के सतत प्रवाह के द्वारा होती है।

(c) छड़ के अंत्य सिरों पर अतिशेष आवेश के कारण स्थापित विद्युत् क्षेत्र द्वारा चुंबकीय बल निरस्त हो जाता है।

(d) अवमंदन बल $= I B l$

$$= \frac{9\,\text{mV}}{9\,\text{m}\Omega} \times 0.5\ \text{T} \times 0.15\ \text{m}$$

$$= 75 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

(e) बाह्य कारक द्वारा उक्त अवमंदन बल के विरुद्ध छड़ को 12 cm s^{-1} की एकसमान गति से चलाने हेतु शक्ति का व्यय $= 75 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{-2} = 9.0 \times 10^{-3}$ W
यदि कुंजी K खुली हो तो कोई शक्ति व्यय न होगा।

(f) $I^2R = 1 \times 1 \times 9 \times 10^{-3} = 9.0 \times 10^{-3}$ W
प्रयुक्त शक्ति का स्रोत बाह्य कारक है, जिसका परिकलन पूर्व में किया है।

(g) शून्य; छड़ अपनी गति के अंतर्गत क्षेत्र रेखाओं (field lines) को नहीं काटती (ज्ञात रहे कि PQ की लंबाई दो पटरियों के मध्य दूरी के बराबर मानी गई है।)

7.15 $B = \frac{\mu_0 n I}{l}$

(परिनालिका के अंदर तथा सिरों से पर्याप्त दूर)

$\Phi = \frac{\mu_0 n I}{l} A$

संपूर्ण संबद्ध फ्लक्स $= N\Phi$

$$= \frac{\mu_0 n^2 A}{l} I$$

(सिरों के पास **B** में परिवर्तन की उपेक्षा की है।)

$|\varepsilon| = \frac{d}{dt}(N\Phi)$,

$$|\varepsilon|_{av} = \frac{\text{फ्लक्स में कुल परिवर्तन}}{\text{कुल अंतराल}}$$

$$|\varepsilon|_{av} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 10^{-4}}{0.3 \times 10^{-3}} \times (500)^2 \times 2.5$$

$$= 6.5\ \text{V}$$

7.16 **B** का ऊर्ध्व घटक

$= 5.0 \times 10^{-4} \sin 30°$

$= 2.5 \times 10^{-4}$ T

$l = 25$ m

$\varepsilon = 500 \times 2.5 \times 10^{-4} \times 25$

$= 3.1$ V

इस उत्तर हेतु विंग (पंखों) की दिशा महत्त्वहीन है, जब तक वह क्षैतिज है।

7.17 $$M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{x}{a}\right)$$

$\varepsilon = 1.7 \times 10^{-5}$ V

7.18 $-\dfrac{B\pi a^2 \lambda}{mR}\hat{\mathbf{k}}$

अध्याय 8

8.1 (a) 2.20 A

(b) 484 W

8.2 (a) $\dfrac{300}{\sqrt{2}} = 212.1\,\text{V}$

(b) $10\sqrt{2} = 14.1\,\text{A}$

8.3 15.9 A

8.4 2.49 A

8.5 प्रत्येक अवस्था में शून्य।

8.7 125 s^{-1}; 25

8.8 चोक कुंडली नली के सिरों पर शक्ति व्यर्थ किए बिना वोल्टता कम कर देती है जबकि प्रतिरोधक ऊष्मा के रूप में शक्ति व्यर्थ करता है।

8.11 1.1×10^3 s^{-1}

8.12 0.6 J, बाद में भी समान रहेगा।

8.13 2,000 W

8.14 $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$, अर्थात् $C = \dfrac{1}{4\pi^2 \nu^2 L}$

$L = 200\ \mu$H, हेतु $\nu = 1200$ kHz, $C = 87.9$ pF

$L = 200\ \mu$H, हेतु $\nu = 800$ kHz, $C = 197.8$ pF

परिवर्ती संधारित्र की धारिता का परिसर लगभग 80 pF से 198 pF होना चाहिए।

8.15 (a) 50 rad s^{-1}

(b) 40 Ω, 8.1 A

(c) $V_{Lrms} = 1437.5$ V, $V_{Crms} = 1437.5$ V, $V_{Rrms} = 230$ V

$$V_{LCrms} = I_{rms}\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) = 0$$

8.16 (a) 1.0 J. हाँ, L और C में संचित ऊर्जाओं का योग संरक्षित है यदि $R = 0$।

(b) $\omega = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$, $\nu = 159 \text{ Hz}$

(c) $q = q_0 \cos \omega t$

(i) $t = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, \ldots\ldots\ldots,$ पर संचित ऊर्जा पूर्णतया वैद्युत ऊर्जा है।

(ii) $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4} \ldots\ldots\ldots,$ जहाँ $T = \frac{1}{\nu} = 6.3 \text{ ms}$ पर संचित ऊर्जा पूर्णतया चुंबकीय है (अर्थात् वैद्युत ऊर्जा शून्य है)

(d) $t = \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, \ldots\ldots\ldots,$ पर क्योंकि $q = q_0 \cos \frac{\omega T}{8} = q_0 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{q_0}{\sqrt{2}}$। अत: वैद्युत ऊर्जा $= \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}\left(\frac{q_0^2}{2C}\right)$ जो कुल ऊर्जा की आधी है।

(e) अंतत: R, LC दोलनों को अवमंदित कर देता है। अंतत: कुल प्रारंभिक ऊर्जा = 1.0 J ऊष्मा के रूप में क्षयित हो जाती है।

8.17 LR-परिपथ हेतु, यदि $V = V_0 \sin \omega t$

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \phi), \text{ जहाँ } \tan \phi = (\omega L / R)$$

(a) $I_0 = 1.82 \text{ A}$

(b) $t = 0$, I पर V अधिकतम है, $t = (\phi / \omega)$ पर I अधिकतम है।

अब, $\tan \phi = \frac{2\pi \nu L}{R} = 1.571$ अथवा $\phi \approx 57.5°$

अत: काल-पश्चता $= \left(\frac{57.5\pi}{180}\right) \times \frac{1}{2\pi \times 50} = 3.2 \text{ ms}$

8.18 (a) $I_0 = 1.1 \times 10^{-2} \text{A}$

(b) $\tan \phi = 100\,\pi$, ϕ, $\pi/2$ के समीप है। I_0 निम्न आवृत्ति अवस्था (अभ्यास 8.17) की अपेक्षा काफी कम है जो यह दर्शाता है कि उच्च आवृत्ति पर L खुले परिपथ की तरह कार्य करता है। किसी दिष्टकारी परिपथ में (स्थायी अवस्था के पश्चात्) $\omega = 0$, यहाँ L एक शुद्ध चालक की भाँति कार्य करता है।

8.19 RC-परिपथ हेतु, यदि $V = V_0 \sin \omega t$ हो तो

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \phi) \text{ जहाँ } \tan \phi = \frac{1}{\omega CR}$$

(a) $I_0 = 3.23 \text{ A}$

(b) $\phi = 33.5°$

--- --- --- ϕ

8.20 (a) $I_0 = 3.88$ A

(b) $\phi \approx 0.2$ उच्च आवृत्ति पर यह लगभग शून्य है। अतः उच्च आवृत्ति पर C, चालक की भांति कार्य करता है। दिष्टकारी परिपथ हेतु स्थायी अवस्था के पश्चात् $\omega = 0$ और C एक खुले परिपथ की भांति कार्य करता है।

8.21 समांतर LCR परिपथ की प्रभावी प्रतिबाधा इस प्रकार दी जाती है

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

जो $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ पर न्यूनतम है।

अतः $|Z|$, $\omega = \omega_0$ पर अधिकतम है और कुल धारा आयाम न्यूनतम है।

शाखा R में, $I_{Rrms} = 5.75$ A

शाखा L में, $I_{Lrms} = 0.92$ A

शाखा C में, $I_{Crms} = 0.92$ A

ध्यान दीजिए : क्योंकि L और C शाखा में धाराएँ 180° विपरीत कला में हैं और चक्र के प्रत्येक क्षण पर इनका योग शून्य है।

8.22 (a) $V = V_0 \sin \omega t$ हेतु

$$I = \frac{V_0}{\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \text{ यदि } R = 0$$

यहाँ '-' चिह्न लेते हैं यदि $\omega L > 1/\omega C$ और '+' चिह्न लेते हैं यदि $\omega L < 1/\omega C$ ।

$I_0 = 11.6$ A, $I_{rms} = 8.24$ A

(b) $V_{Lrms} = 207\,\text{V}, V_{Crms} = 437\,\text{V}$

[ध्यान दीजिए : 437 V – 207 V = 230 V अनुप्रयुक्त rms वोल्टता के बराबर होना चाहिए। L और C के सिरों पर वोल्टता 180° विपरीत कला में होने के कारण व्यवकलित हो जाती है]।

(c) L में धारा I चाहे कुछ भी हो वास्तविक वोल्टता धारा से $\pi/2$ अग्र है। अतः C द्वारा उपभुक्त माध्य शक्ति शून्य है।

(d) C हेतु वोल्टता धारा से $\pi/2$ पश्च है। पुनः C द्वारा उपभुक्त माध्य शक्ति शून्य है।

(e) कुल उपभुक्त माध्य शक्ति शून्य है।

8.23 $I_{rms} = 7.26$ A

प्रतिरोध R द्वारा उपभुक्त शक्ति $R = I_{rms}^2 R = 791\,\text{W}$

L द्वारा उपभुक्त शक्ति = C द्वारा उपभुक्त शक्ति = 0

कुल उपभुक्त शक्ति = 791 W

8.24 (a) $\omega_0 = 4167$ rad s^{-1}; $\nu_0 = 663$ Hz

$I_0^{max} = 14.1$ A

(b) $\bar{P} = (1/2) I_0^2 R$ जो उसी आवृत्ति (663 *Hz*) पर अधिकतम है जिसके लिए I_0 अधिकतम है। $\bar{P}_{max} = (1/2)(I_0^{max})^2 R = 2300\,\text{W}$

(c) $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ पर (सन्निकटन अच्छा है यदि $(R/2L) << \omega_0$)
$\Delta\omega = R/2L = 95.8 \text{ rad s}^{-1}$; $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = 15.2 \text{ Hz}$
$\nu = 648$ Hz और 678 Hz पर शिखर शक्ति, उपभुक्त शक्ति की आधी है। इन आवृत्तियों पर धारा आयाम I_0^{max} का $(1/\sqrt{2})$ गुना है अर्थात् धारा आयाम (शिखर शक्ति बिंदुओं के आधे पर) 10 A है।

(d) $Q = 21.7$

8.25 $\omega_0 = 111 \text{ rad s}^{-1}$; $Q = 45$ को परिवर्तित किए बिना R को 3.7 Ω तक कम कीजिए।

8.26 (a) हाँ। यह rms वोल्टता के लिए सत्य नहीं है क्योंकि विभिन्न अवयवों के सिरों पर वोल्टता समान कला में नहीं हो सकती है। उदाहरणार्थ, अभ्यास 8.22 का उत्तर देखिए।

(b) दी गई शक्ति-पूर्ति हेतु न्यून शक्ति कारक से तात्पर्य अधिक धारा की आवश्यकता है जो कारक I^2R के कारण अत्यधिक ऊष्मा-हानि कर देता है।

(c) शक्ति गुणांक = (R/Z)। बहुत-सी प्रत्यावर्ती धारा मशीनों में प्रेरण-प्रतिघात है। सन्निकट मान की धारिता नेट प्रतिघात को इस प्रकार कम कर देती है कि Z, R की ओर उपगमन करता है।

(d) जब परिपथ खंडित किया जाता है तो उच्च प्रेरित धारा संधारित्र को आवेशित करने हेतु प्रयुक्त की जाती है जो चिंगारी (स्पार्क) का परिवर्जन करती है, इत्यादि।

(e) दिष्ट धारा हेतु, L की प्रतिबाधा उपेक्षणीय है और C की बहुत अधिक (अनंत) है, अत: दिष्ट धारा संकेत C के सिरे पर होती है। उच्च आवृत्ति प्रत्यावर्ती धारा के लिए, L की प्रतिबाधा उच्च है और C की बहुत कम। अत: प्रत्यावर्ती धारा संकेत L के सिरे पर होता है।

(f) स्थायी अवस्था दिष्ट धारा हेतु L का कोई प्रभाव नहीं है चाहे इसे लौह-क्रोड के प्रयोग से क्यों न बढ़ाया जाए। प्रत्यावर्ती धारा हेतु, लैंप चोक की अतिरिक्त प्रतिबाधा के कारण धूमिल दिखाई पड़ेगा। यहाँ लौह-क्रोड के निवेशन से चोक की प्रतिबाधा में वृद्धि होगी जिसके कारण बल्ब और अधिक धूमिल हो जाएगा।

(g) दिष्ट धारा हेतु, संधारित्र एक खुला परिपथ है। यदि C को कम भी कर दिया जाए तो भी लैंप बिल्कुल नहीं चमकेगा। प्रत्यावर्ती धारा हेतु, लैंप चमकेगा क्योंकि C प्रत्यावर्ती धारा को प्रवाहित होने देता है। C में कमी, इसकी प्रतिबाधा में वृद्धि कर देगी और लैंप पहले से कम चमकेगा।

8.27 400

8.28 जल विद्युत्-शक्ति $= h\rho g \times A \times v = h\rho g\, \beta$

जहाँ $\beta = Av$ प्रवाह है (किसी अनुप्रस्थ परिच्छेद के पार प्रवाहित जल का आयतन प्रति सेकंड)।

उपलब्ध विद्युत् शक्ति $= 0.6 \times 300 \times 10^3 \times 9.8 \times 100 \text{ W}$
$= 176 \text{ MW}$

8.29 लाइन प्रतिरोध $= 30 \times 0.5 = 15\ \Omega$

लाइन में rms धारा $= \dfrac{800 \times 1000 \text{ W}}{4000 \text{ V}} = 200 \text{ A}$

(a) लाइन में विद्युत् क्षय $= (200 \text{ A})^2 \times 15\ \Omega = 600 \text{ kW}$

(b) संयंत्र द्वारा विद्युत् प्रदाय $= 800 \text{ kW} + 600 \text{ kW} = 1400 \text{ kW}$

(c) लाइन में विभवपात $= 200 \text{ A} \times 15\ \Omega = 3000 \text{ V}$

संयंत्र में उच्चायी ट्रांसफार्मर 440 V – 7000 V है।

8.30 धारा $= \dfrac{800 \times 1000\,W}{40{,}000\,V} = 20\,A$

(a) लाइन में विद्युत्-क्षय = $(20\,A)^2 \times (15\,\Omega) = 6\,kW$

(b) संयंत्र द्वारा विद्युत् प्रदाय = $800\,kW + 6\,kW = 806\,kW$

(c) लाइन में विभवपात = $20\,A \times 15\,\Omega = 300\,V$

उच्चायी ट्रांसफार्मर 440 V – 40,300 V है। यह स्पष्ट है कि उच्च वोल्टता संचरण से प्रतिशत विद्युत् शक्ति-क्षय काफी कम हो जाता है। अभ्यास 8.29 में विद्युत् शक्ति-क्षय (600/1400) × 100 = 43%। इस अभ्यास में, यह केवल (6/806) × 100 = 0.74% है।

अध्याय 9

9.1 निर्वात में सभी विद्युत् चुंबकीय तरंगों की चाल समान होती है : $c = 3 \times 10^8\ m\,s^{-1}$

9.2 **E** और **B**, x-y समतल में हैं और परस्पर लंबवत् हैं, 10 m

9.3 तरंगदैर्घ्य बैंड : 40 m – 25 m

9.4 10^9 Hz

9.5 153 N/C

9.6 (a) 400 nT, 3.14×10^8 rad/s, 1.05 rad/s, 6.00 m

(b) $\mathbf{E} = \{ (120\ N/C) \sin[(1.05\ rad/m)]x - (3.14 \times 10^8\ rad/s)t] \}\ \hat{\mathbf{j}}$

$\mathbf{B} = \{ (400\ nT) \sin[(1.05\ rad/m)]x - (3.14 \times 10^8\ rad/s)t] \}\ \hat{\mathbf{k}}$

9.7 फ़ोटॉन ऊर्जा ($\lambda = 1$ m के लिए)

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19}}\,eV = 1.24 \times 10^{-6}\,eV$$

विद्युत् चुंबकीय स्पेक्ट्रम के चित्र में अन्य तरंगदैर्घ्यों हेतु फ़ोटॉन ऊर्जा 10 की घातों के सन्निकट गुणा करके प्राप्त की जा सकती है। किसी स्रोत द्वारा उत्सर्जित फ़ोटॉन की ऊर्जा, स्रोत के सुसंगत ऊर्जा स्तरों का अंतराल इंगित करती है। उदाहरणार्थ, फ़ोटॉन ऊर्जा = 1.24×10^6 eV = 1.24 MeV के संगत तरंगदैर्घ्य $\lambda = 10^{-12}$ है। यह इंगित करती है कि नाभिकीय ऊर्जा स्तरों में (जिन स्तरों के मध्य संक्रमण γ-किरण उत्सर्जन करता है) प्रतिरूपत: लगभग 1 MeV का ऊर्जा अंतराल है। इसी प्रकार, दृश्य तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m के संगत फ़ोटॉन ऊर्जा = 2.5 eV है। यह दर्शाता है कि ऊर्जा स्तरों (जिन स्तरों के मध्य संक्रमण दृश्य विकिरण देता है) के मध्य प्रतिरूपत: कुछ eV का अंतराल है।

9.8 (a) $\lambda = (c/\nu) = 1.5 \times 10^{-2}$ m

(b) $B_0 = (E_0/c) = 1.6 \times 10^{-7}$ T

(c) **E** क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व : $u_E = (1/2)\varepsilon_0 E^2$

B क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व : $u_B = (1/2\mu_0)B^2$

$E = cB$ और $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, के प्रयोग से, $u_E = u_B$

9.9 (a) $-\hat{\mathbf{j}}$, (b) 3.5 m, (c) 86 MHz, (d) 100 nT,

(e) $\{ (100\ nT) \cos[(1.8\ rad/m)y + (5.4 \times 10^8\ rad/s)t] \}\ \hat{\mathbf{k}}$

9.11 ताप T का पिंड, तरंगदैर्घ्य का एक सतत स्पेक्ट्रम उत्पन्न करता है। किसी कृष्णिका हेतु, विकिरण की अधिकतम तीव्रता के संगत तरंगदैर्घ्य प्लांक नियम के अनुसार दी गई है : λ_m=0.29 cm K/T। $\lambda_m=10^{-6}$ m, T= 2900 K। अन्य तरंगदैर्घ्यों के संगत ताप भी प्राप्त किए जा सकते हैं। ये संख्याएं विद्युत्-चुंबकीय स्पेक्ट्रम के विभिन्न भागों में विकिरणों की प्राप्ति हेतु ताप परिसर के विषय में बताती हैं। अतः दृश्य विकिरण की प्राप्ति हेतु, मान लीजिए $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m, तो स्रोत का तापमान लगभग 6000 K होना चाहिए। ध्यान दीजिए कि निम्नतर ताप भी इस तरंगदैर्घ्य को उत्पन्न करेगा परंतु उसकी तीव्रता अधिकतम नहीं होगी।

9.12 इसमें कोई विरोध नहीं है। छड़ चुंबक में क्षेत्र रेखाएँ S से दूर N की ओर जाती हैं। N अथवा S को पूर्णतया परिबद्ध करते किसी पृष्ठ के लिए **B** का नेट फ्लक्स सर्वथा शून्य होना चाहिए।

9.13 (a) रेडियो (लघु तरंगदैर्घ्य सिरा)

(b) रेडियो (लघु तरंगदैर्घ्य सिरा)

(c) सूक्ष्म तरंग

(d) दृश्य विकिरण (पीला)

(e) X-किरण (अथवा अल्पवेधी γ-किरण) क्षेत्र

9.14 (a) आयनमंडल इन बैंडों की तरंगें परावर्तित करता है।

(b) दूरदर्शन संकेत आयनमंडल द्वारा समुचित रूप से परावर्तित नहीं होते हैं (पाठ्यपुस्तक देखिए)। अतः परावर्तन उपग्रहों द्वारा किया जाता है।

(c) वायुमंडल किरणों को अवशोषित करता है जबकि दृश्य और रेडियो तरंगें इसे वेध सकती हैं।

(d) यह सूर्य से उत्सर्जित पराबैंगनी विकिरणों को अवशोषित कर लेता है और पृथ्वी पृष्ठ पर पहुँचने से रोकता है और जीवन को नष्ट होने से बचाता है।

(e) वायुमंडल के ग्रीन हाउस प्रभाव की अनुपस्थिति के कारण पृथ्वी का ताप निम्न होगा।

(f) विश्व नाभिकीय युद्ध द्वारा उत्पन्न मेघ शायद आकाश के बड़े भाग को ढक लेंगे और विश्व के बहुत से हिस्सों में सौर प्रकाश नहीं पहुँचने देंगे। इसके कारण शीतकाल प्रारंभ हो जाएगा।